

物理学校文嚼字之六十一

随 机

曹则贤[†]

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

2014-02-10收到

† email: zxcao@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20140310

万物皆出于机，皆入于机。

——《庄子·至乐》

Fortuna est caeca¹⁾.

——Cicero

There' re no accident!²⁾——电影 *Kungfu Panda*

她一个人回家可能是偶然的，但是这个偶然使我觉得非常幸福。

——小仲马《茶花女》

Probability, chance, distilled to its essence³⁾.——电视剧 *Touch*

赌者，伪也。……凡赌必诈。

——林希《红黑阵》

摘 要 随机性问题在数学和物理学中有着举足轻重的地位。涉及偶然性和概率的词汇包括 probability, chance, possibility, randomness, stochastics, opportunity, haphazard, accidental, aleatory, casual, 等等，汉语表述难免混乱不堪。量子力学的 probabilistic nature 基于复几率幅的概念，与经典概率论有层次上的不同。

您肯定已经注意到了，数学和物理学中涉及随机性的场合，以及用到的词汇，实在太多。因此，本篇我破例选了六个格言题头，努力想传递浓缩在不同智慧中关于随机问题的内涵。

1 机、几、概

“机”字是个常见字。机，

一种树名，似榆，有“春机杨柳”的说法。機(现简化为机)，指木制的机关⁴⁾，弓弩上的机括、机牙就是一些零件的名称。由这个意义上的机字带来的概念很多，枢机、机械、机杼、机构、机会、机灵、机缘，等等。机的意思，和英文的 engine, mechanics 相近，所谓的“公输班为楚设机《战国策》”中的设

机，即设计制造机械的意思。物理中有 classical mechanics, statistical mechanics, quantum mechanics, 这里的 mechanics 不是关于力的学问，而是关于这个世界 how it goes 的学问，因此讨论的是机制、机理。庄子的“万物皆出于机，皆入于机”，可给各种 mechanics 作导论。

我们关切的随机这个词，

1) 古罗马名家西塞罗的名言：“幸运女神是盲目的！”——笔者注

2) 《功夫熊猫》中的台词：没有意外。——笔者注

3) 美剧《触摸未来》中的台词：概率，机会，(数据)蒸馏后的精华。——笔者注

4) 机关，原意是机械上的关键，老鼠夹子上就有。如今人们把一些工作场所称为机关，本意可能是强调其重要性。——笔者注

不是很好理解。《陈书·徐世谱传》有句云：“……性机巧，谙解旧法，所造器械，并随机损益，妙思出人”，这里的随机损益，猜测是器械上有可调节的部件的意思。在“随机应变”这个词中，如果理解为依照情势予以应对的话，则“机”的本意就被稀释甚至忽略了，在“事贵应机，兵不厌诈”，“此心不动，随机而行”中也一样。随机一词被引入到数学和物理学中，随机被理解为“不确定的”、“无倾向的(unbiased)”、或者“事前未予谋划的”，其中文本意更没人提起了⁵⁾。

“几”的意思是多少，如几何、几多等。但“几”字偏向于强调少，用于几乎、庶几、未几、几微、几希(见于“人之所以异于禽兽者几希”)等词。“几”又引申为“可能性小”，如《列子》中的“履虚乘风，其可几乎(那怎么可能呢)?”几率用来翻译 probability 一词已经摒弃了可能性小的意思，其取值在闭区间 $[0, 1]$ 上。与 Maxwell 分布有关的 most probable velocity 被译为最可几速度，所谓的最可几是指概率密度最大。

“概”，是刮平斗斛所用的木片(图1)，笔者小时候还见过。往斗里倒入粮食，上面会冒尖，

用“概”将尖抹平，这样每斗粮食的量才大概是相等的。会做生意的商人在卖出时会故意保留这个尖，以示慷慨，固有“无商不尖”的说法。概作为动词，有概平、概量、盈不求概等用法。若使用“大概”，则显得不那么锱铢必较，概论、概略、概览、概括等词语中的“概”字都可作如是解。笔者猜测用概率论翻译 theory of probability，可能是因为中文“概”字描述了平均值附近小幅度涨落的情景——想象一下用概抹平的一只只盛满粮食的斗。《管子》中的“斗满人概，人满天概”，估计是要传达自然不允许过分涨落的思想。

2 赌博

人类赌博的历史估计是比人类存在的历史还长。世间集心机与运气之大成者，唯赌博也。赌博有深刻的数学内涵，也深刻地影响了数学和物理。一个经典的赌具是骰子。骰子有六个面，走遍天下都一样，这是世界是3D的之最有力证明。为了研究骰子点数出现的不同，那位研究二次、三

次代数方程解的意大利人 Girolamo Cardano 写了一本 *Liber de ludo aleae* (《骰戏书》)，此乃历史上的第一部关于随机性的著作。谈论随机性的一个形容词 aleatory，词源就是拉丁语骰子。等到有了扑克牌，事情就更复杂了。一副扑克牌，抽出一张为红桃六的可能为 $1/52$ ，但是什么样的13张牌算是一副好牌，这就牵扯到针对特定规则的组合问题。扑克牌玩法涉及置换群，但所有的群和置换群都是同构的，不知道玩牌的人能否由此悟出群的表示？五次代数方程没有简单的解表示，其证明就着落在置换群上。是赌博技术的发展开启了现代统计学^[1]。

赌博如果靠毫无偏向的随机性，就没人那么热衷于设赌局了。安分守己者，不得大富大贵。所谓“市井有小人，赌场皆君子”，其实是对傻瓜赌徒的人品要求。信此言者，当入十八层地狱。赌中先见数学，后见人心物理。通过赔率的数学设计以及对赌具的物理设计(比如非对称的骰子)，设赌的稳赚不赔。它的

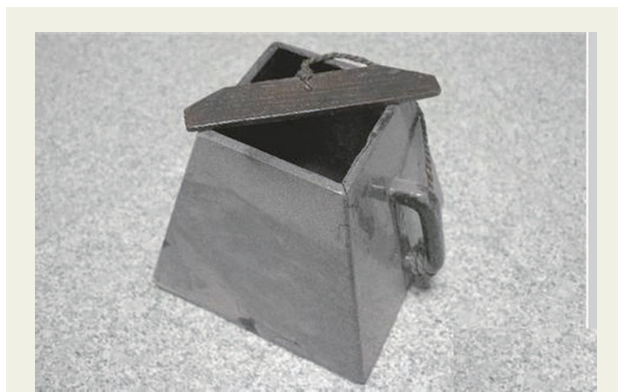


图1 斗和概

5) 有个关于随机问题的笑话，似乎道出了“随机”的本意。中原大战期间，中央军出动空军助战，西北军惊恐万状。冯玉祥为安定军心，便将部队集合起来训话。冯问众人：“空中飞机多还是乌鸦多？”众人答：“乌鸦多。”冯再问：“然则乌鸦拉屎时掉到你们头上没有？”众人异口同声：“没有。”冯：“所以嘛，飞机投弹时，能命中的机会就更少了，大家不必害怕。”次日空军来袭，大家均不躲避，结果伤亡惨重。炸弹是随着飞机落下的，但可真不是随机乱扔的！——笔者注

赌的就是骗局不破——输了的
人，哪有心思学习概率论或者关
注别人的障眼法呢。

3 命运与机遇

人类长期生活在对明天的
不确定中，这恐怕是概率论、
随机过程等理论的深层心理基
础。早先的人们把一切归于命
运、运气，希腊神话中有专职
的幸运女神 Tyche，更为大家
熟悉的则是罗马神话中的 For-
tuna (图 2)。Fortuna, she who
brings, 是我们的命运和未来的
掌管者。人们把 Fortuna 当作幸
运、好运的化身，但人们并不
总是得到好运，于是 Fortuna 被
表现为蒙着面纱的或者干脆是
瞎眼的形象。进一步的，幸运
女神还被指为是多疑的(Fortuna
Dubia)、善变的 (Fortuna Bre-
vis)、甚至是恶意的 (Fortuna
Mala)。Fortuna 算是体现了概率
论、博弈论、统计物理等学科
的特征。

Fortune 和 opportunity 都被
随手翻译成机会。Opportunity,
来自拉丁语 opportunus= at or
before the port, 汉语的机会、机
遇不能表达其本意，应该是送上
门的机会，有及时雨的感觉。把
opportunistic 译成机会主义也有
问题，试体会 The opportunistic
Romans saw their chance (善于把
握机遇的罗马人看到了机会)!

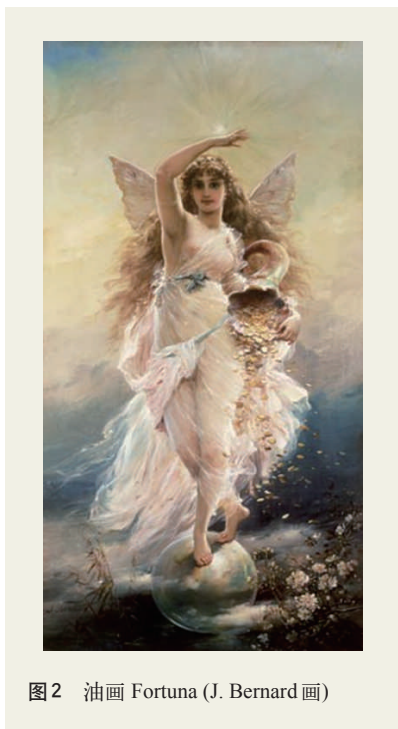


图2 油画 Fortuna (J. Bernard画)

4 Random and stochastic

谈论随机性的一个英文专业
词是 random。Random, to run
violently, 即乱冲乱撞。一只装
在瓶子里的苍蝇，其飞行就是
random 的，hither and thither(忽
而朝这、忽而朝那)，没有仔细
的规划，要想飞出瓶口得靠运气
(to take chance)⁶⁾。西洋人说气
体中的原子作随机运动 (random
swerve of the atoms), 估计也就
是拿无头苍蝇的形象作比喻的。
不过，也不要见到 random 就翻
译成随机，象 “come across a
random thing (不经意遇到某事
物)”，“they are not random peo-
ple (他们可不是一般的路人)”

这样的句子里，把 random 翻译
成随机就不好理解。

关于科学研究，有个定律：
你总是在犯了所有可能的错误后
才得到正确的答案。有人管这叫
梦游，也有人称为 random walk^[2]。
Random walk, 走哪算哪，正规
的译法是随机行走，如今是物理
学上常用的计算策略。据说这个
概念是 1905 年引入的^[3]。1912 年
Pólya 教授基于在屋后小树林散
步的经历，发表了关于随机行走
的经典研究。话说某天 Pólya 教
授在林中散步，路遇一个他认识
的学生和女朋友在亲热。Pólya 教
授改变路线以规避之，未几又
遇那对情侣，遂又改路径，然后
是又一次遭遇。如是数遭，这激
起了 Pólya 教授的灵感：两个人
从某点出发，随机行走，他们又
相遇的几率是多少？经过一番思
索，遂有了著名的 Pólya 关于随
机行走的定律。随机行走模型现
被用于各种统计物理问题的模拟
中，其关键是随机数 (random
number) 的产生。Random walk
又叫 Drunkard Walk^[4]，一个醉汉
可以很好地提供随机数的物理
模拟——其它的随机数产生机
制与醉汉在本质上估计差别也
不大。

另一个被翻译成随机的专业
词汇是 stochastic，如将 stochas-
tic geometry^[5] 译成随机几何⁷⁾，
stochastic integral 译成随机积
分，stochastic process 译成随机

6) 随机性能救命。苍蝇乱飞，总有飞出瓶口的几率，或者总有飞出去的时候。Pólya 证明，在 2D 空间中一个醉汉从家中出发，随机行走，只要时间足够长，总会回家的。蜜蜂向光，认死理，会在瓶子里被困死。——笔者注

过程，显然这和random相关的概念相混淆——random process^[6]也是被翻译成随机过程的。这种随意的翻译危害匪浅。Stochastic来自希腊语στόχος=target，目标。按照字典解释，stochastic以猜测(目标)为前奏，of, pertaining to, or arising from chance; involving probability; random。用简单函数 $y=f(x)$ 来说，若变量 x 是random的，则函数值 y 是stochastic的。比如，根据掷骰子的结果来作决策，骰子出现的点是random的，根据骰子点数作出的决策在别人看来也是那么不着调(图3)，是stochastic的。Random强调的是自主行为，和by chance接近，而stochastic谈论的是目标。J. Doob说他在写*Stochastic Processes*一书时，曾为了随机自变量是“random variable”还是“chance variable”与合作者争执不下，最后用一个stochastic procedure来决定。什么样的stochastic procedure是“是一非”二值的呢？抛硬币——扔鞋也行。

5 Chance and Probability

日常谈论随机的问题会用chance这个词。Chance和case是同源词，原意是to fall out，无来由地就发生了。Chance的德

7) 设想有全同的球形颗粒随机地包裹在异质的母体材料中。取任意的剖面在扫描电镜下观察，会看到不同大小的圆。学过点stochastic geometry的人可能会很警觉，会联想到这可能是同一半径球形颗粒的投影。有些人可能就拿图像中圆的统计当成了样品中颗粒大小的统计。——笔者注

语对应词是Zufall，字面意思还是to fall out，天上掉馅饼那样的掉法，其发生与否是由不得你决定或预测的。By chance, to leave things to chance, perchance (peradventure)，反映的都是听天由命的态度。Chance的用法比较怪异，如“Friday the thirteenth is no day to take unnecessary chance”。Chance可作动词，如“I chanced to see them”，“The information would come very slowly, as it might chance to fall from his thoughts (引自*Little prince*)”，汉译可能还是要用副词“碰巧”、“时不时地就”来转译。此外，动词enchance意思是增强可能性，如enchancing and intensifying certain occasions。

类似chance这样的涉及随机性的词还有accidental, incidental, casual, hap, haphazard, 等等。在“So, the pairing corre-

lation that you discern...(in normal metal) ... is accidental and easily destroyed by small disturbances (正常金属中看到的电子配对是accidental的，很容易被扰动破坏掉)”^[7]一句中，accidental (偶发的、碰巧的)是强调“没有强的保证”。Haphazard强调的则是不计后果的率意而为。H. B. G. Casimir写过一本关于量子力学革命的书，书名就叫*Haphazard Reality*，我一时找不到恰当的译法。Chance还和opportunity有关联。此外，象“Nevertheless, let me admit, fortuities and serendipities do sometimes come about (不过，我得承认，(物理中)出乎意料以及无心插柳之类的事情也时常出现。取自Feigenbaum的*Computer generated physics*一文)”中的fortuity和serendipity也有by chance的意思。

数学上的概率，西文用词为

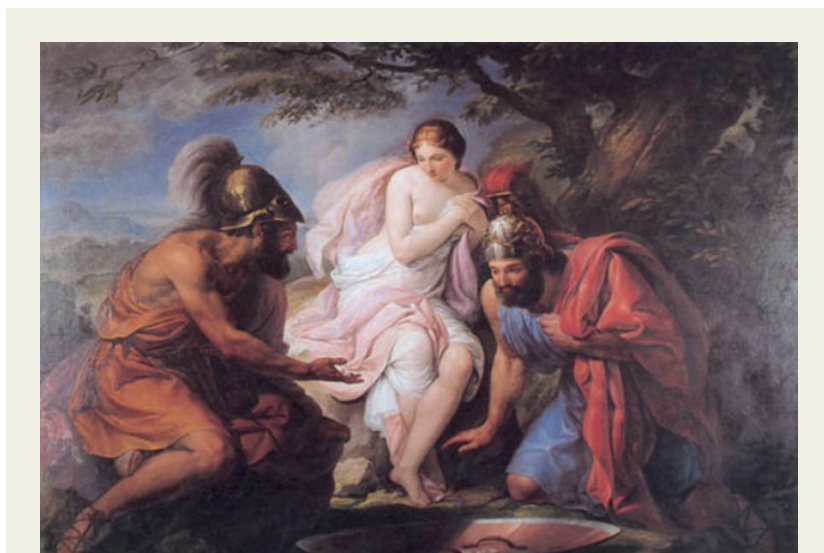


图3 油画《特修斯和皮瑞塞斯掷骰子争海伦》(Theseus and Pirithous Playing Dice for Helen, Odorico Politi, 1831)

probability, 关于这个词的来源, 参见物理学咬文嚼字之二十九: 探针、取样和概率。日常词汇中的“chance”, “probability”同数学的probability有根本的不同, 前者会援引the idea of human confidence, 有主观的因素。关于概率, 当前有四种解释: 逻辑理论(logical theory=degree of rational belief); 主观理论(subjective theory=degree of belief 置信度); 频率理论(the frequency theory=the limiting frequency of a series); 倾向理论(the propensity theory = intrinsic propensity in a set of repeatable conditions)^[8]。把后两种理论等价就是系综理论的基础: 即概率描述全同体系之系综的客观性质(Probabilities describe objective properties of ensembles of “identically prepared” systems)。在谈论放射性物质衰变时, 比如中子衰变, 我们选择的是倾向理论。当中子很多的时候, 半衰期之类的概念可以由当前时刻中子数(a set of repeatable conditions)除以此前某时刻的粒子数来获得。关于概率, 重要的是加法和乘法, 所以有“the most important axioms are the conjunctive and disjunctive axioms of the addition and multiplication of probabilities (关于概率之和与积的合取公理和分离公理是最重要的公理)”的说法。

日常用语中常混淆 possibility 和 probability。Possibility 是一种是与否, yes or no, 0 与 1 的判断。Probability 是承认其 possibility 为 1 的基础上, 研究体系的某种行为(结果)出现的几率, 是 [0, 1] 之间连续分布的一个量, 其数学基础是 measure theory (测度论)。玻尔兹曼的伟大之处在于用经典概率的 improbability 解释了一些宏观现象, 如气体只占据容器的一部分而不充满整个容器的 impossibility。不要只从纯数学的观点谈论 probability。考虑到 probe 和 prove 同源, probability 亦不免有 provability 的成分——它包含物理的内容!

6 随机性的意义

17 世纪末到 19 世纪末, 物理学是决定论的世界。“……它(牛顿力学)所描述的宇宙是一个其中所有事物都是精确地依据规律而发生着的宇宙, 是一个细致而严密地组织起来的、其中全部未来事件都严格地取决于全部过去事件的宇宙。”^[9] 为推翻这种观点出力最多的人包括玻尔兹曼和吉布斯。他们以更加彻底的方式把统计力学引入到物理学中。概率不仅对高度复杂的系统有效, 而且对单个粒子同样有效。为此, 吉布斯引入了系综的概念。N. Werner

甚至认为, 20 世纪物理学的第一次大革命应该归功于吉布斯, 而非 Einstein 或者 Planck。这个革命的影响是物理学不再去探讨那些总是会发生的事情, 而是将以绝对优势的 probability 发生的事情。宇宙是一个 contingent universe (偶然性的宇宙)。Chance 不是作为物理学的工具, 而是作为物理学的部分 fabric⁸⁾, 被人们接受了。注意, 这种偶然性的观点是叠加于牛顿力学的基础上的。其实, 麦克斯韦等人早就认识到大量粒子组成的世界应该要用统计的方法处理了, “…the true logic for this world is the calculus of Probabilities…(这个世界真正的话语是关于概率的计算)”。后来, 概率论迎来了测度论。测度论形成一种完整的理论, Lebesgue 积分应用于布朗运动的研究是数学物理的典范。

宇宙中既有随机性和偶然性, 但也有模式和目的(a universe of randomness and chance and a universe of pattern and purpose), 这恰恰是不同尺度上的表现。Randomness⁹⁾ and chance 出现在微观世界里(或者因为我们理解能力的不足, 或者是因为其本质上就是 probabilistic 的), 而 pattern and purpose 可能作为 emergent phenomenon¹⁰⁾ 出现在我们的尺度之上。By chance (偶然的) and deterministic(决定性的),

8) Fabric, 布、织物, 引申为结构、构造。Brian Greene 的 *The fabric of the cosmos* 被译成《宇宙的构造》, 原词的本意就没有了, 我总觉得有点缺憾。——笔者注

9) 有人见到高斯分布就以为遇到了 random process。整数的 partition 完全是规则确定的, 依然呈现高斯分布。——笔者注

恰是统计物理和热力学之间的关系。中间没有悖论。Max Born 认为因为没有观察是绝对正确的，所以 chance 的概念在科学活动之第一步就加进来了^[10]。偶然性是比因果律更基础的概念，因为因果律是否成立要靠对观察结果使用 the laws of chance 才能判断。

概率研究 randomness 和 chance，随机性理论萌发自赌鬼的头脑中，但随机性理论却是严格的、决定性的，它也要如何、代数一样建立在公理的基础上^[11]。那么，什么是 chance 呢？“It is a notation which is difficult of justification, and even of definition; and yet ... scientist cannot go on without it (那是一个非常难以做出合理解释甚至难以定义的一个概念；可是，唉，科学家离不了它)”^[12]

7 经典概率与量子概率

麦克斯韦和玻尔兹曼关于气体动力学的工作，把经典概率引入了物理学。玻尔兹曼努力为热力学奠定统计的基础，他 1877 年关于气体粒子数随动能分布的推导(假设有能量单位，允许的能量值是能量单位的整数倍)甚至被看做是量子力学的发端。经典的随机过程要数可观察的布朗运动，由 Robert Brown 于 1827 年在观察液面上的花粉时发现。花粉，或者别的颗粒，受到液体

分子的 random 碰撞，从而表现出无规运动，所以布朗运动在文献中也叫 pedesis (跳跃)。爱因斯坦和 Marian Smuluchowski 认识到布朗运动也许证实了物质是由原子、molecules(不是如今意义上的分子)组成的。在关于布朗运动的研究中，虽然原子的运动被当做随机事件处理，但人们相信它是遵从牛顿力学的，是决定性的(deterministic)。

有别于有意识地把液体、气体中的原子运动当做 random 事件，有些被当作偶然性的事件则完全是因为我们缺乏看出其中规则模式的能力。在对 logistic 方程有深入认识之前，其混沌状态的数据看起来就毫无模式可言。彗星的出现经典力学能把握天体轨道之前也是被当成随机事件的。这样看来，什么是随机性事件，还取决于人们的知识水平。

谈论随机性事件的概率，就要求事件的频发。我们的先人发现了自然界中的一致性原理(principle of the uniformity of nature)——那些发生过的事件，在类似的条件下，会再次发生。自然界中的事件不是随机地发生的，而是遵循不变的模式^[13]。可是，有许多物理学关切的事件，其可纪录到的事件就很少很少。宇宙射线实验就依赖于偶尔才有的对新粒子的探测，其结果很难重复，而宇宙学(其研究对象)干脆就没有复本的可能性。人们在谈论这些领域的实验结果时会用

3-sigma confidence, 5 sigma confidence 的概念描述数据的分布，但似乎无补于数据不足或者(知识的)系统误差的问题(参见漫画 *precision is not accuracy*, 物理学咬文嚼字之四十四: Uncertainty of the Uncertainty Principle. Confidence(信心、置信度), 谁的 confidence? 若这 confidence 是研究者本人的 confidence, 那就难怪有 personalist Bayesian view 了。

个体的贝叶斯观点认为，一个人给一个单一事件赋予概率 p , 乃是其对事件会发生之信心的量度。这样的事件概率不是事件的内禀性质，不同人会对同一事件赋予不同的概率值^[14, 15]。这说明，对事件概率的评估会用到信心 (human confidence) 之类的概念^[16]。好在个体的贝叶斯观点多见于社会学领域，只有极少数物理学家在极少数的物理领域里是这样使用概率的^[17]。

1924—1927 那几年，似乎人人都在谈论量子力学的 probability (Otto Hahn 语)。不过，probability 在量子力学语境中有了全新的内容。薛定谔方程的解被玻恩诠释为几率幅，其模的平方是粒子空间分布的几率密度。其实，愚以为玻恩的几率幅诠释是一种必须而非选择。只要如薛定谔 1926 年确立的那样把量子力学等同于本征值问题，则系统的状态就是完备变量集之本征函数的叠加，这是一个复向量空

10) Emerge 是冒出来，evolve 是转着出来。Evolution 被译成进化，emergent phenomenon 指那种在特定层次上冒出来的现象，目前尚未见合适的译法。——笔者注



图4 爱因斯坦：上帝掷骰子吗？

间里的问题，向量间夹角满足 $\cos^2\theta = |x \cdot y|^2 / |x|^2 |y|^2 \in [0, 1]$ ， $\cos^2\theta$ 就有了概率的意义。在海森堡 1925 年试图描述跃迁这个观测量的矩阵力学中，其关键公式是描述有中间过程时对应跃迁的观测量应满足的关系 $C(n, m) = \sum_k C(n, k)C(k, m)$ ，这是经典概率的内容。设若系统的本征态为 $|\phi_i\rangle$ ，系统处于状态 $|\psi\rangle = \sum_i c_i |\phi_i\rangle$ ，状态与某个本征态之间夹角为 θ_i ，则有 $\cos^2\theta_i = |c_i|^2$ 。Von Neumann 这样诠释 $|\psi\rangle = \sum_i c_i |\phi_i\rangle$ ：对处于状态 $|\psi\rangle$ 的系统进行测量，系统会随机地坍缩 (collapse) 到某个状态 $|\phi_i\rangle$ 上，测量结果为 $|\phi_i\rangle$ 对应的本征值，该值出现的几率为 $|c_i|^2$ 。Von Neumann 的量子坍缩是真正意义上的随机行为，因为真的没有原因或者过程。

关于波函数的概率诠释还成为了建立量子力学方程的判据。

由爱因斯坦质能关系直接翻译 (即把动量用微分算符替换) 成的本征值问题的方程，其解有负几率和几率不守恒的问题，因此作为描述电子的相对论性量子力学方程，它被抛弃了。后来，Klein 和 Gordon 把这个方程捡起来，把它诠释成是描述光子的相对论性量子力学方程，这就是 Klein—Gordon 方程^[18]。玻尔、Jordan 等人乐于接受量子力学的几率诠释。爱因斯坦对量子力学的几率诠释持某种保留意见，因此到处流传着他的名言“上帝不掷骰子 (I will never believe that god plays dice with the universe)” (图 4)。爱因斯坦的意思是，上帝不会崇尚偶然性和随机性，宇宙还得有它自己的按部就班的逻辑。狄拉克也不认为几率诠释是量子力学构造中内禀的东西，而应该是基于某种假设才导出来的结论。“概率不应该进入力学过程的最终描述；只当人们被赋予了包含概率

的信息……他才会得到包含概率内容的结果。”^[19]

量子力学的几率特征，应该在复几率幅的概念基础上讨论。有许多所谓的用电子学或者光电子学器件证明量子行为的工作，可能混淆了几率与复几率幅的概念，Quantum Monte Carlo 这样的计算方法也可能有这方面的隐忧。实际上，把三维空间中一些经典信号分布作为量子力学诠释的证实或证伪，中间的逻辑链可能是非常弱的。其实，概率论从一开始就受到其到底是什么意思这个问题的困扰^[17]，有人认为如果有一天概率被正确地理解了，那些臭名昭著的量子力学悖论要么消失，要么变得不那么烦人。会这样吗？

近些年来，有人把 stochastics 也用于量子力学。设想小尺度上的时空其度规和拓扑都在涨落，涨落的平均效果产生了可用经典物理描述的大尺度时空和可用量子力学描述的非定域性的内容。有人还从 stochastic 最小作用量原理推导量子力学。这些工作让量子力学有了更多的随机性内涵，笔者不懂，此处不论。

8 隐变量

赌场里的玩艺给人一种输赢由不可知的运气所决定的感觉，这种感觉让许多人心里痒痒想试试发财的运气。其实它不是，一直有一只看不见的手在操控着。Casino 的机械结构，押宝赌场中桌子底下的作宝人，都是主导性

的力量，因此结果是决定性的，此乃 Manin 所说的 hidden gambling。

经典随机过程的模拟需要产生随机数，不过任何算法或者物理过程产生的数值都很难说是随机的；确切地说，那只能是赝随机数。von Neumann 就说过，一个人要是考虑用算术方法产生随机数，那肯定是蠢到家了^[20]。一般的随机数如果用来作曲线的 Monte Carlo 方法积分，估计问题不大；对用随机数的临界现象计算之类的研究，则大可不必当真。

上面的两段铺垫，是想说我们一般遇到的随机事件或过程，只是在我们不较真的情况下它才是 random 的。古希腊的留基伯就说每一件事情的发生都是有原因的、有必要的。逻辑学家 George Boole 说得更明白：probability 是信息不完备时的期待，一旦影响一事件发生的所有条件皆已确知，就没有 probability 立足之地了。中文说随机，字面本身也是说事情下面是有那个“机”的，那就更没有什么 random process 了。

所以，量子力学本质上就是 probabilistic 的理论上说法，让有些人难以接受。一些人，包括爱因斯坦、德布罗意和玻姆，认为量子力学是不完备的。如果为波函数引入一个隐变量 (hidden variable; hidden parameter)，量子力学也许也是决定性的而非几率性的。1964 年 John Bell 提出了著名的判定定域隐变量是否存在贝尔不等式，据说 1982 年的

实验证实了贝尔不等式不满足，也就是说量子力学的概率特征不是用存在隐变量能说明的^[21]。不过，贝尔不等式本身就不能让人信服。至于实验本身，笔者一直强调，用三维空间中观察到的经典对象去证实或者证伪量子力学的论断，中间的逻辑链条可能是不够强的——想想从银原子束在非均匀磁场下成分立的两束这样一个观测结果到引出电子的自旋概念，中间有多么漫长曲折的道路！何况，两点之间的来回路径一般来说是不同的——用实验去验证尚未完备构造好的理论，话就不能说得太满。

认为真正的随机性根本不存在，这种心态是提出隐变量理论的心理基础。笔者倒是觉得，如同还原论(连同它的物质基础)这样的逻辑链条早晚要终结一样，因果律的逻辑链也有往下深入不下去的可能，因此必须接受在其终结处出现的新奇现象，比如无质量粒子和无原因的事件(无变量的函数)，并为安慰自己而准备新的理论。或许经典世界里的因果律在量子力学层面就应该为复几率幅或者别的其它概念所替代，这中间的逻辑链条连同严格的数学表述恰是物理学家要努力的地方。

9 社会层面的几率问题

几率的现象下面是否有隐变量，在物理学上是个要探究的问题。而在社会学领域，一些偶然性事件下面一定有隐含的原因，

但切不可追究。某学术机构成员选举，规定多少岁数以上的申请者须得六名已当选成员推荐才行。某老先生获得了六名已当选老友的推荐允诺，但正式投票时只获得一票。这一票折射出人世间的许多一言难尽。如果没有这一票，其所谓强烈推荐的老友确定无疑都放他鸽子了。老先生知道自己其实不在人家认可的候选人范围内，相遇时躲着走也就是了。问题是有这一票。虽然这一票可能还是其他人投的，但六个推荐人中的每一位原则上却都可以宣称是自己投的。结果是，老先生再见推荐允诺者不得不恭敬如故，小心地避免提及那一票的几率问题。同样的几率问题还有一个互补的版本。当年某单位知识分子聚在一起选右派。大家僵持着不发言。都是礼仪之邦的知识分子，哪能明着伤害自己的同事、朋友？数小时后，某先生肾虚起身去厕所，回来后以差两票的结果高票当选，被送去劳改。因为除了他自己不在场外还缺一票，肾虚先生也不得不把每个同事都当好朋友敬重如故。神奇的概率呀，救了多少人面子。

10 结束语

西人是很相信随机性的。西塞罗说“Probability is the very guide of life (概然性是生活的引导者)”，Milton 更坚决：“在混沌的旁边是最高裁判官，chance，它统治一切(next him (chaos)high arbiter, chance gov-

erns all)”^[22]。确实，在人这个层面上发生的事情，至少对人本身来说，充满着太多的偶然性。我们害怕不确定性，也正因为有对不确定未来的恐惧，我们总尝试安慰自己，告诉自己说“人是

其自身命运的缔造者(Homo faber suae quisque fortunae)”。其实，就算生活中充满了量子力学和经典力学意义上的一切不确定性，人总还要能动地营造属于自己的生活。我们是从混沌中演化

出来的有组织的高等结构，有被偏置了的地方，有对一些涨落的超越能力。我们把概率和概率幅的概念引入物理学去描述世界，就凭这一点，人类就该为自己感到骄傲。

参考文献

[1] David F N, Games, Gods & Gambling: A History of Probability and Statistical Ideas. Dover Publications, 1998
 [2] Rothman T. Everything's relative. Wiley, 2003.p.xiii
 [3] Pearson K. Nature, 1905, 72:294
 [4] Mlodinow L. The Drunkard's Walk, How randomness rules our lives. Vintage, 2009
 [5] Stoyan D, Kendall W S, Mecke J. Stochastic geometry and its applications. John Wiley & Sohns, 1985
 [6] Rosenblatt M. Random Processes. Springer, 1974
 [7] Vignale G. The beautiful invisible. Oxford University Press, 2011.p.286

[8] Gillies D. Philosophical theories of probability. Routledge, 2000
 [9] Werner N. The human use of human beings; Cybernetics and Society. Da Capo Press, 1988
 [10] Born M. Natural Philosophy of Cause and chance. Oxford: Clarendon Press, 1948. p. 47
 [11] Kolmogorov A. Foundations of the Theory of Probability. Chelsea, 1956
 [12] Poincaré H. Science and Method. Thoemmes Press, 1996. P.10
 [13] Jeans J. Physics and Philosophy. Cambridge, 2009
 [14] Bernardo J M, Smith A F M. Bayesian Theory. Wiley, 1994
 [15] Jeffrey R. Subjective probability: The

Real thing. Cambridge University Press, 2004
 [16] Manin Y I. Mathematics as metaphor. American Mathematical Society, 2007. p.19
 [17] Mermin N D. Physics Today, 2012, (7):8
 [18] Pauli W. Writings on Physics and Philosophy. Enz C P & von Meyenn K (Eds.). Springer-Verlag, 1994
 [19] Kraph H S. Dirac: A Scientific biography. Cambridge University Press, 1990
 [20] MacHale D. Conic Sections. Dublin, 1993
 [21] Aspect A, Grangier P, Roger G. Phys. Rev. Lett., 1982, 49:91
 [22] Milton J. Paradise Lost, I

读者和编者

《物理》有奖征集封面素材

为充分体现物理科学的独特之美，本刊编辑部欢迎广大读者和作者踊跃投寄与物理学相关的封面素材。封面素材要求图片清晰，色泽饱满，富有较强的视觉冲击力和很好的物理科学内涵。被选用的封面素材提供者，均有稿酬及全年《物理》杂志相送。

请将封面素材以附件形式发至：physics@iphyc.cn；联系电话：010-82649470；82649029

期待您的参与！

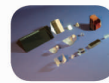
《物理》编辑部

标准光学元件库存---供您随时选用

总量多达10万片，
超过700个品种规格的透镜，
棱镜，反射镜，窗口，
滤光片等常用光学器件；
涵盖紫外，可见，
近红外，
红外等光学应用领域。



光学透镜



光学棱镜



可见光学元件



红外元件



颜色滤光片



窄带干涉滤光片



北京欧普特科技有限公司
Beijing Golden Way Scientific Co.,Ltd

地址：北京市朝阳区酒仙桥东路1号M7栋5层东段
电话：010-88096218/88096099 传真：010-88096216
邮箱：optics@goldway.com.cn