

# 大尺度介观电学输运在纳米结构石墨烯中的实现

张海婧<sup>1</sup> 沈平<sup>1,2,†</sup>

(1 香港科技大学物理学系 香港九龙清水湾)

(2 香港科技大学高等研究院 香港九龙清水湾)

2013-05-03 收到

† email: sheng@ust.hk

DOI: 10.7693/wl20130701

## Large-scale mesoscopic transport in nanostructured graphene

ZHANG Hai-Jing<sup>1</sup> SHENG Ping<sup>1,2,†</sup>

(1 Department of Physics and William Mong Institute of Nano Science and Technology, HKUST, Clear Water Bay, Kowloon, Hong Kong, China)

(2 Institute for Advanced Study, Hong Kong University of Science and Technology, Clear Water Bay, Kowloon, Hong Kong, China)

**摘要** Anderson 局域化是量子波动性导致的最重要的物理现象之一。

Anderson 局域化理论原是对电子体系提出的，但是由于电子波动性只在很小的范围内(即相位相干长度内)有效，使得 Anderson 局域化的观测成为一个难点。在文章中，作者报道了在纳米结构石墨烯中首次观测到的二维 Anderson 强局域化现象。更重要的是作者找到了使电子相位相干长度增长至少一个量级的方法，使得电子的相位可以更容易地被操控。作者用尺寸标度方法得到三组局域化长度分别为 1.1, 2.0 和 3.4  $\mu\text{m}$ 。局域化长度随磁场的变化和理论预测符合得非常好。大尺度介观电学输运，表现为并行于二维变程跳跃电导的另一通道。低温下( $T < 25$  K)观测到费米能级附近存在的库仑准能隙抑制了电子与电子间的非弹性散射，从而使得相位相干长度增长到 10  $\mu\text{m}$ 。

**关键词** 纳米结构石墨烯，介观输运，Anderson 强局域化，标度理论，库仑准能隙

**Abstract** Anderson localization is one of the most important physical phenomena caused by the wave nature of quantum particles. It was originally proposed for the electronic system, but never clearly observed because the wave nature of electrons is usually only manifest at extremely small distances, denoted the dephasing length, and therefore making the observation very difficult. In this article we report the first observation of Anderson localization in 2 dimensions, on nanostructured graphene. Perhaps more important is the fact that we have discovered a way to enhance the dephasing length of electrons, by at least one order of magnitude, so that the electron phase may now be more easily manipulated. In this article, we use exponential sample-size scaling of conductance to demonstrate strong electron localization in three sets of nanostructured antidot graphene samples with localization lengths of 1.1, 2.0, and 3.4  $\mu\text{m}$ . The localization length is observed to increase with applied magnetic field, in accurate agreement with the theoretical prediction. The large-scale mesoscopic transport is manifest as a parallel conduction channel to 2D variable range hopping, with a Coulomb quasigap around the Fermi level. The opening of the correlation quasigap, observable below 25 K through the temperature dependence of conductance, makes possible the exponential suppression of inelastic scatterings and thereby leads to an observed dephasing length of 10  $\mu\text{m}$ .

**Keywords** nanostructured graphene, mesoscopic transport, Anderson strong localization, scaling theory, Coulomb quasigap

## 1 引言

介观物理介于经典物理世界和量子物理世界之间，起着桥梁作用，它研究尺度介于宏观和微观之间的系统。在经典物理中，样品的电导遵循欧姆定律进行扩散输运。二维(2D)导体的电导表示为  $G=G_0W/L$ ，其中  $G_0$  是与样品尺寸和形状无关的方块电导率(sheet conductance)， $W$  是样品宽度， $L$  是样品长度。经典扩散输运法则指出，在二维体系中，只要样品是方块形状( $L=W$ )，样品电导永远是个常数( $G=G_0$ )。但是当我们进入介观世界后，这个规律是否还符合呢<sup>[1]</sup>?

电子间散射的平均效应导致了扩散输运。弹性散射不会改变电子的总能量，只有电子的动量(或方向)会被改变，因此即使经过多重弹性散射，相位信息依然会被保留。介观现象就是电子的相位信息经过多重弹性散射仍会得以保留的体现<sup>[2]</sup>。和弹性散射不同，非弹性散射会改变电子的能量和动量，因此经历非弹性散射之后，电子的相位信息会丢失，进而产生了退相干(dephasing)作用。相位相干长度(dephasing length 或 phase coherence length)  $l_\phi$  限定了经典扩散行为恢复的尺度：当样品尺寸  $L$  大于  $l_\phi$  时，样品就恢复了经典行为。如我们前面所述，在经典扩散输运区域，只要样品是方块形状，二维电导是与样品大小无关的。可是，如果

样品的电导背离了这一规律，那么我们就有可能探索到介观输运区域的新规律了。

在纯净石墨烯<sup>[3]</sup>中，从弹道输运到扩散输运的转变在 50 nm 到 500 nm 的尺度中实现<sup>[4]</sup>。当样品尺寸大于 1  $\mu\text{m}$  时，测量样品的导电性质随尺寸的变化，成为最直接而又最清楚地检测样品是否有偏离扩散输运现象的方法。介观输运提供了这样一种可能性<sup>[5]</sup>。尤其是在二维 Anderson 强局域化的无序体系中，当相位相干长度  $l_\phi$  大于样品尺寸  $L$  时，介观电导应当随样品尺寸增大而呈指数衰减。

由于相位相干长度通常比较小，一维(1D)强局域化效应只在掺硅的砷化镓结构<sup>[6]</sup>、碳纳米管<sup>[7]</sup>和石墨烯纳米带<sup>[8]</sup>中观测到；而在二维无序化的石墨烯中，局域态的平均尺寸只是从变程跳跃(variable range hopping)电导参数中间接得到<sup>[9-12]</sup>。在本文中，我们首次报道了纳米结构(又称反点(antidot)网络结构)石墨烯中存在两个并行通道：一个是在高温下( $T > 25 \text{ K}$ )占主导的变程跳跃导电通道，另一个是在低温下( $T < 25 \text{ K}$ )二维强局域化作用占主导的介观导电通道。我们测量了三组具有不同孔洞直径的纳米结构石墨烯样品，通过测量样品电导随样品尺寸(直到 10  $\mu\text{m}$ )变化的标度化方法<sup>[13, 14]</sup>，得到样品低温下局域化长度(localization length)分别是 1.1  $\mu\text{m}$ ，2.0  $\mu\text{m}$  和 3.4  $\mu\text{m}$ 。局域化长度随磁场的变化关系和理论预测的结果<sup>[15]</sup>符合得非常好。

## 2 纳米结构石墨烯的制备和测量方法

我们制备了 A、B 两组不同几何构型的纳米结构石墨烯器件<sup>[16-19]</sup>。如图 1(a)的扫描电子显微镜照片 (SEM image)所示, 样品组 A 是方块形状的石墨烯, 中间被均匀地刻蚀出纳米结构的孔洞, 形成反点 (antidot) 的网状结构。样品组 A 的边长分别是 1  $\mu\text{m}$ , 2  $\mu\text{m}$ , 4  $\mu\text{m}$ , 6  $\mu\text{m}$  和 10  $\mu\text{m}$ 。石墨烯内部的孔洞排列成三角阵列结构, 孔洞的直径是 100 nm, 周期是 150 nm。样品组 B 的样品 (B1 和 B2) 是霍尔矩形 (Hall bar) 结构, 如图 1(b)所示。石墨烯中间是具有同样周期的三角阵列排列的孔洞, 但孔洞的直径有变化 (样品 B1 的孔洞直径为 90 nm; 样品 B2 的为 120 nm)。样品组 B 的长度固定是 14  $\mu\text{m}$ 。图 1(b)内的插图是石墨烯内部三角阵列孔洞的原子力显微镜照片。为了方便样品组之间的比较, 样品组 B 测得的电导被归一化为方块电导。

单层石墨烯样品是从天然石墨上用胶带剥离下来的, 然后沉积到覆盖了 285 nm 厚  $\text{SiO}_2$  的高掺杂硅片上。高掺杂的硅片作为栅电极来调节石墨烯的载流子浓度。单层石墨烯可以用光学显微镜的色彩对比度来判断, 再由拉曼光谱进行确定。金属电极的制作过程是先用电子束将 PMMA 胶曝光, 显影后再先后蒸镀上 10 nm 的 Ti 和 60 nm 的 Au。反点的网状结构是将 PMMA 胶再一次用电子束曝光出来, 然后用氧气的离子束刻蚀掉暴露出来的部分。

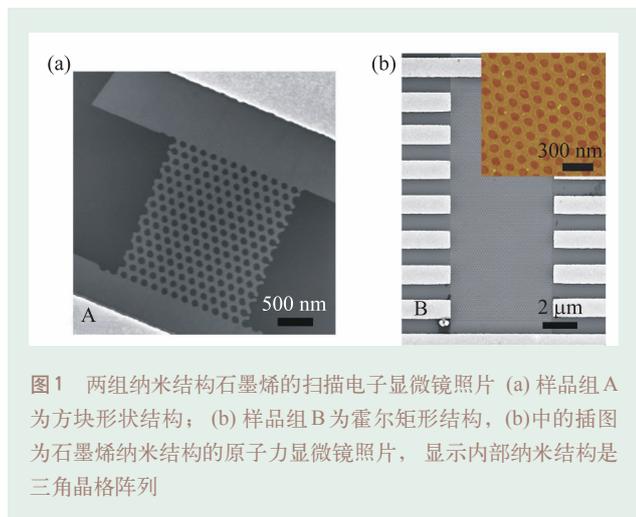


图1 两组纳米结构石墨烯的扫描电子显微镜照片 (a) 样品组 A 为方块形状结构; (b) 样品组 B 为霍尔矩形结构, (b) 中的插图为石墨烯纳米结构的原子力显微镜照片, 显示内部纳米结构是三角晶格阵列

每个石墨烯纳米结构的器件至少有 4 个电极。图 1 (a) 的 SEM 照片只显示出内部的两个电压电极。接触电阻大约为几百欧姆或更小。

我们的测量是在 Quantum Design 公司设计的多功能物性测量系统 (PPMS) 中进行的。测量之前, 石墨烯器件会在测量系统中, 在高真空的状态下 (压强  $< 5 \times 10^{-7}$  Torr) 原位升温到 380 K, 并保持若干个小时, 进行退火, 以去除样品表面吸附的杂质。电学测量仪器有 Keithley 公司的 2182A 纳伏测量仪, 6221 交流/直流电流源和 Agilent 公司的 4156C 半导体测试仪。在低温下 ( $T < 20$  K), 由于样品电阻较大 (几百千欧姆或兆欧姆), 测量主要用变电压测电流的方法完成。在所有的磁学测量中, 磁场的方向都垂直于石墨烯薄膜。

## 3 纳米结构石墨烯器件的实验测量结果和相关讨论

### 3.1 基本输运测量和低温下样品的磁阻

图 2(a) 给出了不同温度下, 样品组 A 中 2  $\mu\text{m}$  大小的样品方块电阻随门电压的变化。其中电阻的最高点在门电压  $V_g$  等于 -2.4 V 的位置, 这一点是电中性点 (charge neutrality point, 即 CNP)。纯净石墨烯在被制作成纳米结构之前, 器件的迁移率可以达到 5000—20000  $\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ , 电阻的温度变化较小。但是在被制作成纳米结构后, 器件的迁移率室温下只有 750  $\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ , 这是由于样品内部反点结构的形成给系统增加了很多边缘态, 从而增大了系统的无序化。同时, 电中性点的电阻随着温度降低显著地增大 (如图 2(a) 所示), 在 2 K 的低温下, 显示出很大的可由门电压调控的开关 (on/off) 比率。我们研究的重点——介观电学输运性质——主要集中在电中性点附近。

所有的样品在低温下, 在不同的门电压位置, 都显示出很大的负磁阻效应。负磁阻定义为  $MR = (R(B) - R(B = 0)) / R(B = 0)$ 。图 2(b) 给出了图 2(a) 中的样品在低温 2 K 时, 不同门电压下测得的磁阻  $MR$  与磁感应强度  $B$  的关系曲线。电阻已经相对于零磁

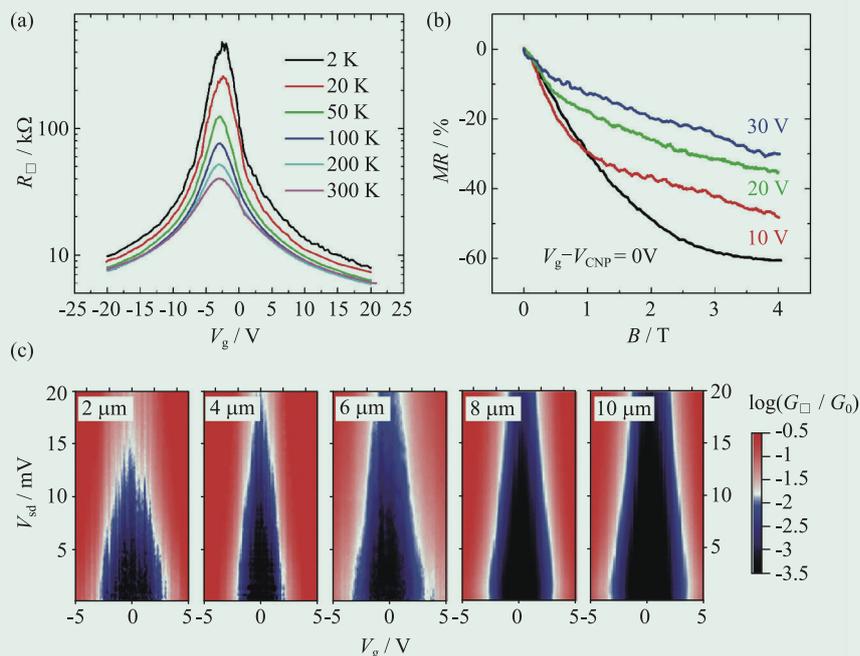


图2 (a) 不同温度下, 样品组 A 中  $2\ \mu\text{m}$  大小的样品电阻随门电压的变化。在  $20\ \text{K}$  以上时, 所用电流为  $I_{\text{sd}}=50\ \text{nA}$ ,  $2\ \text{K}$  下的数据是用电压  $V_{\text{sd}}=20\ \text{mV}$  测得的; (b) 该样品在  $2\ \text{K}$  的低温下和不同门电压下测得的磁阻  $MR$  与磁感应强度  $B$  的关系曲线。电阻已经相对于零磁场的电阻进行了归一化。所用电流为  $I_{\text{sd}}=5\ \text{nA}$ ; (c) 在  $2\ \text{K}$  的低温下, 样品组 A 中不同大小样品对应的二维彩图, 描述电中性点附近的电导随源漏之间电压  $V_{\text{sd}}$  和门电压的变化, 其中  $G_0=e^2/h$

场的电阻进行归一化。我们可以明显地看出, 负磁阻在电中性点处最大,  $4\ \text{T}$  时可以达到  $-60\%$ 。当门电压偏移了电中性点的位置时, 如  $V_g - V_{\text{CNP}} = \pm 30\ \text{V}$ , 负磁阻逐渐减小到  $-30\%$ 。样品组 A 中最大的样品 ( $10\ \mu\text{m}$ ), 它的低温负磁阻在电中性点处最大,  $4\ \text{T}$  时可达  $-90\%$ 。这些负磁阻的现象和其他报道石墨烯纳米带的文献<sup>[20]</sup>很相似, 因此不在此赘述。

在  $2\ \text{K}$  下, 所有的样品在电中性点附近都展现出一个小运输带隙。我们测量了不同大小样品电中性点附近的电导随源漏之间电压和门电压的变化, 画成二维彩图, 如图 2(c) 所示。为了清楚地进行对比, 电中性点已经被平移到零伏的位置。黑色的区域代表电导被强烈抑制。从图 2 我们可以明确地看出, 随着样品尺寸的增加, 运输的带隙逐渐变大。所有的数据都来源于样品组 A, 所以电导都是方块电导。这意味着在低温下, 我们的样品存在着非扩散的、介观的导电通道。

### 3.2 电中性点方块电导的温度关系

为了更清楚地揭示纳米结构石墨烯中存在的两个并行导电通道, 我们把样品组 A 中的 6 个样品在

电中性点测得的电导的对数, 以  $T^{-1/3}$  为变量画在图 3 中, 以期望判断样品中是否存在二维变程跳跃电导<sup>[21]</sup>。室温下, 6 个样品电中性点的电阻都是  $39\ \text{k}\Omega$  左右 (有  $\pm 3\ \text{k}\Omega$  的变化), 这正是经典扩散运输的行为。为了消除这小范围电阻差别 ( $\pm 3\ \text{k}\Omega$ ) 造成的影响, 我们把样品的电导相对于室温电阻  $39\ \text{k}\Omega$  进行归一化。此外, 电导以量子电导  $G_0=e^2/h$  为基本单位进行表示。

图 3 清楚地表明, 在从室温到  $25\ \text{K}$  的范围内, 所有样品的电导数值基本相同, 并且电导的对数  $\ln G$  和  $T^{-1/3}$  符合线性的关系。这个线性关系意味着这是二维变程跳跃电导起主导作用的区域。二维变程跳跃电导定义为  $\ln G \propto (T_0/T)^\alpha$ , 其中  $\alpha = 1/3$ 。附录 A 对这个温度关系给出了一个非严谨但有启迪作用的推导。但是在  $25\ \text{K}$  以下, 电导的温度关系逐渐开始偏离这个行为, 开始符合  $\alpha = 1/2$  的轨道, 最后达到一个平坦的区域。不同样品的电导分别达到不同的值, 这些平坦区域的电导值有量级的差别。这种非扩散的行为清楚地描述了并行于变程跳跃的介观导电通道。如图 3 中虚线标示的平坦区域, 电导非常完美地符合  $G = G' \exp(-L/\xi)$  的关系, 其中  $L$  代表样品尺寸,  $\xi$  是描述介观导电通道的空

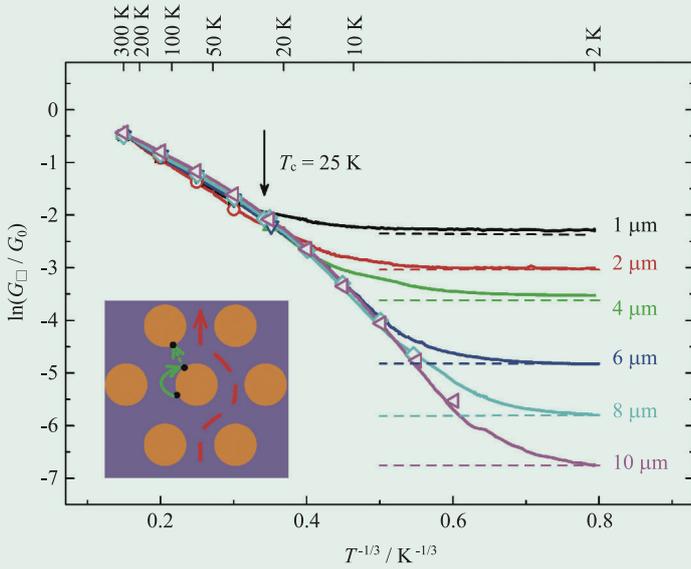


图3 样品组A中6个样品在电中性点测得的方块电导 $G_{\square}$ ，以量子电导 $G_0$ 为单位，以 $T^{-1/3}$ 为变量的对数图(实线是测得的电导值，空心符号是从(1)式计算得到的电导值，虚线用来强调电导饱和的平坦区域，内插图为两种并行电通道的示意图)

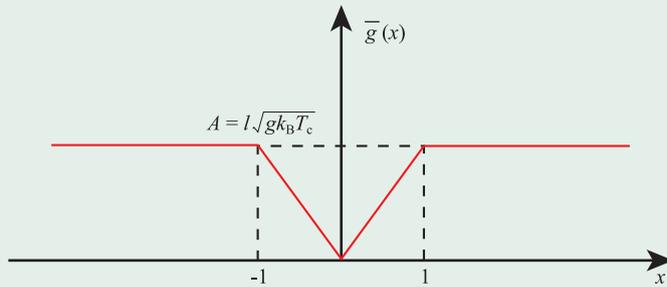


图4 无量纲化的态密度以 $x=\varepsilon/k_{\text{B}}T_{\text{c}}$ 为变量的函数图

间指数分布的局域化长度。

我们把从 $\alpha=1/3$ 过渡到 $\alpha=1/2$ 的行为解释为在费米能级附近打开了一个库仑准能隙(Coulomb quasigap)。在二维体系中，库仑准能隙的态密度和能量是线性的关系，同时电导会满足 $\ln G \propto (T_0/T)^{1/2}$ 关系<sup>[22]</sup>。关于库仑准能隙的解释和相关的温度关系的推导请见附录B。而变程跳跃理论是建立在态密度是个常数的基础上。基于这两种不同态密度关系，我们建立了一个可变的态密度模型，如图4所示。库仑准能隙和变程跳跃的常数态密度的拐点对应的能量是 $k_{\text{B}}T_{\text{c}}$ ，其中 $T_{\text{c}}=25$  K。根据这个态密度模型，

可以推算得出描述电导随温度变化的关系(请见附录C)，公式如下所示：

$$G = \gamma_0 \exp\left[-\left(\frac{3T_{\text{c}}^{1/3}}{2A^{2/3}}\right)T^{-1/3} - \left(\frac{T_{\text{c}}}{2}\right)T^{-1}\right], (T > T_{\text{c}}),$$

$$G = \gamma_0 \exp\left[-\left(2\sqrt{\frac{T_{\text{c}}}{A}}\right)T^{-1/2}\right], (T \leq T_{\text{c}}). \quad (1)$$

图3中空心符号就是从(1)式得到的电导随温度变化的结果，其中无量纲的常数 $A$ 等于0.58， $\gamma_0$ 等于 $1.77G_0$ 。可见，理论模型的预测和实验结果符合得很好。费米能级附近打开的库仑准能隙不仅精准地预测了电导和温度的关系，并且可由此估算出一致的相关长度尺寸和能量(第四部分会提到)。最重要的一点是库仑准能隙的存在，抑制了非弹性电子与电子之间的散射，从而使得在实验中能够观测到大尺度介观电学输运。这种指数倍的抑制非弹性电子散射的理论在十多年前就被提出了<sup>[23]</sup>，但是实验上却几乎从未被观测到<sup>[24]</sup>，这一点后文还会详述。

### 3.3 两种局域态

石墨烯纳米结构和这两种导电通道之间有一个简单的对应关系。我们把对高温下( $>25$  K)变程跳跃电导起主要作用的局域态归因于反点网络结构的边缘态<sup>[25, 26]</sup>。位于同一个孔洞的边缘的局域态之间是弹性散射。当电子通过热激发从一个孔洞边缘跳跃(hopping)到另一个孔洞边缘时，产生导电作用。在图3的插图中，绿色实心箭头代表弹性散射，虚线代表跳跃到邻近的孔洞边缘态。

对变程跳跃通道来说，局域态之间的跳跃距离可以由以下公式<sup>[27]</sup>得到： $\xi_{\text{VRH}} = \sqrt{13.8/[k_{\text{B}}g_{\text{VRH}}T_0]}$ ，其中 $k_{\text{B}}$ 是玻尔兹曼常数， $T_0$ 是高温极限时从图3得到的斜率， $g_{\text{VRH}}=8 \times 10^{16}/(\text{eV} \cdot \text{m}^2)$ 是用爱因斯坦关系式从室温下测得的电导推得的态密度。这个态密度和文献[10—12, 28]中报道的值很接近。用这个态密度

我们可以得到跳跃距离为  $\xi_{\text{VRH}} = 50 \text{ nm} (\pm 5 \text{ nm})$ ，这恰好近似等于石墨烯反点网络中相邻孔洞之间的宽度，这同我们的物理图像是相符的。

低温下 ( $< 25 \text{ K}$ ) 的介观输运归因于远离孔洞边缘的石墨烯网络结构中的 Anderson 局域化电子态，如图 3 插图中红色的虚线/箭头所标示。这个区域相较于边缘态几乎是没有被破坏的。由于有库仑准带隙的存在，呈现出一个不同的温度关系： $\ln G \propto T^{-1/2}$ 。但对于有限大小的样品，低温时，电导主要来源于这些费米能级附近的，有着最大局域化长度的态。这就是(与温度无关的)介观导电通道。

根据局域化的标度理论<sup>[14]</sup>(scaling theory)，在二维无序体系中，由于相干反散射(coherent back scattering)的机制，扩散系数会随着电子的输运过程而累积性和乘积性地衰减(也就是说，从玻尔兹曼扩散常数  $D_B = v_F^2 \tau / 2$  开始，随着扩散距离的增加而指数性地衰减)。这种下降的重整化过程会被相干长度  $l_\phi$  截断。因此，当  $l_\phi$  小于样品尺寸  $L$  时，我们只会观测到经典扩散输运；当  $l_\phi$  大于样品尺寸  $L$  时，二维电导会随着样品尺寸的增大而指数化减小。这就是 Anderson 强局域化作用下的结果<sup>[13, 29]</sup>。

### 3.4 低温下 ( $T=2 \text{ K}$ ) 的大尺度介观电学输运

我们仔细测量了低温下 ( $2 \text{ K}$ )，在电中性点及远离电中性点处，纳米结构石墨烯的电导随着不同测量间距(即样品尺寸  $L$ ) 的变化。在图 5 中，我们用黑色实心圆表示  $2 \text{ K}$  温度时测得的样品 B1 电中性点的电导(归一化为方块电导)的对数随样品尺寸  $L$  的变化趋势。在  $10 \mu\text{m}$  以下，如理论预测的一样<sup>[29]</sup>，电导的对数  $\ln G$  和长度  $L$  有非常好的线性关系。

红色的实线是对样品尺寸在  $10 \mu\text{m}$  以下的电导数据进行线性拟合得到的。从拟合得到的斜率可以得到局域化长度  $\xi_0 = 3.4 \mu\text{m}$ 。但是当样品长度超过  $10 \mu\text{m}$  后，样品方块电导开始符合欧姆定律，即与长度无关。图 5 中红色虚线标示了样品尺寸在  $10 \mu\text{m}$  以上时的

电导变化趋势，代表经典的扩散输运区域。这种从非扩散到扩散输运的过渡，清楚地表明相位相干长度是  $10 \mu\text{m}$ 。

图 5 插图是样品 B2 低温  $2 \text{ K}$  时对应的电中性点的电导  $G_0$  与样品尺寸  $L$  的关系图。从对样品电导的线性拟合，我们得到 B2 的局域化长度是  $\xi = 1.1 \mu\text{m}$ ，比 B1 的局域化长度  $\xi_0 = 3.4 \mu\text{m}$  小。与样品 B1 相比较，样品 B2 内部的洞直径稍大，是  $120 \text{ nm}$ ，这对应着孔洞与孔洞之间是更窄的石墨烯纳米带宽度。下文中我们还会提到，孔洞的直径介于 B1, B2 之间 ( $100 \text{ nm}$ ) 的样品组 A 的局域化长度是  $2 \mu\text{m}$ ，正好也是介于 B1, B2 的局域化长度之间。这同我们的物理图像很符合：当反点网络的宽度更小，弹性平均自由程更短，因此局域化长度更短。

为了进一步验证我们从非扩散、介观的输运过渡到扩散、经典的输运行为的研究结论，我们制作了一个和样品组 B 具有同样霍尔矩形结构的参考样品做为对比。参考样品是用电子束蒸镀的方法制备

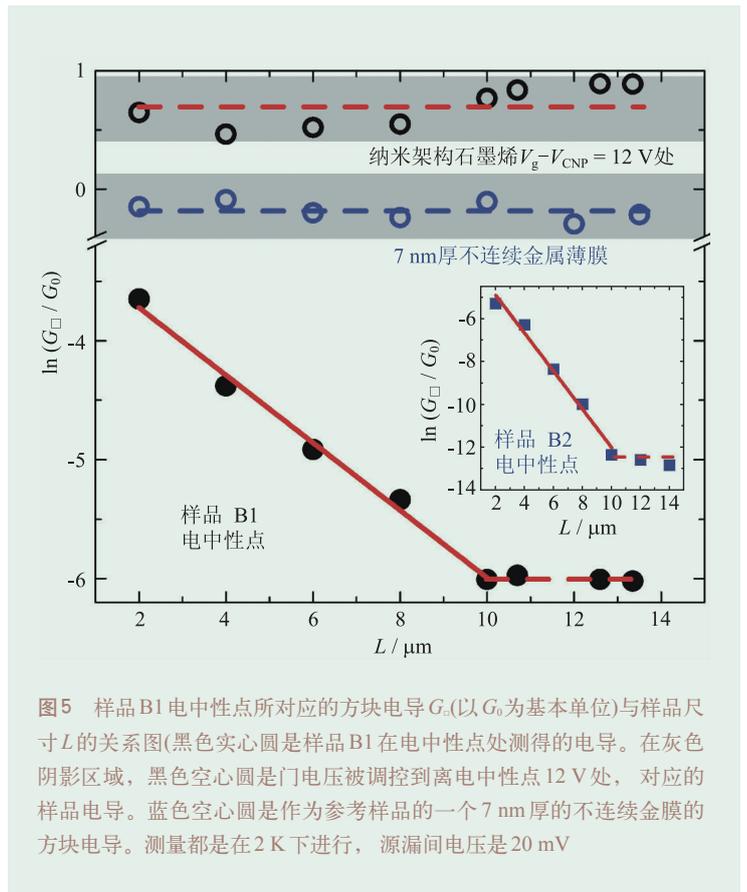


图 5 样品 B1 电中性点所对应的方块电导  $G_\square$  (以  $G_0$  为基本单位) 与样品尺寸  $L$  的关系图(黑色实心圆是样品 B1 在电中性点处测得的电导。在灰色阴影区域，黑色空心圆是门电压被调控到离电中性点  $12 \text{ V}$  处，对应的样品电导。蓝色空心圆是作为参考样品的一个  $7 \text{ nm}$  厚的不连续金属膜的方块电导。测量都是在  $2 \text{ K}$  下进行，源漏间电压是  $20 \text{ mV}$ )

而成的一个 7 nm 厚的不连续金膜。需要强调的是,不连续的金属薄膜已经被广泛地研究了四十余年,这种薄膜呈现出半导体的特性,它处在金属向绝缘体转变的边界,而本文讨论的位于电中性点处的纳米结构石墨烯是处于绝缘态的。因此我们用这样一个已经被研究得很彻底的材料作为对比样品。室温下,金膜的方块电阻是 34 k $\Omega$ ,和纳米结构石墨烯电中性点的电阻很接近。而不连续金膜在 2 K 时的电导(如图 5 中的蓝色空心圆所示),在微米尺度下符合扩散输运特性。由此可以看出,只有在电中性点处的纳米结构石墨烯,才具有如此独特的可延展到 10  $\mu\text{m}$  的大尺度非扩散介观输运。

图 5 中还用黑色空心圆表示门电压在离开电中性点时(即  $V_g - V_{\text{CNP}} = 12 \text{ V}$ )样品的电导。所有样品的电导已经大于量子电导,体系已经转变到了弱局域化区域<sup>[30, 31]</sup>,因此不会再有随样品尺寸变化的标度效果。同时,关于电导和温度的关系,只有符合变程跳跃电导关系  $\alpha = 1/3$  的现象被观测到,低温下也没有观测到由  $\alpha = 1/3$  转折到  $\alpha = 1/2$  的趋势。

### 3.5 磁场对局域化长度的影响

电子的量子力学相位是介观现象的基础,外加磁场会对介观现象产生明显的影响。这是因为外加磁场的磁通量  $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$ ,作为量子力学电子运动波函数  $\exp[-i(e/\hbar)\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}]$  额外的相位因子,会影响电子间相位相干信息。因此磁场效应是检测我们观测到的尺寸标度效应是否是由电子的相位相干引起的一种非常有效的方法。一维体系是一个例外,因为一维体系没办法容纳任何磁通量。

图 6(a) 是不同磁场下,样品组 A 电中性点的电导随样品尺寸的变化图。从图 6(a) 零磁场电导数据的线性拟合斜率我们可以得到局域化长度是 2  $\mu\text{m}$ 。这么大的二维局域化长度已经被理论预测和计算出来<sup>[32-34]</sup>。局域化长度和弹性平均自由程(elastic mean free path)  $l_m$  的关系是:  $\xi \cong l_m \exp[(\pi/2)k_F l_m]$ <sup>[5]</sup>,其中  $k_F$  是费米波矢。费米波矢可以从载流子浓度  $n$  推算出来。二维体系中载流子浓度是态密度(density

of states,即 DOS)和能量的乘积。石墨烯中电子能量可表示为  $E = \hbar k_F v_F = mv_F^2$ ,而态密度 DOS 可表示为  $g(E) = m/\pi\hbar^2 = E/v_F^2\pi\hbar^2$ ,因此  $n = g(E) \times E = k_F^2/\pi$ 。从而得到  $k_F = \sqrt{n\pi}$ 。(费米波矢是费米波长的倒数,因此当载流子浓度很低的时候,费米波长相应地很大。表征介观系统的一个重要的特征长度就是电子的费米波长。石墨烯在电中性点处可以保持比较低的载流子浓度(约  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ),从而达到大的费米波长(约几十个纳米),而纯金属的费米波长只有几个埃( $\text{\AA}$ )的量级,这是石墨烯的一个独特之处)。而电中性点的载流子浓度可以通过公式  $G^{-1} = G_s^{-1} + (ne\mu)^{-1}$ <sup>[35]</sup>,对图 2(a) 中室温下电导被门电压调控的曲线进行拟合得到:  $n = 2.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ 。拟合得到的参数  $G_s^{-1}$  对不同的样品都在 1—3 k $\Omega$  范围内,表明样品制备的可重复性很好。由此,我们得到样品组 A 的平均自由程  $l_m = 30 \text{ nm}$ 。对样品 B1 和 B2,可以用同样的方法得到平均自由程分别是 33 和 26 nm。

我们可以清楚地从图 6(a) 看出,外加磁场后,样品电导依然遵从标度理论,并且随着磁场的增大,局域化长度逐渐增长。1 T 时,  $\xi$  增长到 3.6  $\mu\text{m}$ , 2 T 时增到 6.25  $\mu\text{m}$ , 3 T 时增到 8.2  $\mu\text{m}$ 。样品 B1, B2 也有着同样的被磁场调节的行为:对样品 B1,  $\xi(0.25\text{T}) = 4.4 \mu\text{m}$ ,  $\xi(0.5\text{T}) = 5.7 \mu\text{m}$ ,  $\xi(1\text{T}) = 9.1 \mu\text{m}$ ;对样品 B2,  $\xi(1\text{T}) = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $\xi(2\text{T}) = 2.0 \mu\text{m}$ ,  $\xi(3\text{T}) = 2.6 \mu\text{m}$ ,  $\xi(4\text{T}) = 3.0 \mu\text{m}$ 。这种局域化长度随磁场变化的精确行为早在 1985 年就被 Ono<sup>[15]</sup> 根据二维 Anderson 强局域化理论计算并预测。我们把三组样品的局域化长度随磁场变化的趋势同理论进行拟合,画在图 6(b) 中,可见理论和实验符合得非常好。

由图 6(b) 和文献 [15] 我们可以得到  $B/B_0 = (ev_F^2\tau^2/\hbar)e^{1/\lambda}B$ ,其中  $B_0$  是弹性散射时间  $\tau$  的函数,  $\lambda = \hbar/E_F\tau$  是一个无量纲的常数。 $B_0$  和  $\tau$  之间的关系给估算平均自由程提供了另外一种方法。从样品组 A 可以得出  $B_0 = 0.075 \text{ T}$ (对样品 B1 和 B2,分别得到  $B_0$  等于 0.04 和 0.13 T),因而可以估算得到弹性散射时间  $\tau = 28 \text{ fs}$ 。玻尔兹曼扩散常数是

$D_B = v_F^2 \tau / 2 = 1.4 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ ，对应着平均自由程  $l_m = v_F \tau = 28 \text{ nm}$  (对样品 B1 和 B2，分别得到平均自由程  $l_m = 32 \text{ nm}$ ,  $24 \text{ nm}$ )。这个值和之前得到的  $30 \text{ nm}$  平均自由程是非常接近的 (对样品 B1 和 B2，分别得到平均自由程  $l_m = 33 \text{ nm}$ ,  $26 \text{ nm}$ )。态密度 DOS 也可以根据  $g = G/e^2 D_B$  求得，这里用的电导是  $2 \text{ K}$  时从  $1 \mu\text{m}$  大小的样品测得的。由此得到  $g = G/e^2 D_B = 1.7 \times 10^{15} / (\text{eV} \cdot \text{m}^2)$ 。这个态密度对应局域化长度最长的态，它只有可变跳跃电导态密度的  $1/50$ 。(1) 式正是基于两种不同态密度得到的简化的物理图像模型，从而得到的电导随温度变化的关系。

#### 4 库仑准能隙模型和实验参数的一致性检测以及相关物理讨论

我们用刚才得到的态密度来检测库仑准能隙模型的一致性。准能隙内部的所有总数可由  $n' = g k_B T_c = 1 / (\pi r_{ij}^2)$  求出，态与态之间的平均距离  $r_{ij}$  由此估计得到，即  $r_{ij} = 300 \text{ nm}$ 。由  $l = r_{ij} = 300 \text{ nm}$  和  $g = 1.7 \times 10^{15} / (\text{eV} \cdot \text{m}^2)$ ，我们得到无量纲常数  $A$  等于  $0.574$ ，这和我们根据(1)式从温度曲线(图3)拟合得到的值  $A = 0.58$  正好吻合。对  $T > T_c$  的区域，我们用从二维变程跳跃得到的态密度  $g_{\text{VRH}} = 8 \times 10^{16} / (\text{eV} \cdot \text{m}^2)$  和刚刚得到的  $A$  的值，可求出  $l = \zeta_{\text{VRH}} = 43.5 \text{ nm}$ ，这和本文前面求得的跳跃距离  $50 \text{ nm}$  也很相近。此外，库仑能隙  $\Delta \varepsilon$  还可以从库仑相互作用  $e^2 / 4\pi \kappa \varepsilon_0 r_{ij}$  估算得到。由  $\kappa = 2.45^{[30]}$  和  $r_{ij} = 300 \text{ nm}$ ，可以得到能隙为  $\Delta \varepsilon = 1.96 \text{ meV}$ ，对应着转变温度  $23 \text{ K}$ ，这也和图3中温度曲线得到的  $25 \text{ K}$  的转变温度很接近。需要注意的是，远离费米能级也可能会出现库仑作用。但是，当有一个高的态密度的背景存在时，这种效应就很难用电导  $G$  随温度  $T^\alpha$  中的  $\alpha = 1/3$  到  $1/2$  的转变判断出来。以上这些一致性的检测进一步证实了我们样品中库仑准能隙的存在。

低的态密度加上费米能级附近存在的库仑准能隙，是构成了大尺度相位相干长度的原因，从而使得我们实验上能够观测到介观输运现象。对于费米能级附近的 Anderson 局域态，如果它和临近的激发态之间有一个有限的能级间距  $\Delta \varepsilon$ ，那么电子向

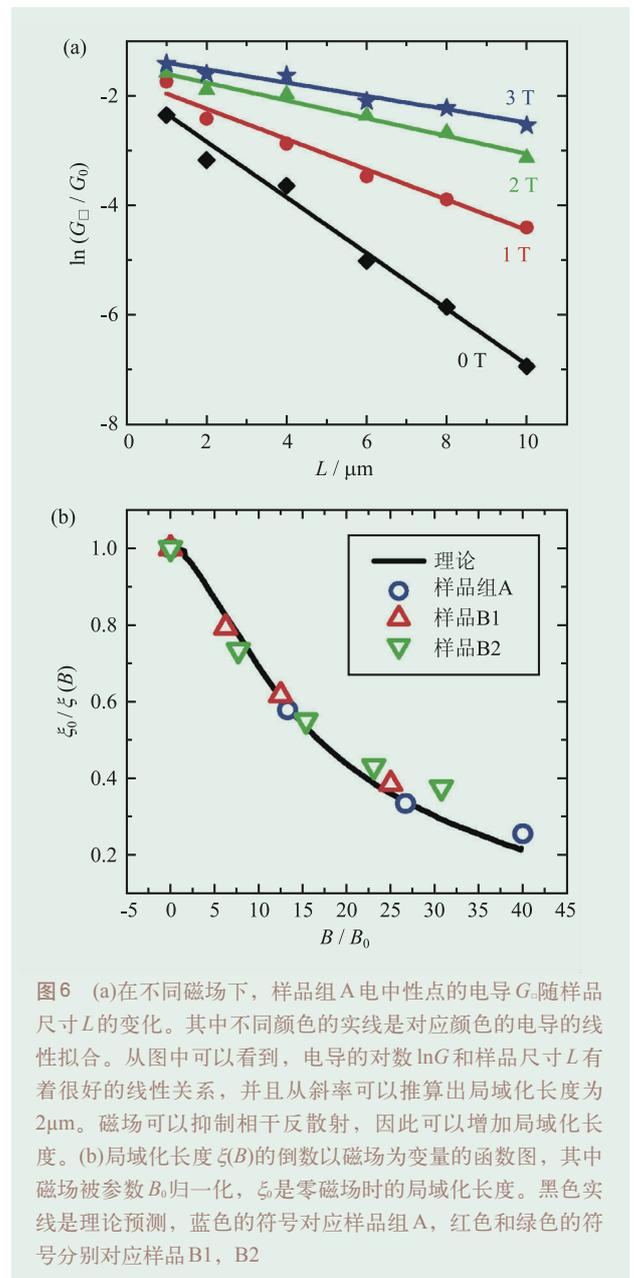


图6 (a)在不同磁场下，样品组A电中性点的电导  $G$  随样品尺寸  $L$  的变化。其中不同颜色的实线是对应颜色的电导的线性拟合。从图中可以看到，电导的对数  $\ln G$  和样品尺寸  $L$  有着很好的线性关系，并且从斜率可以推算出局域化长度为  $2 \mu\text{m}$ 。磁场可以抑制相干反散射，因此可以增加局域化长度。(b)局域化长度  $\xi(B)$  的倒数以磁场为变量的函数图，其中磁场被参数  $B_0$  归一化， $\xi_0$  是零磁场时的局域化长度。黑色实线是理论预测，蓝色的符号对应样品组A，红色和绿色的符号分别对应样品 B1, B2

上跃迁的机会就会减小；而由于费米海的存在，电子也不能向下跃迁，因此电子间的散射无法造成能量的改变，非弹性散射几率因此减小。那么当温度  $T \ll \Delta \varepsilon / k_B$  时，电子—电子间的散射就无法造成退相干作用。这里能隙  $\Delta \varepsilon$  的空间平均值是  $k_B T_c$  这个量级。因此，当  $T \ll 25 \text{ K}$  时，非弹性散射就会按指数级的规律被抑制<sup>[23]</sup>。低温下这么低的态密度也可以用库仑准能隙的存在来解释，因为库仑准能隙能把费米能级附近的态密度清空。对应  $1.1\text{—}3.4 \mu\text{m}$  的 Anderson 局域态，只有在低温下才能观测到，由此

可以判断这些态应该分布在(或者说十分靠近)费米能级。假如有对应更小的局域化长度的其他的局域态存在,他们都会被1.1—3.4  $\mu\text{m}$  这个区域内的态短路,因而不会被观测到。在石墨烯中,电声相互作用很弱,在低温下尤其如此<sup>[37-39]</sup>,因此没有考虑电声相互作用的必要。

## 5 结束语

我们首次报道了在纳米结构石墨烯样品电中性点处观测到的二维 Anderson 强局域化效应,并通过样品电导的尺寸标度,在三组具有不同反点大小的纳米结构石墨烯中,得到局域化长度分别为1.1, 2.0和3.4  $\mu\text{m}$ 。局域化长度随磁场的变化和理论预测符合得非常好。大尺度介观电学输运,在费米能级附近存在库仑准能隙,表现为二维变程跳跃通道的并行导电通道。低温下( $T < 25 \text{ K}$ )观测到的费米能级附近存在的库仑准能隙,抑制了电子与电子间的非弹性散射,从而使得相位相干长度增长到10  $\mu\text{m}$ 。实验上观测到的从介观输运(指数级的尺寸标度)到扩散输运(与尺寸无关的)的转变,进一步证实了相位相干长度是10  $\mu\text{m}$ 。大尺度的介观电学输运为石墨烯纳米器件的应用展示了光明的前景。

我们还可以从阿哈罗诺夫—玻姆(Aharonov-Bohm或AB)效应来测量相位相干长度<sup>[19]</sup>。测量AB效应时,在孔洞的周围,永远都会有一个和圆形电流路径有关的有效半径 $r$ ,对应的路径长度是 $\pi r \sim 200 \text{ nm}$ 。因此我们把由AB效应测得的相位相干长度归因于紧密排列在孔洞边缘的边缘局域态,它们的数量比费米能级附近的局域态多得多(50倍)。由于边缘态不可避免地会引入自旋反转散射(spin-flips catterings),因此可以预期,从AB效应的测量方法得到的相位相干长度要比本文报道的值小得多<sup>[19]</sup>。在从1  $\mu\text{m}$ 到10  $\mu\text{m}$ 的区域内,本文报道的尺寸标度方法提供了一种能得到与费米能级附近的局域态对应的局域化长度的十分独特的方法。但是相关的内容仍值得进一步研究。

当第一次观测到在纳米结构石墨烯中有比纯净石墨烯还要长的相位相干长度时<sup>[11]</sup>,会令人费解。

但是,我们的样品和纯净的石墨烯不同。纯净的石墨烯是一种半金属,而在电中性点附近的纳米结构石墨烯是绝缘体,费米能级附近的局域态是有库仑准能隙的 Anderson 局域态。类似定性的情况在无序的氧化铟中也曾遇到<sup>[24]</sup>,他们观测到无序态的氧化铟中非弹性的电子散射率和结晶态相比会减小很多,这归因于费米能级附近无序态的能谱分裂。

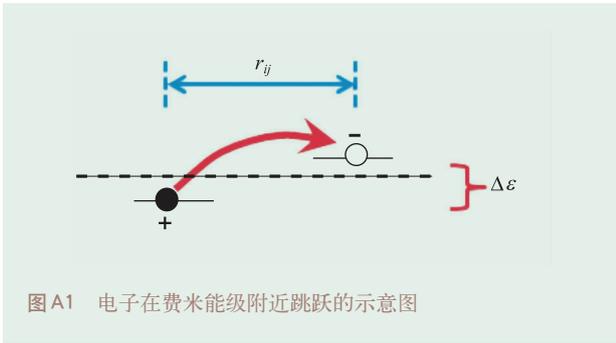
对石墨烯如何取得大尺度的相位相干长度进行研究不仅有深远的科学意义,而且对技术领域也会有很重要的影响。但必须指出的是,我们对于介观物理现象的探索远没有结束,仍有很多问题有待深入研究。比如说,库仑准能隙只能在电中性点被观测到,而远离电中性点却没有证据能够证明库仑准能隙的存在。最直观的解释是这两处的载流子浓度不同。当一个高的态密度的背景存在时,这种效应很难用我们的简化模型,从电导随温度 $T^\alpha$ 中的 $\alpha = 1/3$ 到 $1/2$ 的转变来判断。究竟是什么原因导致了这一结果,仍有待理论计算给予解释。也许我们只是掀开了介观物理世界帷幕的一角。

随着科技的飞速发展,现代电子器件的尺度在不断缩小,已经可以达到和本文所得到的大尺度的相位相干长度同样的数量级或更小。我们可以想象,在不久的将来,电子的相位可以被电子器件直接操控,届时,也许会将电子工业的发展推向一个新的高潮。

**致谢** 本文论述的主要工作<sup>[1]</sup>是同路建明、石武、王喆、张淳、孙明远、郑远、陈其宏、王宁、林志忠等人合作完成的。在此对他们对该工作的贡献表示感谢。

### 附录A:二维变程跳跃电导表达式的推导

假设费米能级附近分布着一些离散的局域化的电子态。这些电子可以被激发到导带,但这通常需要很大的激发能。或者电子也可以从一个局域态“跳跃”(hop)到其他的态上去(见图A1)。这就叫做跳跃电导(hopping conduction)。



图A1 电子在费米能级附近跳跃的示意图

电子从费米能级以下的一个局域态位置跳跃到费米能级以上的一个空位置时, 需要满足两个条件: 一个是需要热激发提供能量  $\Delta\varepsilon$ , 另一个是需要隧穿通过空间距离  $r_{ij}$ 。跳跃几率(hopping probability)  $P$  就等于两者概率的乘积<sup>[22]</sup>, 即

$$P = \exp(-\Delta\varepsilon/k_B T) \times \exp(-2\chi r_{ij}), \quad (\text{A1})$$

其中  $\chi$  是隧穿系数, 单位为 1/长度。

Mott<sup>[21]</sup> 是第一个提出这两种几率之间会有竞争, 从而可以得到跳跃的最大几率, 进而得到变程跳跃电导公式  $\ln G \propto (T_0/T)^\alpha$ , 二维情况下,  $\alpha=1/3$ 。以下是一个非严谨的推导。

态密度  $g$  表示的是每单位面积单位能量内的电子数, 假设它是个常数, 那么二维态密度可以表示为  $g = \frac{1}{\pi r_{ij}^2 \Delta\varepsilon}$ ; 则有  $\Delta\varepsilon = \frac{1}{\pi r_{ij}^2 g}$ 。跳跃几率为

$$P = \exp(-1/\pi r_{ij}^2 g k_B T) \times \exp(-2\chi r_{ij}) \\ = \exp\left[-\frac{1}{\pi r_{ij}^2 g k_B T} - 2\chi r_{ij}\right] \quad (\text{A2})$$

当  $\frac{1}{\pi r_{ij}^2 g k_B T} = 2\chi r_{ij}$  时, 即  $r_{ij} = (2\pi g \chi k_B)^{-1/3} T^{-1/3}$  时, 对应跳跃概率  $P$  的最大值为:  $P_{\max} = \exp[-4\chi(2\pi g \chi k_B)^{-1/3} T^{-1/3}]$ 。由此我们可以得到  $G \propto \exp[-(1/T)^{1/3}]$ , 这就是 Mott 提出的变程跳跃电导在二维体系中对应的温度关系。有关严格的推导, 可参考文献[5]。

### 附录B: 库仑准能隙

我们从同样的跳跃几率公式(A1)出发。如果电子从费米能级下的局域态跳跃到费米能级上的其他态后, 原来的位置就成为空穴, 带正电, 新

的位置为电子占据, 带负电。那么就会存在库仑相互作用(Coulomb correlation), 相互作用能量为  $-e^2/\kappa r_{ij}$ 。

推导库仑准能隙的起点是确认在跳跃前的态为基态, 也就是最低能态。基态必须是恒定的, 因此  $\Delta\varepsilon - e^2/\kappa r_{ij} \geq 0$ , 否则跳跃会造成更低的能态, 因而造成与起点的矛盾。因此  $\Delta\varepsilon \geq e^2/\kappa r_{ij}$  是基态的稳定条件(stability condition)。这条件意味着在费米能级附近, 即  $\Delta\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $r_{ij}$  必须趋近于无穷大( $\rightarrow \infty$ )。也就是说, 费米能级附近的态密度必须非常小, 甚至是零。再进一步推导, 就可以从态密度的定义得到  $g \sim \frac{1}{\pi r_{ij}^2 \Delta\varepsilon} = (\kappa^2/\pi e^4)\Delta\varepsilon$ , 即在库仑准能隙中, 二维态密度和能量成线性的关系。

把临界情况  $r_{ij} = e^2/\kappa \Delta\varepsilon$  带入到公式(A1)中, 可以得到

$$P = \exp(-\Delta\varepsilon/k_B T) \times \exp(-2\chi e^2/\kappa \Delta\varepsilon) \\ = \exp\left[-\frac{\Delta\varepsilon}{k_B T} - \frac{2\chi e^2}{\kappa \Delta\varepsilon}\right] \quad (\text{B1})$$

当  $\frac{\Delta\varepsilon}{k_B T} = \frac{2\chi e^2}{\kappa \Delta\varepsilon}$  时, 即  $\Delta\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{2\chi e^2 k_B}{\kappa}\right) T}$  时, 同样

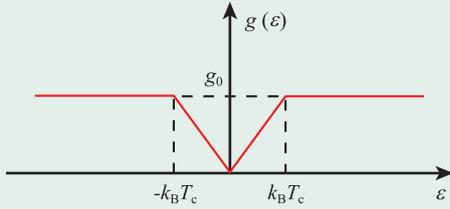
对应着一个最大几率  $P = \exp\left[-\frac{2\Delta\varepsilon}{k_B T}\right] = \exp\left[-\sqrt{\left(\frac{8\chi e^2}{\kappa k_B}\right) \frac{1}{T}}\right]$ , 由此我们可以得到  $G \propto \exp[-(1/T)^{1/2}]$ 。这就是库仑相互作用体系对应的温度关系。

### 附录C: 在有库仑准能隙存在时的电导与温度的关系

以上是假设  $g \sim \Delta\varepsilon$  可以延伸到无穷大的  $\Delta\varepsilon$ , 但在现实系统中这是不可能的。更现实的态密度如图C1所示。对应这样的态密度, 它的电导与温度的关系可以推导如下:

我们对跳跃几率公式(A1)做一些修改, 用  $N(\varepsilon)$  表示载流子浓度, 那么  $r_{ij} \propto 1/N^{1/2}(\varepsilon)$ ; 令  $l = 1/\chi$ ,  $l$  则表示局域态的平均大小。公式(A1)可改写为:

$$G \propto \exp\left[-\left(\frac{1}{N^{1/2}(\varepsilon)l} + \frac{\varepsilon}{k_B T}\right)\right], \quad (\text{C1})$$



图C1 态密度以能量  $\varepsilon$  为变量的函数图

其中  $N(\varepsilon)$  是载流子浓度(单位是 1/面积),  $N(\varepsilon)$  是态密度的能量积分,  $N(\varepsilon) = \int g(\varepsilon) d\varepsilon$ , 其中  $g$  表示态密度。二维变程跳跃电导的温度关系  $G \sim \exp[-(T_0/T)^\alpha]$ , 其中  $\alpha=1/3$ , 是建立在态密度是个常数的基础上。假设费米能级附近打开了一个库仑准能隙, 那么在二维体系中, 这个准能隙内部的态密度和能量是成线性关系的。基于这两种态密度关系, 我们建立了一个可变的态密度模型, 如图 C1 所示。

根据图 C1, 态密度可以表示为

$$\begin{aligned} g(\varepsilon) &= g_0 \frac{\varepsilon}{k_B T_c}, & |\varepsilon| \leq k_B T_c; \\ g(\varepsilon) &= g_0, & |\varepsilon| > k_B T_c. \end{aligned} \quad (C2)$$

载流子浓度可以表示为

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon = g_0 \frac{\varepsilon^2}{k_B T_c}, & |\varepsilon| \leq k_B T_c; \\ N(\varepsilon) &= 2 \int_{k_B T_c}^{\varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon + g_0 k_B T_c \\ &= g_0 (2|\varepsilon| - k_B T_c), & |\varepsilon| > k_B T_c. \end{aligned} \quad (C3)$$

归一化能量, 并把能量  $\varepsilon$  除以  $k_B T_c$ , 用  $x$  表示, 即  $x = \varepsilon/k_B T_c$ , 得到

$$\begin{aligned} N^{1/2}(x) &= \sqrt{g_0 k_B T_c} x, & |x| \leq 1; \\ N^{1/2}(x) &= \sqrt{g_0 k_B T_c} \sqrt{2x-1}, & |x| > 1. \end{aligned} \quad (C4)$$

把这个表达式代入到公式(C1)中, 则跳跃电导  $G$  可以表示为

$$\begin{aligned} G &\propto \exp\left[-\left(\frac{1}{l\sqrt{g_0 k_B T_c} x} + x \frac{T_c}{T}\right)\right], & |x| \leq 1; \\ G &\propto \exp\left[-\left(\frac{1}{l\sqrt{g_0 k_B T_c} \sqrt{2x-1}} + x \frac{T_c}{T}\right)\right], & |x| > 1. \end{aligned} \quad (C5)$$

求函数  $G(x)$  相对于  $x$  的最大值, 用  $a(b)$  表示低温(高温)时局域态间的距离,  $g_0(g_1)$  表示低温(高温)时的态密度, 可以得到对应最大值的  $x$ , 用  $x_m$  来表示, 如下式所示:

$$\begin{aligned} x_m &= \frac{\sqrt{T}}{\left[a\sqrt{g_0 k_B T_c^3}\right]^{1/2}}, & x_m \leq 1; \\ x_m &= \frac{T^{2/3}}{2\left[b\sqrt{g_1 k_B T_c^3}\right]^{2/3}} + \frac{1}{2}, & x_m > 1. \end{aligned} \quad (C6)$$

令  $x_m = 1$ , 则可以得到转折点对应的温度  $T = a\sqrt{g_0 k_B T_c} T_c$ 。

最后我们把公式(C6)代入公式(C5), 则可以得到电导对温度的关系:

$$\begin{aligned} T &< a\sqrt{g_0 k_B T_c} T_c \text{ 时,} \\ G &\propto \exp\left[-\left(2\sqrt{\frac{T_c}{a\sqrt{g_0 k_B T_c}}}\right) T^{-1/2}\right]; \\ T &> a\sqrt{g_0 k_B T_c} T_c \text{ 时,} \\ G &\propto \exp\left[-\left(\frac{3T_c^{1/3}}{2\left[b\sqrt{g_1 k_B T_c^3}\right]^{2/3}}\right) T^{-1/3} - \left(\frac{T_c}{2}\right) T^{-1}\right]. \end{aligned} \quad (C7)$$

现在我们对上面的推导公式进行归一化。我们从无量纲常数  $\bar{g} = gl\sqrt{g/l^2 k_B T_c}$  开始。其中  $g$  和  $l$  既可以代表靠近费米能级附近(库仑准能隙内)的态, 又可以代表远离费米能级的态(对高温下的二维跳跃电导起贡献的态)。如正文中图 4 所示, 我们把  $\bar{g}$  画成以  $x = \varepsilon/k_B T_c$  为变量的函数。 $\bar{g}$  就可以表示成:

$$\begin{aligned} \bar{g}(x) &= A|x|, & |x| \leq 1; \\ \bar{g}(x) &= A, & |x| > 1. \end{aligned} \quad (C8)$$

式中  $A = l\sqrt{g k_B T_c}$ 。将态密度归一化的优点是,  $A$  是个近似常数, 那么局域态的大小  $l$  可以独立变化, 而  $l\sqrt{g}$  这个乘积作为常数  $A$  的一部分 ( $k_B T$  固定不变) 也一定是保持不变。归一化的标准是基于: 局域态之间的平均距离  $\bar{r}_{ij}$  决定了只有大小为相同量级的态才能起作用。这是因为, 如果  $l \gg \bar{r}_{ij}$ , 则意味着只有热激发起作用, 而不是距离上的跳跃起作用。而在另一种极限情况下, 即  $l \ll \bar{r}_{ij}$ , 热激发或跳跃概率都很低, 这种情况下的总体跳跃电导可以忽略不计。所以此处只有  $l \sim \bar{r}_{ij}$  才能对跳跃电导有较大贡献。由于态密度和局域态的面积成反比关系:  $g \sim \bar{r}_{ij}^{-2}$ 。所以  $l\sqrt{g}$  是一个常数。在我们的推导中, 把态密度分为一个低温区和一个高温区, 这两个区

域分别对应不同的  $l$  和  $g$  的值。  $A$  是个常数这个事实，可以用来检测理论模型和实验数据的一致性。

根据公式(C8)，载流子浓度可表示为

$$\bar{N}(x) = \int_{-1}^1 \bar{g}(x) dx = Ax^2, \quad |x| \leq 1; \quad (C9)$$

$$\bar{N}(x) = 2 \int_0^x \bar{g}(x) dx + A = A(2|x| - 1), \quad |x| > 1.$$

跳跃电导  $G$  可表示为

$$G = \exp \left[ - \left( \frac{1}{l \sqrt{N(\varepsilon_0)}} + \frac{\varepsilon_0}{kT} \right) \right] = \exp \left[ - \left( \frac{1}{\sqrt{A \bar{N}(x)}} + \frac{x T_c}{T} \right) \right]. \quad (C10)$$

求函数  $G(x)$  相对于  $x$  的最大值，可以得到对应最大值的  $x$ ，用  $x_m$  来表示：

$$x_m = \sqrt{\frac{T}{AT_c}}, \quad |x| \leq 1; \quad (C11)$$

$$x_m = \frac{1}{2} \left( \frac{T}{AT_c} \right)^{2/3} + \frac{1}{2}, \quad |x| > 1.$$

把上式代入公式(C10)中，可以得到

$$\text{低温区: } G \propto \exp \left[ - \left( 2 \sqrt{\frac{T_c}{A}} \right) T^{-1/2} \right];$$

$$\text{高温区: } G \propto \exp \left[ - \left( \frac{3T_c^{1/3}}{2A^{2/3}} \right) T^{-1/3} - \left( \frac{T_c}{2} \right) T^{-1} \right]. \quad (C12)$$

高温时， $1/T$  这一项的影响很小，起主要作用的仍是  $T^{-1/3}$ ，因此在高温区域，依然是二维变程跳跃起主导作用。

## 参考文献

- [1] Zhang H, Lu J, Shi W *et al.* Phys. Rev. Lett., 2013, 110:066805
- [2] Lee P A, Ramakrishnan T V. Rev. Mod. Phys., 1985, 57: 287
- [3] Geim A K, Novoselov K S. Nature Mater., 2007, 6: 183
- [4] Wu Y, Perebeinos V, Lin Y M *et al.* Nano Lett., 2012, 12: 1417
- [5] Sheng P. Introduction to Wave Scattering, Localization, and Mesoscopic Phenomena (2nd Edition). Berlin: Springer-Verlag, 2006
- [6] Gershenson M E, Khavin Y B, Mikhalechuk A G *et al.* Phys. Rev. Lett., 1997, 79: 725
- [7] Gomez-Navarro C, Pablo P J D, Gomez-Herrero J *et al.* Nature Mater., 2005, 4: 534
- [8] Xu G, Torres C M, Tang J *et al.* Nano Lett., 2011, 11: 1082
- [9] Elias D C, Nair R R, Mohiuddini T M G *et al.* Science, 2009, 323: 610
- [10] Hong X, Cheng S H, Herding C *et al.* Phys. Rev. B, 2011, 83: 085410
- [11] Moser J, Tao H, Roche S *et al.* Phys. Rev. B, 2010, 81: 205445
- [12] Li W, He Y, Wang L *et al.* Phys. Rev. B, 2011, 84: 045431
- [13] Anderson P W. Phys. Rev., 1958, 109: 1492
- [14] Abrahams E, Anderson P W, Licciardello D C *et al.* Phys. Rev. Lett., 1979, 42: 673
- [15] Ono Y. Prog. Theor. Phys. Suppl., 1985, 84: 138
- [16] Bai J, Zhong X, Jiang S *et al.* Nature Nanotech., 2010, 5: 190
- [17] Shen T, Wu Y Q, Capano M A *et al.* Appl. Phys. Lett., 2008, 93: 122102
- [18] Eroms J, Weiss D. New J. Phys., 2009, 11: 095021
- [19] Giesbers A J M, Peters E C, Burghard M *et al.* Phys. Rev. B, 2012, 86: 045445
- [20] Bai J, Cheng R, Xiu F *et al.* Nature Nanotech., 2010, 5: 655
- [21] Mott N F. J. Non-Crystal. Solids, 1968, 1: 1
- [22] Shklovskii B I, Efros A L. Electronic properties of doped semiconductors. Berlin: Springer-Verlag, 1984
- [23] Blanter Y M. Phys. Rev. B, 1996, 54: 12807
- [24] Ovadyahu Z. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 156602
- [25] Han M Y, Özyilmaz B, Zhang Y *et al.* Phys. Rev. Lett., 2007, 98: 206805
- [26] Stampfer C, Güttinger J, Hellmüller S *et al.* Phys. Rev. Lett., 2009, 102: 056403
- [27] Skal A S, Shklovskii B I. Sov. Phys. Solid State, 1974, 16: 1190
- [28] Withers F, Dubois M, Savchenko A K. Phys. Rev. B, 2010, 82: 073403
- [29] Sheng P. Philos. Mag. B, 1992, 65: 357
- [30] McCann E, Kechedzhi K, Fal'ko V I *et al.* Phys. Rev. Lett., 2006, 97: 146805
- [31] Tikhonenko F V, Horsell D W, Gorbachev R V *et al.* Phys. Rev. Lett., 2008, 100: 056802
- [32] Lherbier A, Biel B, Niquet Y-M *et al.* Phys. Rev. Lett., 2008, 100: 036803
- [33] Lherbier A, Blase X, Niquet Y-M *et al.* Phys. Rev. Lett., 2008, 101: 036808
- [34] Leconte N, Lherbier A, Varchon F *et al.* Phys. Rev. B, 2011, 84: 235420
- [35] Jang C, Adam S, Chen J H *et al.* Phys. Rev. Lett., 2008, 101: 146805
- [36] Konar A, Fang T, Jena D. Phys. Rev. B, 2010, 82: 115452
- [37] Lin J J. Physica B, 2000, 279: 191
- [38] Lin J J, Bird J P. J. Phys. Condens. Matter, 2002, 14: R501
- [39] Stauber T, Peres N M R, Guinea F. Phys. Rev. B, 2007, 76: 205423