

从分数量子霍尔效应到拓扑量子计算*

万歆^{1,†} 王正汉² 杨昆³

(1 浙江大学物理系 杭州 310027)

(2 美国微软研究院 Q所和加州大学圣巴巴拉分校数学系 圣巴巴拉 93106)

(3 美国国家高磁实验室和佛罗里达州立大学物理系 塔拉哈西 32306)

2013-06-02收到

† email: xinwan@zimp.zju.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20130804

From the fractional quantum Hall effect to topological quantum computation

WAN Xin^{1,†} WANG Zheng-Han² YANG Kun³

(1 Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

(2 Station Q, Microsoft Research and Department of Mathematics, University of California, Santa Barbara, CA 93106, USA)

(3 National High Magnetic Field Laboratory and Department of Physics, Florida State University, Tallahassee, FL 32306, USA)

摘要 分数量子霍尔效应系统是奇异的量子液体，其中的准粒子激发可以带分数电荷，甚至具有非阿贝尔的统计性质。理论研究表明，这些准粒子可以用来实现在硬件上可容错的量子计算，即拓扑量子计算。文章在介绍分数量子霍尔效应及其在拓扑量子计算中的潜在应用基础上，重点回顾了近五年来对填充因子为5/2的分数量子霍尔态中非阿贝尔准粒子的实验探测和部分相关理论诠释。

关键词 分数量子霍尔效应，非阿贝尔任意子，拓扑量子计算

Abstract Fractional quantum Hall systems are exotic quantum liquids which support quasiparticle excitations with fractional charge and even non-Abelian statistics. Theoretical investigations have found that these quasiparticles can be exploited to realize topological quantum computation that is fault-tolerant on the hardware level. In this article we describe the fractional quantum Hall effect with emphasis on its potential applications in topological quantum computation. We focus on the recent progress in the experimental detection of non-Abelian quasiparticles in the 5/2-filling quantum Hall system, as well as on some relevant theoretical interpretations.

Keywords fractional quantum Hall effect, non-Abelian anyons, topological quantum computation

1 引言

人类在建立文字之前，就发明了结绳记事。《周易》中有记载，“上古结绳而治，后世圣人易之以书契”。与其他原始的计数方法相比，在绳上打结不容易发生错误，能更可靠地记录信息并

便于传递。在21世纪的今天，物理学家正在寻找一种奇异的粒子，操控它们的运动轨迹就是在时空中编织“绳结”，可以用来可靠地记录和处理量子信息，从而实现具有强大计算能力的量子计算机。这种倍受关注的量子信息存储和运算原理

* 国家重大科学研究计划（批准号：2012CB927404；2009CB929101）、国家自然科学基金（批准号：11174246）资助项目

与数学中的拓扑概念有直接的联系，被称为拓扑量子计算。近年来，实验物理学家很有可能已经在分数量子霍尔系统中目睹了这些奇异粒子的芳容。本文中我们即将为您介绍奇妙的分数量子霍尔效应和相关拓扑量子计算的最新进展。

1981年10月7日，在贝尔实验室工作的崔琦和Horst L. Stormer在低温和强磁场下对束缚在GaAs和AlGaAs界面的准二维电子系统进行电阻测量时观察到了一个出乎意料的现象。当样品中电子浓度是磁通密度的1/3(这个比率被称为填充因子)时，霍尔电阻严重偏离了经典物理预言的线性曲线，而呈现出一个量子化的平台^[1]。虽然这一现象与Klaus von Klitzing在1980年报道的整数量子霍尔效应^[2]几乎完全相同，但是分数平台的出现揭示了崭新的物理。简单地说，整数平台反映的是电子在磁场中被量子化的独立运动，在整数填充因子处，系统能谱中存在能隙，导致量子化的电阻产生；而在分数填充因子处的平台，只能起源于电子之间的相互作用，后者通过电子的集体运动在系统能谱中打开截然不同的能隙。其后一系列的实验表明，霍尔电阻平台不仅

在填充因子1/3处出现，而且可以在一系列奇数分母的分数填充因子(例如2/5, 3/7, 2/3, 4/3等)处被观测到(见图1)^[3]。此外，1987年Robert L. Willett等还在偶数分母填充因子5/2处观测到霍尔电阻平台^[4]。

与实验发现同样令人称奇的是Robert B. Laughlin在1983年提出了一个优美的多体波函数来描述电子与电子强烈相互作用的分数量子霍尔效应^[5]。他的理论预言了系统中电子的相互作用会产生一个能隙，而且电子的集体运动会激发出一些准粒子，它们带分数份电子电荷。十多年后，两个独立的研究小组^[6, 7]在量子点接触器件的电流涨落中找到了分数电荷存在的直接证据。随后的1998年诺贝尔物理学奖颁发给了崔琦，Stormer和Laughlin，以表彰他们“发现了一种带分数电荷激发的新型量子液体”。

那么分数量子霍尔效应源于什么样的量子液体呢？为什么系统中能产生带分数电荷的准粒子？它们还有更加奇特的性质吗？实验上如何通过检测直接证明它们的存在？这些奇异的准粒子有什么值得关注的的应用吗？分数量子霍尔效应的最新进展如何？本文将围绕这些问题做简要的介绍。

2 什么是分数量子霍尔效应

随着半导体技术的发展，基于硅的金属—绝缘体—半导体场效应晶体管(Si MOSFET)和GaAs/Al_xGa_{1-x}As异质结提供了实现二维电子系统的可能。简单说来，在非常纯净的半导体表面或界面上，电子在低温下表现得像在平面内运动的气体分子那样，形成通常所说的二维电子气(2DEG)。通常电子的动能远大于电子之间的库仑相互作用，但前者可以用一个垂直方向

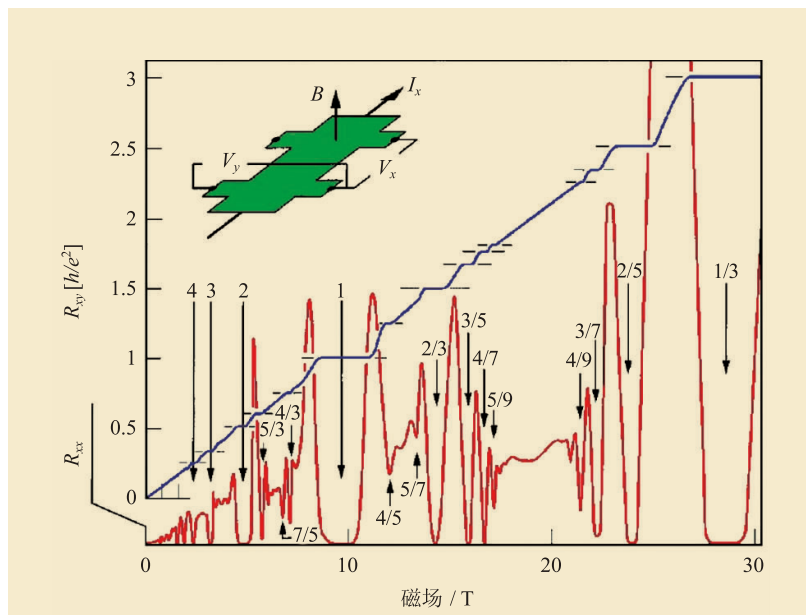
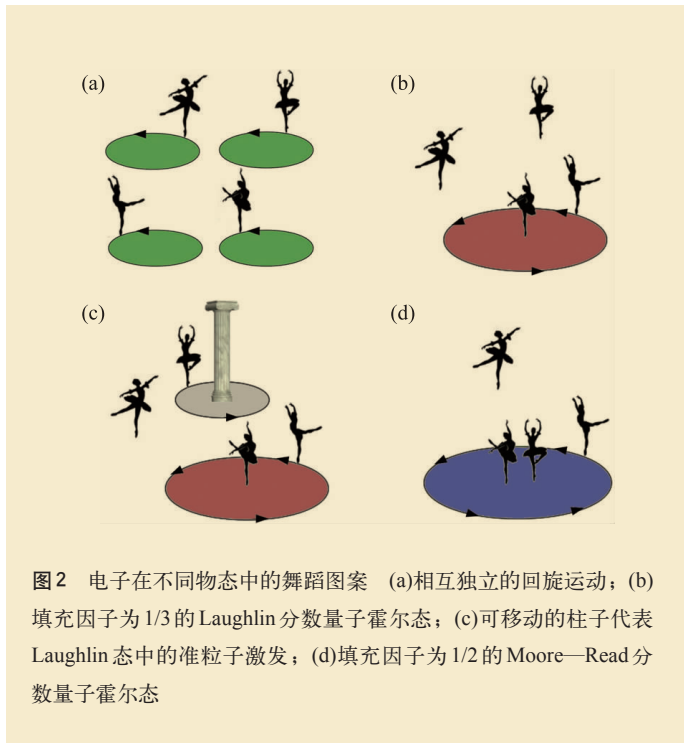


图1 整数量子霍尔态和分数量子霍尔态有相似的霍尔电阻(R_y)平台，平台中心所对应的纵向电阻(R_{xx})完全消失(摘自J.P. Eisenstein和H.L. Stormer的文章: *Science*, 1990, 248: 1461)



的强磁场来压制。特别是当磁场下电子的回旋运动半径与电子间平均距离相当时，相互作用主导了电子的运动，分数量子霍尔态这种极端量子极限下的新物态就出现了。

用普里美特(Perimeter)理论物理研究所和麻省理工学院文小刚教授的形象语言^[8]来描述，电子们在跳着一种非常优雅的集体舞蹈，不同的舞步对应不同的分数量子霍尔态(见图2)。拿填充因子为1/3的基态来说，当两个电子接近时，其中一个严格地用三步来绕过另一个电子，服从泡利不相容原理的电子们绝不占据相同的位置。这就是Laughlin态(见图2(b))。从全局角度来看，舞蹈的图案并不唯一，且依赖于空间的拓扑，但局部看起来电子的舞动并没有什么区别。这种舞蹈的图像是系统中长程纠缠的一种体现，体现出系统的不同部分之间是密切关联的。这种纠缠导致系统中存在带分数电荷的准粒子，它们服从分数统计规律。在填充因子为1/3的Laughlin舞蹈中，激发这些准粒子就好比让舞厅中的每个人都稍稍移动一点，从而可以放入一些柱子，每根柱子恰好占据着三分之一舞者的空间，而每个舞者可

以用一步绕过一根柱子(见图2(c))。这些柱子可以移动从而能相互交换，但奇异的是任意两根柱子必须相互环绕三周后，系统才回到原先的状态。

我们可以在Laughlin态的电子舞蹈图案上，加入准粒子的舞蹈图案，来理解填充因子为2/5和3/7等具有奇数分母的分数量子霍尔效应。但值得指出的是，在这一推广下泡利不相容原理要求填充因子的分母是奇数，因而Willett所观察到的偶数分母分数量子霍尔态^[4]应该有截然不同的舞蹈图案和性质。这个态的整体填充因子是5/2(=2+1/2)，其中填充因子1/2部分的电子是参与形成奇异分数量子霍尔态的主体，而其余80%的电子则在进行相对简单的量子化回旋运动；严格地说，后者的存在削弱了前者之间的排斥相互作用，导致电子可以形成更为复杂的分数量子霍尔态。1991年，Gregory Moore和Nicholas Read提出^[9]可以用共形场论来导出分数量子霍尔系统的波函数。特别是他们发现了基于Ising共形场论的一个类似于实空间中超导Bardeen—Cooper—Schrieffer(BCS)波函数形式的可以用来描述填充因子为1/2的分数量子霍尔态，即通常所称的Moore—Read(MR)态。如果同样用形象的舞蹈图像来描述的话，BCS态是每个电子都有一个固定舞伴的舞蹈，不同舞伴(一对电子形成具有玻色统计性质的库珀对)可以相互重叠，或者说凝聚。MR舞蹈可以看成Laughlin风格和BCS风格的结合，当两个舞者接近时，其他舞者要恰好用四步来绕过这对舞伴(见图2(d))。由于特殊的配对对称性^[10]，这样的系统中不仅存在带分数电荷的准粒子，而且这些准粒子还服从非阿贝尔统计规律。形象地说，系统中有准粒子的时候，即使对于平凡的空间拓扑，电子也可以有不同的全局舞蹈图案。当这些准粒子移动并进行交换的时候，全局舞蹈图案会随之变化；交换顺序不同，图案的变化也不同。

这些不同的全局舞蹈图案，也就是不同的基态，它们无法在局域空间来区分。因为系统的哈

密顿量可以表示成局域算符之和，所以这些基态是简并的¹⁾，而且哈密顿量的微小变化无法改变基态的简并度。与此相对，局域算符一般会把系统激发到高能态上，这些高能态与基态之间存在一个由电子之间相互作用而引起的能隙，而正是由于能隙的存在保护了系统在给定边界条件下基态的简并度不变。近年来，分数量子霍尔态这类奇异的物态被称为拓扑物态，而系统中在哈密顿量受微扰时的不变的性质被称为拓扑性质。这些名称来源于数学中的几何拓扑，也就是不随物体形状而改变的几何性质^[11]。

正如诺贝尔基金会在对崔琦等工作的概述中所说，分数量子霍尔系统实现了一种带分数电荷激发的新型量子液体。更确切地说，不同的分数量子霍尔液体是不同的拓扑物态。它们有相同的平移和旋转对称性，但必须要用不同的拓扑序这一崭新的概念来区分，长程纠缠就是拓扑序的表征之一。关于拓扑序以及所伴随的奇异的分数激发，我们将在下一节中进一步讨论。

3 分数量子霍尔效应中的准粒子

拓扑物态的出现使原有凝聚态物理的基石，即所谓的朗道范式，面临重大的挑战。传统的凝聚态物理非常成功的两个理论是朗道的对称性破缺理论和费米液体理论。前者提出可以用对称性来区分不同物态，并阐明了如何理解不同物态之间的相变，而后者成功地解释了在电子之间相互作用存在的情况下独立电子近似为什么是合理的，并解释了在输运实验中如何定性地处理电子之间的相互作用。特别是朗道指出，在电子之间的相互作用存在时，独立电子近似原则上不再成立，但可以引入独立准粒子的概念；与电子相比，准粒子有不同的有效质量，但有相同的电荷和自旋，同样服从费米—狄拉克统计。形象地说，准粒子好像是胖瘦变化了的同类粒子。出人

意料的是，在分数量子霍尔效应中既出现了无法用对称性来区分的截然不同的量子物态，也出现了带分数份电子电荷并服从阿贝尔或非阿贝尔分数统计的准粒子。也就是说，电荷被分数化了！

值得一提的是，这一理论上的深刻挑战从一开始就被实验物理学家用极其原始的数据解读揭示了出来。当崔琦看到出乎意料的霍尔电阻曲线时，他伸出两根手指记录了整数量子霍尔效应最大的电阻平台高度，然后用这个高度作为单位，测量了新发现的更大的平台。他确定了测量结果再三，并惊呼道“夸克”^[12]。这尽管是个玩笑，但崔琦凭直觉指出了分数量子霍尔效应中的准粒子与朗道—费米液体中的准粒子性质截然不同。

在上一节中我们已经提到，分数量子霍尔效应中的准粒子是一种带分数电荷的集体激发；事实上，有别于凝聚态物理中传统的集体激发，它们是需要用非局域算符产生的点状缺陷。我们可以用局域算符来操控准粒子，并绝热交换它们的位置，从而研究这些准粒子的量子统计，即系统波函数在全同准粒子交换下的改变。与三维空间不同，二维空间中准粒子的交换可以使系统获得了一个任意相因子 $e^{i\theta}$ 。因为相因子是可以交换的数，这样的准粒子被称为阿贝尔任意子。填充因子为 $1/3$ 的Laughlin态中带 $1/3$ 电子电荷的准粒子就具有阿贝尔的统计性质，而且 $\theta = \pi/3$ ，当一个准粒子环绕另一个三周后，相位才积累为 2π 。这与三维空间中仅有的玻色和费米统计很不相同。

类似地，我们可以想到，在填充因子为 $1/2$ 的MR态中，存在带 $1/2$ 电子电荷($e/2$)的准粒子，它们也具有阿贝尔的统计性质，而且 $\theta = \pi/2$ 。但由于超导配对的原因，它们不是MR态中电荷最小的准粒子，而是可以被进一步分裂成两个配对的带 $1/4$ 电子电荷($e/4$)的准粒子^[9]。当系统中有更多 $e/4$ 准粒子时，它们配对的组合并不唯一，对应于不同的准粒子态。也就是说，由给定位置而

1) 在真实世界中，基态能量的简并不是严格的。由于局域激发能隙的存在，这些基态能级差随系统尺寸或准粒子之间距离增加而指数衰减。由于特征衰减长度是一个微观尺度，在实际中基态的简并假设是合理的。

间隔又足够远的准粒子组成的激发态也可以是简并的，而且这些简并的准粒子态在局域是不可区分的。对于给定准粒子位置的系统来说，准粒子态的简并度随粒子数增加而指数增长，而准粒子的相互交换则对应于作用在这个简并空间上的矩阵。例如，在MR系统中， n 个 $e/4$ 准粒子可以形成 $2^{n/2}$ 个简并的量子态^[13]。因为不同交换对应的矩阵一般不对易，我们称这些准粒子为非阿贝尔任意子。数学上，非阿贝尔统计和Vaughan Jones等人发现的拓扑不变的扭结多项式有关，可以用Chern—Simons规范场理论和二维共形场论来诠释^[14]。我们在本文第5节中会指出，这个与拓扑密切相关的简并空间正是实现拓扑量子计算的物理基础^[15, 16]。在简并的准粒子态空间，量子信息是非局域储存的，绝热交换准粒子可以对信息实现调控。而系统与环境通常是以局域相互作用耦合在一起的，因此存储的信息无法在简并的子空间内退相干，这是拓扑量子计算倍受关注的原因。

4 非阿贝尔准粒子的实验探测

非阿贝尔准粒子的物理存在是实现拓扑量子计算的前提，因而填充因子为 $5/2$ 的分数量子霍

尔态是研究人员关注的焦点，使其有可能成为第一个被证明支持非阿贝尔准粒子的真实系统。数值研究支持实验中观测到的量子霍尔态是MR态，或是它的粒子—空穴共轭态，但直接用实验手段来证明决非易事。

首先，我们可以对非阿贝尔任意子的存在进行间接探测，即验证 $5/2$ 态中准粒子激发携带 $e/4$ 电荷。这一类的实验包括通过量子点接触的电流噪声测量和局域准粒子的电量测量。以色列的Moty Heiblum小组^[17]测量了通过单个量子点接触的电流噪声，通过分析散粒噪声和电流的依赖关系，确定电荷输运中存在带 $e/4$ 电荷的准粒子。哈佛大学的Amir Yacoby小组^[18]利用单电子晶体管与二维电子气的耦合来测量后者的体电荷分布及其与电子密度和磁场的依赖关系，从而确定带 $e/4$ 电荷局域化准粒子的存在。用超导体领域的语言来描述，这两个实验证明了分数量子霍尔系统中粒子(即复合费米子)的配对性质，但配对的对称性不能确定，而理论研究则指出，MR态特别对应弱耦合的 p_x+ip_y 超导体^[10]。

更为直接的实验探测手段是，通过干涉器件来测量填充因子 $5/2$ 态中准粒子的统计性质^[19, 20]。常见的Fabry—Perot干涉器件是由两个相邻的量子点接触结构组成(见图3(a))，这样承载电流的

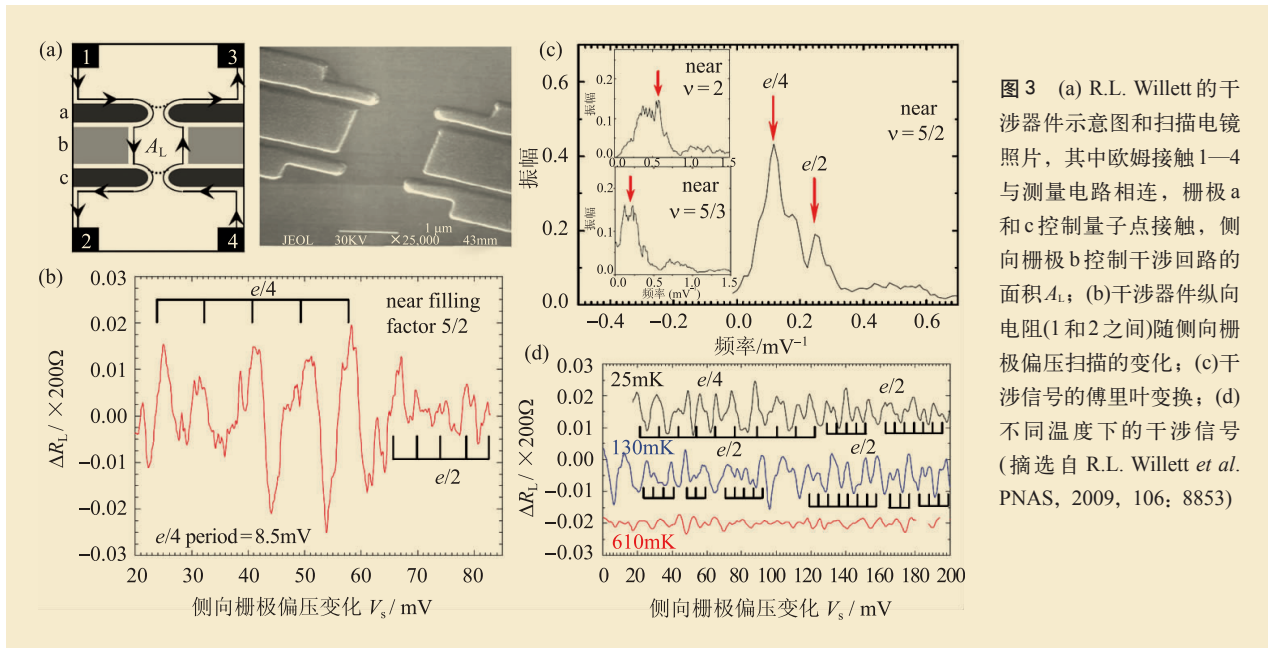


图3 (a) R.L. Willett的干涉器件示意图和扫描电镜照片，其中欧姆接触1—4与测量电路相连，栅极a和c控制量子点接触，侧向栅极b控制干涉回路的面积 A_L ；(b)干涉器件纵向电阻(1和2之间)随侧向栅极偏压扫描的变化；(c)干涉信号的傅里叶变换；(d)不同温度下的干涉信号(摘自R.L. Willett *et al.* PNAS, 2009, 106: 8853)

准粒子在分数量子霍尔系统边缘传播时就可以沿着两条不同的路径，分别通过这两个点接触产生隧穿，从而相互干涉，并引起电流信号的振荡。贝尔实验室的 Willett^[21, 22] 测量了通过干涉器件的电流随侧向偏压的变化，发现振荡的曲线交替出现不同的周期，分别对应带 $e/4$ 和 $e/2$ 电荷准粒子的 Aharonov—Bohm 振荡(见图 3(b)和 3(c))。理论分析表明，振荡周期的交替与被局域在干涉回路中带 $e/4$ 电荷非阿贝尔准粒子的数目变化有密切关系^[23, 24]。简单说来，如果干涉回路中有奇数个非阿贝尔准粒子，这些准粒子与回路外准粒子的纠缠，事实上起到了探测载流准粒子传播路径的作用，从而破坏了带 $e/4$ 电荷准粒子的干涉信号。而带 $e/2$ 电荷的阿贝尔准粒子干涉信号只有有相位的变化，不会消失。另一方面，如果回路内有偶数个非阿贝尔准粒子，它们和回路外的准粒子则不存在量子纠缠，干涉信号呈现出 $e/4$ 振荡。Willett^[21] 还发现当温度从 25 mK 上升至 130 mK 后， $e/4$ 振荡不再出现，而干涉信号基本是 $e/2$ 振荡(见图 3(d))。实验上可以观测到 $e/2$ 振荡信号及其在较高温度下的主导与本文两位作者及合作者的基于 MR 态假设的理论预言完全一致^[25]。其中， $e/4$ 振荡逐步消失的特征温度与理论计算也定量吻合^[26]。

进一步来看，如果实验中观测到 $e/4$ 和 $e/2$ 振荡信号的交替与填充因子为 $5/2$ 的分数量子霍尔系统是 MR 态一致，那么通过磁场的微小增减来改变干涉回路中准粒子数目的奇偶就可以实现振荡周期的交换。这一现象已经被 Willett^[22] 所证实(见图 4)。与之前提到的准粒子电荷测量实验不同，Willett 的实验结果无法用 MR 态以外的理论来解释。芝加哥大学的 Woowon Kang 小组与合作者^[27] 也报道了在填充因子 $5/2$ 系统中 Fabry—Perot 干涉信号的相转移(phase slip)大小可以用基于 MR 态的理论假设来解释。但与 Willett 的样品不同，Kang 小组的样品呈现较强的库仑荷电能。

另一种探测准粒子非阿贝尔统计性质的方法是检测第三节中提到的系统基态拓扑简并度。根据热力学原理，带 n 个 $e/4$ 准粒子的 MR 系统的

基态简并度 $2^{n/2}$ 导致系统在足够低的温度下存在与温度变化无关的熵 $S = (nk_B/2) \ln 2$ 。实验上可以通过测量热电动势来实现^[28]，也就是通过平衡粒子受到的由电压降引起的电力和由温差引起的熵力来测量。近来加州理工学院的 James Eisenstein 小组^[29] 报道了填充因子为 $5/2$ 附近的热电动势对磁场的依赖关系，结果与理论预言大致吻合。

由于篇幅限制，我们无法介绍更多的实验和理论工作。但可以看到，越来越多的实验和理论结果支持填充因子为 $5/2$ 的分数量子霍尔系统是有非阿贝尔准粒子存在的 MR 态，也就是说，有理由相信，在分数量子霍尔系统中是可能实现拓扑量子计算的。

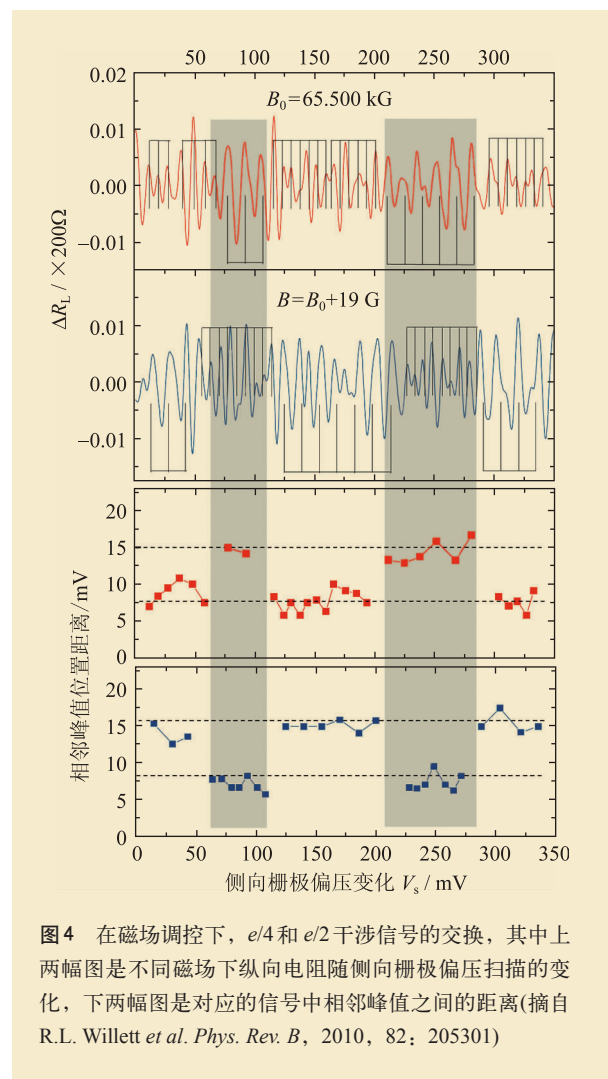


图4 在磁场调控下， $e/4$ 和 $e/2$ 干涉信号的交换，其中上两幅图是不同磁场下纵向电阻随侧向栅极偏压扫描的变化，下两幅图是对应的信号中相邻峰值之间的距离(摘自 R.L. Willett *et al. Phys. Rev. B*, 2010, 82: 205301)

5 拓扑量子计算

拓扑量子计算是由 Alexei Kitaev 和 Michael Freedman 分别提出的利用数学中的拓扑不变量来实现量子计算的方案,其基本想法是把量子信息的编码在非局域的物理量中,并用非局域操作来调控量子信息,这样的量子计算就可以在硬件上克服局域的噪声和退相干^[16]。那么究竟如何在分数量子霍尔系统中实现拓扑量子计算呢?

不难想象,支持非阿贝尔准粒子的 MR 态是实现拓扑量子计算的重要候选系统^[15]。当 $e/4$ 准粒子被局域在距离足够远的反量子点上时(见图 5(a)),它们形成的不同简并态可以用来存储量子信息。这些简并的准粒子态在局域是不可区分的,因而所存储的量子信息不受局域噪声和退相干影响。在 MR 态中,可以用两个局域准粒子来编码

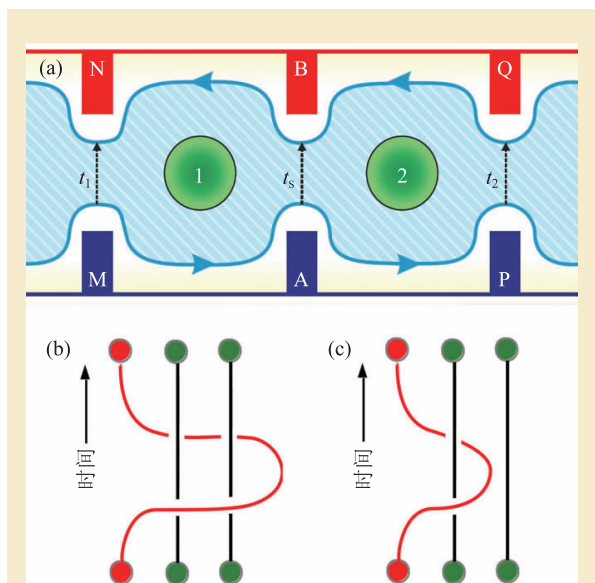


图5 (a)基于分数量子霍尔系统的拓扑量子比特设计。局域在反量子点1和2上的两个非阿贝尔准粒子,可以用来存储一个量子比特的信息。在电极M和N以及P和Q上,加偏压诱导准粒子隧穿,可以测量量子比特所编码的信息。在电极A和B上加偏压诱导准粒子隧穿,可以改变量子比特的信息(摘自 S. Das Sarma *et al. Physics Today*, 2006, 7: 32); (b) 拓扑量子比特可以通过第三个准粒子环绕这两个局域准粒子运动一周来测量; (c) 受拓扑保护的逻辑非门可以通过第三个准粒子环绕其中一个局域准粒子运动一周来实现

一个量子比特的信息,而这个量子比特的状态可以通过测量与其相关的干涉信号来确定。当第三个准粒子环绕这两个局域准粒子运动时(见图 5(b)),量子比特被投影到某一个确定的量子态上,不同的量子态在干涉实验中对电流有不同的贡献,这就是投影测量。另一方面,当第三个准粒子环绕其中一个准粒子运动一周时(见图 5(c)),量子比特的状态被反转,也就是实现了一个逻辑非门的运算。这个量子逻辑门的运算同样受拓扑保护,而不会受到局域噪声和退相干的影响;其主要误差则来源于热激发产生的不受控的准粒子,因而在温度远小于系统体能隙时可以忽略不计^[15]。

一般说来,在利用量子力学原理来完成通用计算时,要求一组通用量子门能够实现^[30]。MR 态的准粒子属于通常所称的 Ising 任意子,而单纯通过这类准粒子在时空中的交换,只能实现 Clifford 运算门,对单量子比特信息来说,这并不包括所有可能的量子门操作。这一问题的解决需要能够使用其他手段来实现高精度的 $\pi/8$ 相位门。一种可能是在运算中动态改变物理系统的拓扑^[31],但这需要相当复杂的器件设计和调控。另一种可能是通过所谓魔幻态纯化(magic state distillation)的方法^[32]从大量有随机误差的非拓扑量子门中,用受拓扑保护的操作,提炼出一个几乎精确的目标门。而在分数量子霍尔系统,非拓扑的量子门可以通过控制准粒子隧穿路径来实现^[33]。

通用量子门组也可以利用更为奇异的分数量子霍尔态来实现。价电子填充因子为 $1/2$ 的 MR 态可以看成是 2 个电子携带 4 个磁通量子的复合玻色子的凝聚体,而更一般的非阿贝尔态可以由 k 个电子和 $k+2$ 个磁通量子的复合玻色子凝聚而成,形象地说, k 个电子在对应的磁场下可以编成一个小队共舞。这就是通常所说的 Read-Rezayi (RR) 态^[34],所对应的(在未填满的朗道能级上的)填充因子为 $2/(k+2)$ 或者 $k/(k+2)$ 。实验中已经观测到的填充因子为 $12/5$ 的分数量子霍尔态^[35]有可能是 RR 态($k=3$),但目前还没有关于其准粒子性质的测量。 $k=3$ 的 RR 态所支持的非阿贝尔准粒子激

发可以大致认为是Fibonacci任意子，因为 n 个任意子所构成简并基态空间的维度是对应的Fibonacci数^[16]。研究表明，这样的简并空间可以用来存储量子信息，而任意子的编织可以用来实现量子计算所需的通用逻辑门组^[36, 37]。

可以期待，一旦有了受拓扑保护的通用量子门组，任意的量子门就可以通过Solovay—Kitaev算法^[30]或是量子散列算法^[38]等，采用有限个通用量子门进行有效逼近，就可以实现受拓扑保护的量子线路。

6 展望

2006年7月，本文的三位作者在杭州举办了一次拓扑量子计算的小型研讨会，当时国内在分数量子霍尔效应实验研究方面几乎是空白。然而在过去的六年中，在崔琦和美国莱斯大学杜瑞瑞教授的促进下，中国科学院物理研究所和北京大学量子材料科学中心大力推动了这一领域的实验发展。中国科学院物理研究所筹建了崔琦实验室并购置了高迁移率分子束外延生长设备，杨昌黎、刘广同和吕力研究员正在探索制备支持拓扑量子计算的高迁移率砷化镓样品，并进行相关实验的准备和测量。目前核绝热去磁制冷装置可以把二维电子气的电子温度冷却到4 mK的国际领先水平，而外延生长的GaAs/GaAlAs二维电

子气材料的电子迁移率在0.45 K时已达到了 $5000000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ 。北京大学量子材料科学中心引进了一批杰出的青年学者，其中林熙在量子点接触的隧穿电流中筛选非阿贝尔准粒子的信号，而张弛研究了填充因子为 $12/5$ 样品的激发能隙随面内磁场的非平庸变化。此外，中国科学院物理研究所的李永庆正在实现用电流调控核自旋的极化。我们相信，分数量子霍尔效应这一领域一定会有更多更好的工作在国内涌现。

近年来，拓扑绝缘体和拓扑超导体的研究，以及在量子线等人工结构中探寻Majorana费米子零模的实验，有力地支持了拓扑量子计算领域的发展^[39]。这些工作也直接推动了分数量子霍尔系统边缘的复合人工结构的研究，激发了研究比Majorana零模更为复杂的准粒子的兴趣。这些新奇准粒子在拓扑量子计算中的潜力正在进一步研究中^[40]。

在普林斯顿大学电子工程系召开的1998年诺贝尔物理学奖的新闻发布会上，有记者问崔琦教授，分数量子霍尔效应有哪些应用？崔琦非常简短地回答道：“没有”。十多年转瞬而过，我们现在知道，理论上极其深刻的分数量子霍尔效应在量子信息存储和可容错的量子计算方面有非常令人向往的潜在应用，而这一神奇应用的实现正期待研究人员不断努力去探索。

参考文献

- [1] Tsui D C, Stormer H L, Gossard A C. Phys. Rev. Lett., 1982, 48: 1559
- [2] Klitzing K v, Dorda G, Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, 45: 494
- [3] Stormer H L, Tsui D C, Gossard A C. Rev. Mod. Phys., 1999, 71: S298
- [4] Willett R, Eisenstein J P, Stormer H L *et al.* Phys. Rev. Lett., 1987, 59: 1776
- [5] Laughlin R B. Phys. Rev. Lett., 1983, 50: 1395
- [6] de-Picciotto R, Reznikov M, Heiblum M *et al.* Nature, 1997, 389: 162
- [7] Saminadayar L, Glattli D C, Jin Y *et al.* Phys. Rev. Lett., 1997, 79: 2526
- [8] Wen X G. Adv. Phys., 1995, 44: 405
- [9] Moore G, Read N. Nucl. Phys. B, 1991, 360: 362
- [10] Read N, Green D. Phys. Rev. B, 2000, 61: 10 267
- [11] Read N. Phys. Today, 2012, 65: 38 (参见相关译文: 万歆. 物理, 2012, 41: 472)
- [12] Stormer H L. Rev. Mod. Phys., 1999, 71: 875
- [13] Nayak C, Wilczek F. Nucl. Phys. B, 1996, 479: 529
- [14] Witten E. Comm. Math. Phys., 1989, 121: 351
- [15] Das Sarma S, Freedman M, Nayak C. Phys. Rev. Lett., 2005, 94: 166802
- [16] Nayak C, Simon S H, Stern A *et al.* Rev. Mod. Phys., 2008, 80: 1083

- [17] Dolev M, Heiblum M, Umansky V *et al.* Nature, 2008, 452: 829
- [18] Venkatachalam V, Yacoby A, Pfeiffer L N *et al.* Nature, 2011, 469: 185
- [19] Stern A, Halperin B I. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 016802
- [20] Bonderson P, Kitaev A, Shtengel K. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 016803
- [21] Willett R L, Pfeiffer L N, West K W. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 2009, 106: 8853
- [22] Willett R L, Pfeiffer L N, West K W. Phys. Rev. B, 2010, 82: 205301
- [23] Bishara W, Nayak C. Phys. Rev. B, 2009, 80: 155304
- [24] Bishara W, Bonderson P, Nayak C. Phys. Rev. B, 2009, 80: 155303
- [25] Wan X, Hu Z X, Rezayi E H *et al.* Phys. Rev. B, 2008, 77: 165316
- [26] Hu Z X, Rezayi E H, Wan X *et al.* Phys. Rev. B, 2009, 80: 235330
- [27] An S, Jiang P, Choi H *et al.* 2011, arXiv:1112.3400
- [28] Yang K, Halperin B I. Phys. Rev. B, 2009, 79: 115317
- [29] Chickering W E, Eisenstein J P, Pfeiffer L N *et al.* Phys. Rev. B, 2013, 87: 075302
- [30] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000
- [31] Freedman M, Nayak C, Walker K. Phys. Rev. B, 2006, 73: 245307
- [32] Bravyi S, Kitaev A Y. Phys. Rev. A, 2005, 71: 022316
- [33] Bonderson P, Clarke D J, Nayak C *et al.* Phys. Rev. Lett., 2010, 104: 180505
- [34] Read N, Rezayi E H. Phys. Rev. B, 1999, 59: 8084
- [35] Xia J S, Pan W, Vicente C L. Phys. Rev. Lett., 2004, 93: 176809
- [36] Bonesteel N E, Hormozi L, Zikos G *et al.* Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 140503
- [37] Xu H, Wan X. Phys. Rev. A, 2009, 80: 012306
- [38] Burrello M, Xu H, Mussardo G *et al.* Phys. Rev. Lett., 2010, 104: 160502
- [39] Stern A, Lindner N H. Science, 2013, 339: 1179
- [40] Hastings M B, Nayak C, Wang Z. 2012, arXiv: 1210.5477; Mong R S K, Clarke D J, Alicea J *et al.* 2013, arXiv: 1307.4403

物理新闻和动态

银色的鱼用鱼皮骗过捕鱼人

英国的研究人员声称,某些鱼类不容易被察觉是因为它们银色的鱼皮不会使反射光产生偏振。他们研究了三种鱼类,发现这些鱼的皮肤含有两种具有不同光学性能的鸟嘌呤晶体。该研究组认为,这种机制可以应用于需要无偏振反光片的光学设备上,以提高设备的效率。

很多鱼类具有银光闪闪的皮肤,多年来,这一现象一直引起研究者的好奇心。一般认为,当光线在鱼皮上反射时会变成完全偏振的光,因而反射率会大大降低。这将使鱼类更容易被渔民发觉。

鱼皮是一种层状的结构。第一层是鱼鳞。在鱼鳞下面是一层含有鸟嘌呤晶体和细胞质的“银皮膜”。鸟嘌呤晶体有两种类型,彼此的光学性质不同。每种鸟嘌呤晶体在鱼皮中占有的份额也不相同。

这两种鸟嘌呤晶体的光学轴,或者平行于晶体的长轴,或者垂直于晶面。正是这种性质抵消了反射偏振,使反射光在一定角度范围内成为非偏振的。由于鱼皮中存在着这两种鸟嘌呤晶体,光线是向各个角度上反射的,使得通常因偏振引起的反射率降低得以避免,从而使鱼皮保持着高的反射率,不会因反射率降低而从周围环境中凸显出来。这种无偏振反射对于鱼类是很重要的,因为一些水生动物的视觉对颜色不灵敏,但是可以探查偏振的差别,并利用这一功能来捕食。

研究组认为这种简单的光学结构可以在需要无偏振的设备上得到重要应用。有关论文发表在2012年的 *Nature Photonics* 上。

(树华 编译自 *Physics World News*, 23 October 2012)