

固态格点自旋体系中的量子关联*

张国锋[†]

(北京航空航天大学 物理科学与核能工程学院物理系 北京 100191)

2012-05-13 收到

[†] email: gf1978zhang@buaa.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20130803

Quantum correlation based on lattice spin systems

ZHANG Guo-Feng[†]

(Department of Physics, School of Physics and Nuclear Energy Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

摘要 量子态的关联特性是量子通信和量子计算的重要资源。文章首先回顾了经典关联、量子关联的概念以及常用的度量方法,随后简要介绍了作者最近对固态格点自旋体系中量子关联的研究成果。最后对未来量子关联的研究指出了几个方向。

关键词 量子纠缠, 量子关联, 固态格点自旋体系

Abstract The correlation properties of quantum states are an important resource for quantum communication and quantum computing. In this paper, the concept and measurement of classical and quantum correlation are introduced, and some recent results of research on quantum correlation based on solid state lattice spin systems are presented. Certain interesting new research topics are pointed out in the conclusion.

Keywords quantum entanglement, quantum correlation, solid state lattice spin system

1 引言

在关于时空和引力的基本理论——相对论以及研究微观粒子运动规律的物理学分支学科——量子力学诞生前,关联泛指一切物理态以及表示物理态的物理量之间的牵连、联系。随着相对论和量子力学的诞生,以前的物理学被称为经典物理学,相应地,描述以前物理现象的量都被称为经典物理量。与经典物理学对应的是量子物理学、相对论物理学,经典物理学可以看作是量子物理学在某种情况下的近似。可以说,整个世界是量子的,描述其运动、作用等的物理学规律也遵循量子力学规律。随之,关联就被分为经典关联和量子关联两类。用光学语言简单地说,经典关联就是经典物理学中的相干性,经典相干性的

实质是由光场的经典干涉效应来量度的(也就是能否产生明暗相间的干涉条纹)。产生干涉的条件是:(1)两束光的频率相同;(2)两束光的振动方向相同或者有相互平行的分量;(3)两束光的相位差不随时间变化。而且相干性可以分为时间相干性和空间相干性,典型装置分别为迈克尔逊干涉仪和杨氏双缝装置。

量子力学则认为,在亚原子条件下,粒子的运动速度和位置不可能同时得到精确的测量,微观粒子的动量、电荷、能量、粒子数等特性都是分立不连续的,量子力学定律不能描述粒子运动的轨道细节,只能给出相对几率。微观粒子的运动状态通称为量子态,它由一组量子数决定的波函数来表征,不同于经典物理态。量子力学还认

* 国家自然科学基金(批准号:11174024)、中央高等学校基本科研业务费专项(批准号:YWF-13-D2-JC-19)资助项目

为,任何物质都具有波动性。例如,杨氏双缝实验也可以用电子来完成,从电子源发射出的每一个电子,可以穿过两条狭缝中的任何一条狭缝,因此,有两条抵达观察屏最终位置的路径可供选择。伴随着每一条路径有一个不同的量子态,这两个量子态相互干涉的结果决定了电子抵达观察屏最终位置的概率分布,也形成了观察屏的干涉图样,这种相互干涉的能力展现出微观粒子的“量子相干性”,也即量子关联。假若,试着测量电子到底是经过哪一条狭缝,那么,两个量子态的相位关联就不再存在,这双态系统就会被非相干化了,也就是发生了退相干现象。大尺寸的(宏观的)量子相干会导致新颖奇异的现象。例如,激光、超导体、超流体等,都是高度相干的量子系统,它们产生的效应可以在宏观尺寸观察到。这些量子相干范例系统最典型的是玻色—爱因斯坦凝聚态(图1(a):所有组成凝聚态的粒子都同相,可以用单独一个量子波函数来描述)和超导态(图1(b))。无论是玻色—爱因斯坦凝聚态还是超导态,在未来的信息储存中都具有重要的作用。现在的理论认为,量子关联来自于代表微观粒子状态的量子态、观察量、测量等算符之间的非对易。量子关联违背经典数学关系(即所谓Bell不等式:1965年Bell提出的一个强有力的数学不等式。该定理在定域性和实在性的双重假设下,对于两个分隔的粒子同时被测量时,会对其结果的可能关联程度建立一个严格的限制,该不等式所表明的关系,对任何定域

实在的经典系统都是正确的),这是量子力学最不可思议的地方之一。

量子关联最好的展示就是量子纠缠态的产生。量子纠缠是一种非局域的关联,它是量子力学区别于经典力学的一个本质特征,可以存在于相隔非常遥远且没有相互作用的两个量子体系之间。例如一对相隔很远的原子、光子、电子等,无论两个粒子被分开多远,只要对其中一个粒子进行操作或作用,必将影响到另一个粒子,而一般的经典关联不具备这样的性质。近年来,量子纠缠态已经成为量子通信和量子计算中的重要资源^[1],很多经典方法所不能实现的量子信息方案都可以通过量子纠缠来辅助实现。在演示量子关联的实验中,一般都是利用一个光源发射一对相互纠缠的光子(a和b),观察者Alice和Bob分别测量光子a和b的偏振,通过两体的偏振态情况说明量子关联。最近,人们又发现,一个任意光源发射的光子a,先后经历两次偏振方向的测量,如果第一次测到的是 $|H\rangle$ 态(表示该光子处于水平偏振态),则第二次测到的必定是 $|V\rangle$ 态(表示该光子处于垂直偏振态),反之亦然。我们知道,前面的实验来源于两个客体(a和b),而后面的实验只是一个客体,这意味着光子自己和自己发生了量子关联^[2],也即量子关联可以在单一系统中发生,量子关联是量子态本身的属性,不在于信息在关联对象(a和b)之间的交换。

量子纠缠可以在许多内含量子关联的物理体系中实现,人们对非量子纠缠的量子关联的研究

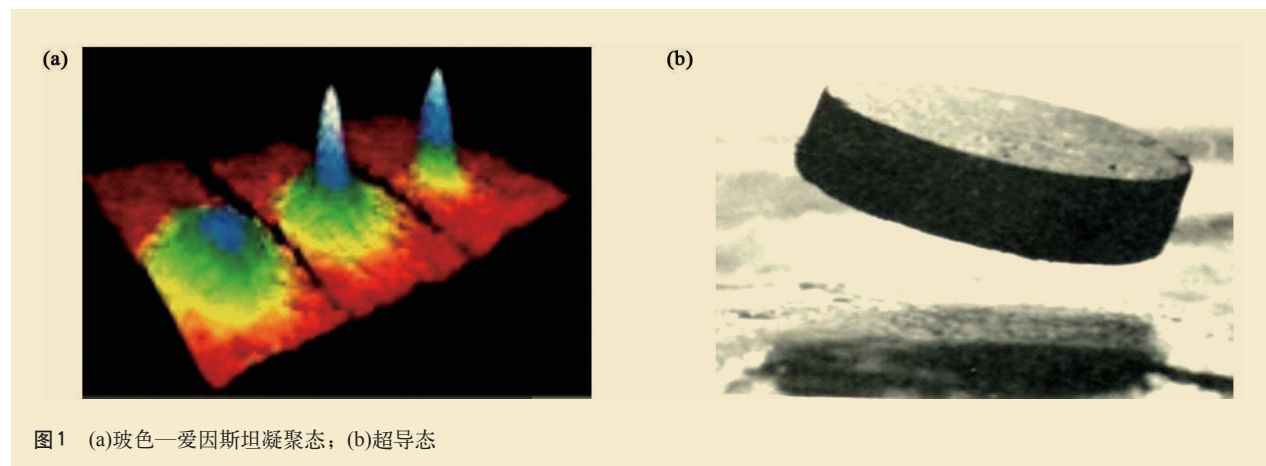


图1 (a)玻色—爱因斯坦凝聚态;(b)超导态

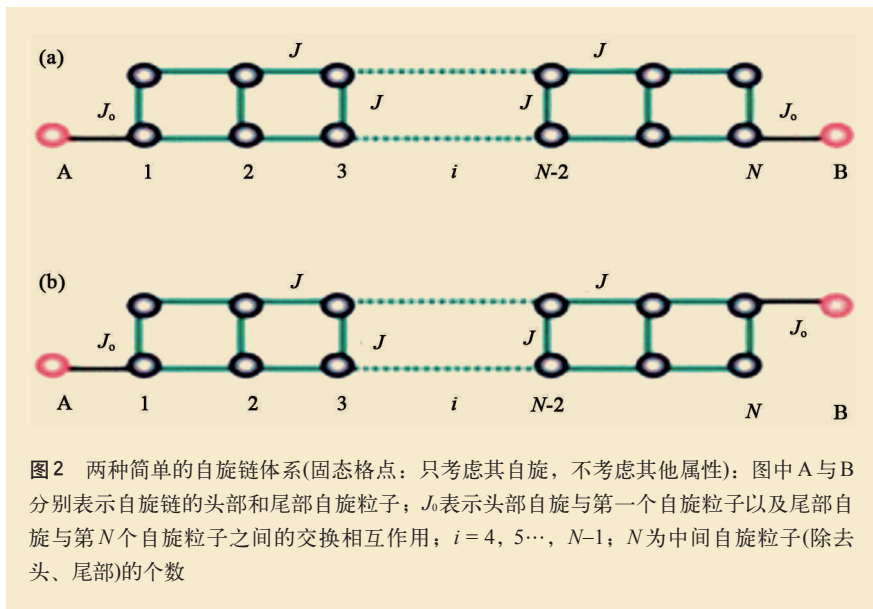


图2 两种简单的自旋链体系(固态格点:只考虑其自旋,不考虑其他属性):图中A与B分别表示自旋链的头部和尾部自旋粒子; J_0 表示头部自旋与第一个自旋粒子以及尾部自旋与第N个自旋粒子之间的交换相互作用; $i=4, 5, \dots, N-1$;N为中间自旋粒子(除去头、尾部)的个数

却远比量子纠缠晚很多。在量子信息科学研究的初期,人们就逐渐认识到量子纠缠是量子信息技术得以优越于目前经典技术的关键所在。然而随着最近几年的深入探讨和研究,人们发现了一个更加普遍的概念——量子关联,它折射出的是量子态各部分之间的相互联系。而以前研究甚多的量子纠缠只是量子关联中特殊的一类。继而人们又发现,没有量子纠缠的量子关联也能实现很多的量子信息过程(如 grover 搜索^[3]和单量子比特确定性量子计算等^[4]),而且量子关联可以不被环境所破坏^[5]。然而,迄今为止,有关量子关联的研究大部分都属于数学讨论的范畴,并没有应用到具体的物理体系中,这是由于量子关联本身的数学分类、刻画、度量等还没有很成熟的理论。尽管也有一些有关具体物理体系的研究,但也仅仅局限于量子光学体系中,这一方面是因为量子光学体系在量子信息研究中处于领先地位;另一方面是因为控制原子比控制电子自旋或核自旋要容易得多。但是我们知道,实际应用的大规模的量子信息处理任务需要在一种可扩展和易于集成的系统中实现,格点自旋系统就是其中非常有潜力的备选系统,无论在量子态的传输中还是利用自旋之间相互作用构造量子逻辑门方面都显示出了其他物理体系不可替

代的作用和优势。正因为其独特的魅力,过去对于自旋体系的量子纠缠,人们做了很多研究工作。类比地想,自旋体系中其他非量子纠缠的量子关联的研究也是十分有趣和必要的。

本文将着眼于格点自旋体系中总的非经典关联(量子关联),首先介绍它的一些不同度量方法;然后结合我们所做的几个理论工作阐述量子关联在自旋环境下的演化,尤其是和量子纠缠的对比;最后对量子关联的研究进行小结和展望。

2 基于 Heisenberg 相互作用的固态格点自旋体系

自从 Haldane 对整数自旋的一维 Heisenberg 链研究之后^[6, 7],量子自旋链的物理问题就成了许多理论和实验的研究主题。国内外的很多研究表明,利用量子自旋链可以实现量子信息处理^[8-15]。所谓自旋链(见图2,其中 J 表示自旋与自旋之间的 Heisenberg 交换相互作用),简单地说就是一串只考虑自旋自由度的微观粒子,自旋之间有 Heisenberg 交换相互作用,当然整个自旋链可以处于外加电磁场中。事实上,Heisenberg 交换相互作用可用来描述很多固态体系,将 Heisenberg 相互作用作为最基本量子比特之间的相互作用,这种作用将会使量子比特之间产生量子纠缠,同时,用局域磁场来控制单个量子比特的旋转,这里可假定量子比特用电子或核子自旋来实现。已经有文献表明:Heisenberg 相互作用可直接用来实现转置 α 量子门(一种量子逻辑门),再配以单量子比特(qubit,相当于经典计算机中的 bit)旋转门,可构成完备的量子计算基本门^[13]。

3 量子失协和测量诱导的扰动

3.1 量子失协(quantum discord, QD)

一般地说,我们对事物或者体系的认识来源于对事物或者体系的测量。不同时刻进行的测量,得到的结果可能不同。在测量的过程中,需要通过仪器A和待测量的体系S的相互作用来建立A与S之间的关联,随后通过对仪器A的读取来获知体系S的信息。在经典信息论范畴内,体系S所处的状态以及仪器A的测量结果可以由相应的随机变量描述。在此基础上定义这两组随机变量的交互信息 $C(S:A) = H(S) - H(S|A)$, 其中 $H(X) = -\sum_x p(X=x) \log_2 p(X=x)$ 为 Shannon 信息熵^[16], 表示包含在体系X中的信息 ($X=S, A$); 而 $H(S|A) = \sum_a p(A=a) H(S|A=a)$ 为获知仪器A的测量结果后, 体系S中包含的未知信息。因此, 交互信息描述了平均而言通过读取仪器A而获知的包含在体系S中的信息量。根据 Bayes 定律, $H(S|A) = H(S, A) - H(A)$ 。这里, $H(S, A)$ 表示将S与A视为一个整体时, 该体系所包含的总信息量。于是, 即可得到经典上等价的另一个交互信息的定义 $I(S:A) = H(S) + H(A) - H(S, A)$ 。考虑量子测量过程时, 量子仪器A, 待测量子体系S, 以及两者组成的复合体系分别由密度矩阵 ρ_A, ρ_S 和 ρ_{SA} 描述, Shannon 信息熵也相应地要改为 Von Neumann 熵 $S(\rho) = -\text{tr} \rho \log_2 \rho$ 。这样交互信息 $C(S:A)$ 的量子形式就成了 $C(\rho_{SA}) = \max[S(\rho_S) - \sum_k p_k S(\rho_{S|\Pi_k})]$, 这里 \max 表示求最大值, 而且是在所有 Π_k 中求最大值。 $\{\Pi_k\}$ 为对量子仪器A进行的正交投影测量, $p_k = \text{Tr}(\rho_{SA} \Pi_k^A)$ 为测量结果为 a_k 的概率, 而 $\rho_S \Pi_k$ 为测量结果为 a_k 时体系S所处量子态的密度矩阵。 $C(\rho_{SA})$ 所描述的物理量为通过读取量子仪器A的测量结果而获知的体系S的信息量, 称为经典关联(classical correlation)。然而 $I(S:A) = H(S) + H(A) - H(S, A)$ 的量子形式为 $I(\rho_{SA}) = S(\rho_S) + S(\rho_A) - S(\rho_{SA})$, 称为量子交互信息, 用来度量量子体系S和A之间的总关联^[17]。 $I(\rho_{SA})$ 与 $C(\rho_{SA})$ 是不等价的,

二者之差定义为量子失协 $D(\rho_{SA}) = I(\rho_{SA}) - C(\rho_{SA})$ 。量子失协的物理意义是, 平均而言, 通过对量子仪器A的最优化的投影测量仍无法获得的S与A之间的交互信息, 它描述了S与A之间关联的量子性, 因而可以作为量子关联的度量。这是一个物理意义明显而又有重要价值的量子关联度量, 但其难以计算的特征一直阻碍着这方面的研究。只有对两体复合体系, 量子失协才可以有很简单的解析计算公式。

3.2 测量诱导的扰动(measurement-induced disturbance, MID)

假定物理体系是两体(A和B)复合体系, 有局域测量 $\{\Pi_k\}$ ($\Pi_k \Pi_{k'} = \delta_{kk'} \Pi_k$ 和 $\sum_k \Pi_k = 1$), 这里 $\Pi_k = \Pi_i^A \otimes \Pi_j^B$, Π_i^A 以及 Π_j^B 是对这个两体系统中的A和B进行的一维正交局域测量。经过在复合体系上施行 Π_k 测量后, 体系从原始量子态塌缩为一个经典态^[18]。如果测量 $\{\Pi_k\}$ 能够保证复合体系的两个约化密度算符在测量后保持不变, 那么测量后的量子态与原始态之间是最接近的, 二者之间的交互信息量之差必然可以用来度量存在于原始量子态中的量子关联^[18]。

4 格点自旋体系中的量子关联

前面介绍的两种量子关联的度量方法原则上适用于任何量子态, 但是由于计算的复杂性和不可操作性, QD 只是对于两体复合体系有有效的计算方法。以固态自旋为载体的量子器件, 不可避免地要处在一定的温度下, 考察平衡温度下量子态即热平衡态是非常有趣且有必要的。最近我们以 QD 和 MID 作为量子关联的度量方法, 详细考察了几个典型的自旋模型中量子关联随外界环境变化的动力学^[19-21], 进一步揭示了量子关联与量子纠缠的区别和联系。图3是两体自旋系统处于外加非均匀磁场环境下的情况, 从图中可以看出, 量子纠缠和量子

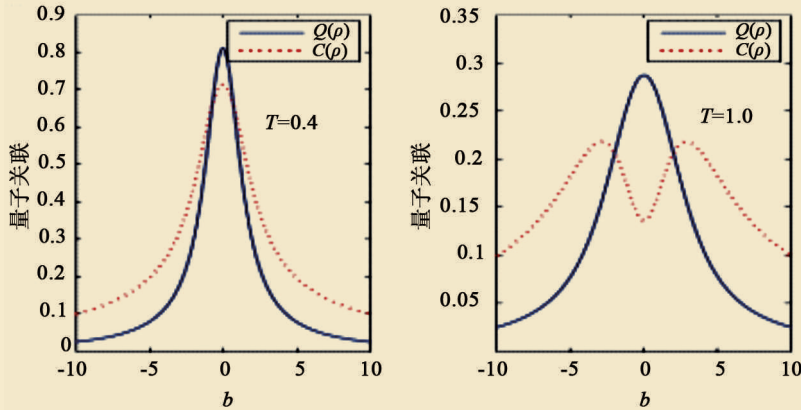


图3 量子关联与量子纠缠在不同温度下随外加非均匀磁场 b 的演化(只考虑自旋交换相互作用的 x 和 y 方向)(图中 ρ 表示一个两体量子态, $Q(\rho)$ 代表的是 ρ 的量子关联MID, $C(\rho)$ 代表的是 ρ 的一种纠缠度量。此外, 图中 T 表示温度, 其单位是玻尔兹曼常量 k_B , 横坐标 b 是无量纲化的磁场)

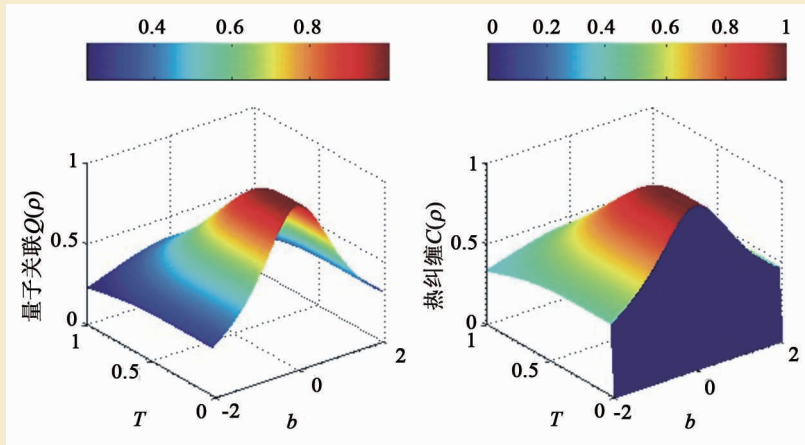


图4 同图3(但是同时考虑了自旋交换相互作用的3个方向)

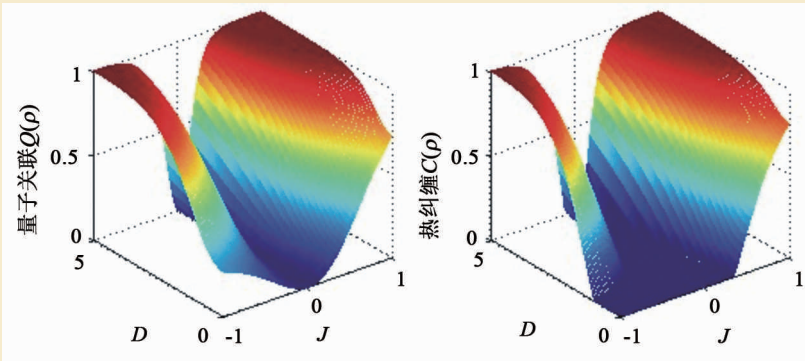


图5 量子关联与量子纠缠在相同温度下随自旋耦合 J 以及自旋轨道耦合 D 的演化(图中 J, D 都已经过无量纲化处理)

关联在一般情况下都不相等, 而且其演化特性也不尽相同。量子关联的演化在任何温度下都类似, 而量子纠缠在高温下可能出现双峰结构。也就是说, 温度越高, 量子纠缠就越强。且二者的大小没有绝对的定论: 不同的温度、不同的外加磁场可能导致量子关联大小的不同排列, 二者在温度比较高时, 量子关联值很快减小, 体现了量子性质的特点。同时从图4可以看出, 量子纠缠在温度从一个很小的有限值达到零时, 会出现一个突变, 而量子关联却不

会发生突变现象, 而且同时考虑了自旋交换相互作用的3个方向的耦合后, 量子纠缠的双峰结构就不再出现。图5说明, 对于铁磁耦合的自旋体系, 无论自旋轨道相互作用多大, 量子关联始终存在, 而量子纠缠则不然。前面讨论的组成两体系统的子体系自旋均为 $1/2$, 我们也探讨了一个子体系自旋为 $1/2$, 另一个子体系自旋为 1 的复合体系的量子关联。图6显示了此种情况下量子纠缠与量子关联之间的最为不同的特性。

5 结束语

量子态的关联特性是量子通信和量子计算的重要资源。实践表明,量子关联比量子纠缠更为普遍,在利用很多经典算法无法实现且需要量子关联才能实现的任

务中,量子关联表现出了很强的应用价值。然而,迄今为止,有关量子关联的研究大部分都属于数学讨论的范畴,这是由于量子关联本身的数学分类、刻画、度量等还没有很成熟的理论。尽管已有一些物理

体系,比如自旋链体系、量子光学体系,已经用于量子关联的各种研究,但还属于初步研究阶段。本文简单地给出了经典关联、量子关联的概念以及度量方法,并简要地介绍了作者以自旋体系为载体进行量子关联研究的一些结果。通过研究发现,量子关联确实是一种比量子纠缠更为广泛的概念,其神奇的物理性质还有待以后发掘。

参考文献

[1] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000
[2] Cabello A. Nature, 2011, 474: 456
[3] Cui J, Fan H. J. Phys. A: Math. Theor., 2010, 43: 045305
[4] Datta A, Shaji A, Caves C M. Phys. Rev. Lett., 2008, 100: 05050
[5] Xu J S, Xu X Y, Li C F *et al.* Nature Commun., 2010, 1: 7
[6] Haldane F D M. Phys. Rev. B, 1982, 25: 4925
[7] Haldane F D M. Phys. Lett. A, 1983, 93: 464; Phys. Rev. Lett., 1983, 50: 1153
[8] Imamoglu A, Awschalom D D, Burkard G *et al.* Phys. Rev. Lett., 1999, 83(20): 4204
[9] Zheng S B, Guo G C. Phys. Rev. Lett., 2000, 85(11): 2392
[10] Christandl M, Datta N, Ekert A *et al.* Phys. Rev. Lett., 2004, 92(18): 187902
[11] Vestræte F, Martin-Delgado M A, Cirac J I. Phys. Rev. Lett., 2004, 92: 087201

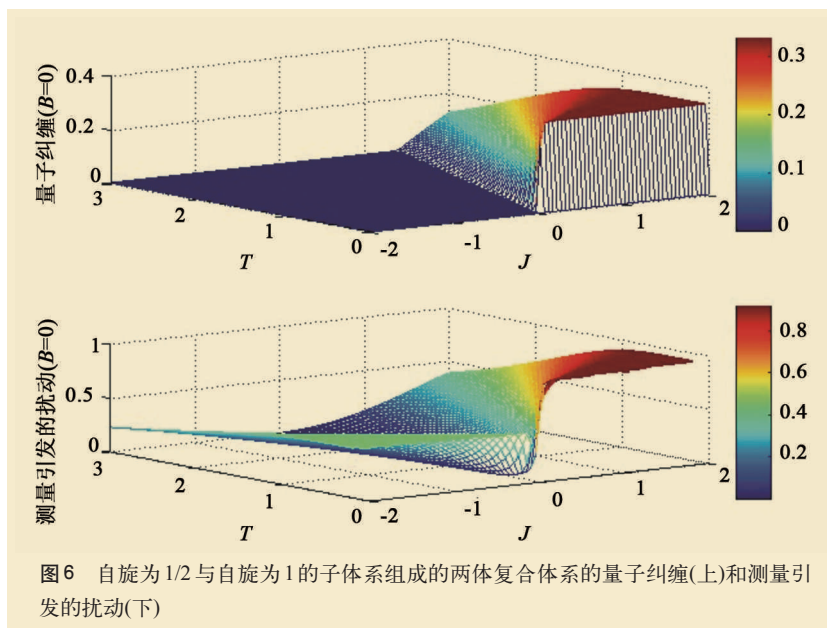


图6 自旋为1/2与自旋为1的子体系组成的两体复合体系的量子纠缠(上)和测量引发的扰动(下)

探讨;量子关联在量子通信和量子计算中被认为是某些量子计算协议高效性的根源,究竟是哪种关联特性造就了量子信息处理的优越性?这一问题值得深入探讨;通过对量子关联和经典关联的大小比较,人们已经证明,若两个体系之间存在量子失协,那么必定共享经典关联。一个仍未解决的问题是,经典关联占总关联的比例究竟是多少。诸如此类的问题正在驱使着人们去更加明晰地认识量子理论,也将为量子信息技术的发展提供更为可靠的支持。