

物理学咬文嚼字之六十六

参照系？坐标系！

曹则贤[†]

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

2014-10-19收到

[†] email: zxcao@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20141109

摘要 Coordinate system 汉译坐标系，但 reference frame 被译成参照系似有不妥。弄懂了数学的 coordinate system 与物理的 reference frame 概念上的区别，相对论或许不会那么难懂。

1 引子

某老先生 60 岁，和他 59 岁的老伴阴差阳错竟然也入了天堂。上帝问他有什么愿望。老先生说，我一辈子净逼着别人让我服务来着，也没享受过生活，我想到处去逛逛看看风景。上帝应允了他，给了他一堆钱和机票，说你们可以开始旅游去了。老先生说我还没说完呢，我的愿望是想和一个年轻 30 岁的异性一块去旅游。上帝说这没问题啊。于是，眨眼间老先生变成了 89 岁。

这个故事引出了一个重要的事实，即人们谈论关系时常常需要参照的对象。参照问题是语言的一个要素¹⁾，对参照问题的语言处理远在物理学出现之前。在物理学中，论及时空关系时，选择合适的参照物或参照点是必然的。这就引入了一个关键性的物理概念，reference frame，或者 frame of reference。

《六祖坛经》记载一个故事：“(六祖)遂出至广州法性寺；值印宗法师，讲涅槃经。因二僧论风幡义，一曰风动，一曰幡动，议论不

已。惠能进曰：‘不是风动，不是幡动，仁者心动。’”此典故历来议论者众，多谓其直指大乘佛教之万物皆空、一切心造的根本教义。不过若从物理的眼光看来，风动幡动之争或可与量子力学的海森堡表示 (representation 或 picture) 对薛定谔表示相参校，本质上还是与物理学中的 reference frame 问题相关。

2 坐标系

说起坐标系，那要从数的性质谈起。数分 cardinal numbers (基数) 和 ordinal numbers (序数)。基数用于计数或者比较多少，如一个集合所含元素的数目就称为该集合的 cardinality，汉语用集合的“势”予以搪塞，这当然和另一个势，potential，易混淆。数学里到处都有 nilpotent (nil+potence) 的对象，那是环的元素的一个基本性质，汉语翻译成“幂零”，字面上干脆置 potence 于不管不顾，不知译者是怎么想的¹⁾。序数用于表示顺序，语言中有序数词如第一、第二等说法，而数学上的 ordinal number 是有序集合的有序类。Ordinal number 是

Georg Cantor 于 1883 年引入的，用集合的某种有序结构来对集合进行分类。具体的数学笔者不懂，但有一点是清楚的，ordinal number 和顺序，order，有关。

考虑一条笔直的线，从某参照点 (reference point) 开始用距离表示位置，则这些数字之间不仅是大小的问题，还有空间上的顺序。这样的一条线，就是拉丁语所谓的 *linea ordinata applicata*，即 *line applied in an orderly manner* (以某种有序的方式应用的一条线)，此乃坐标轴的原型。Ordinate 如今被当作笛卡尔坐标系中的 y -坐标。笛卡尔当初想给天花板上那只讨厌的苍蝇定位，只有一条有序的线是不够的，他需要两个序数一起来完成这个任务，所以有 co-ordinates 的说法 (co-, 拉丁语 together, 一起)。把两条 ordinate 的线垂直相交，就构成了笛卡尔的平面坐标系 (Cartesian coordinate system)，水平轴上的序数 (horizontal coordinate) 为 abscissa，垂直轴上的序数 (vertical coordinate) 为 ordinate。当然，也很容易把 co-ordinate system 扩展到三维情形。我们

1) 一个随意的翻译往往会把原概念的科内容丢弃甚或歪曲，好像数学领域一点也不比物理更不严重。——笔者注

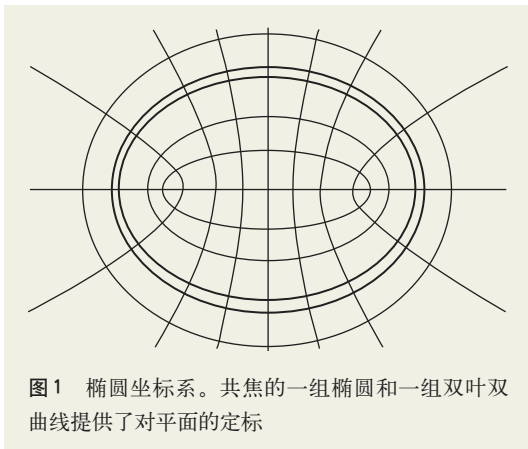


图1 椭圆坐标系。共焦的一组椭圆和一组双叶双曲线提供了对平面的定标

说坐标²⁾系, co-ordinate system 或者 coordinates, 是因为它确实包含多个元素((多重的)方向、尺度度规等), 是不同元素构成的一个有机体系。

汉语的系, 作为名词出现在谱系、世系、星系、嫡系、语系等词汇中时其所指对象数目是多个的, 这一点同其作为动词具有连、关联、维系的意思相一致。英文的 system, 来自希腊语 σύστημα, 其动词本意为 to place together, 正是联系、维系之意, 所以系统是 system 的绝佳翻译。系和 system 在数学和物理语境中随处可见, 系综一词在统计物理中还被用来翻译 ensemble。在考察这些词的准确涵义时有一点是必须明确的, 即其所指对象是多个(重)的。

3 坐标系变换

对于一个给定的空间, 坐标系的选取存在多种可能性。对于二维欧几里得空间, 就有笛卡尔坐标系, 极坐标系³⁾或者还有不太常见

的椭圆坐标系(elliptic coordinate system)等选项; 对于三维欧几里得空间, 存在笛卡尔坐标系、柱坐标系、球坐标系、椭圆柱坐标系(elliptical cylindrical coordinates)和旋转椭圆坐标系(ellipsoidal coordinates)等选项。选取不同坐标系, 本身更多的是出于物理的考虑。一个显见

的例子是, 选择了接近物理现实的数学, 物理就能被简单地表述。考虑一些坐标系选择与物理问题的关系, 以及历史上如椭圆这种几何体之间不同数学表述同相关物理问题之间的关系, 笔者逐渐坚定了一个信念: “数学是物理的(mathematics is physical)。”比如, 椭圆坐标系是一个正交坐标系, 由一组椭圆和一组双曲线——都是共焦的——来表示平面上的点(图1)。显然, 那两个焦点, 定义了这个有点特殊不均匀性的空间。如果考虑由两个对称物理存在所规范的空间中的物理问题, 比如两个质子约束下的电子(即氢分子离子 H_2^+) 的量子力学问题, 选择这样的坐标系会使问题适当得到简化。

然而, 毕竟坐标系的选择不具有强制性, 选择不同的坐标系不应该改变空间或者相关物理问题的实质。为一个空间选择不同的坐标系, 则一个空间的点在不同坐标系下的坐标应该有一一对应, 这是不同坐标系下坐标变换必须满足的条

件。相应地, 算符, 包括 nabla 算符, 拉普拉斯算符, 达朗伯算符等, 在不同空间坐标系中的表示也需要理解掌握。比如, 三维空间的拉普拉斯算符, 在笛卡尔坐标下形式为 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, 而在球坐标系下形式为

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

其实, 在一般的曲线坐标系 (ξ^1, ξ^2, ξ^3) 中,

$$\nabla^2 = \nabla_{\xi^m} \cdot \nabla_{\xi^n} \frac{\partial^2}{\partial \xi^m \partial \xi^n} + \nabla_{\xi^m}^2 \frac{\partial}{\partial \xi^m}$$

球坐标不过是一特例而已。教科书教人们球坐标系、柱坐标系下的形式而不教一般形式的推导, 似有不妥。

坐标系是一个数学概念, 可看作是描述观察的语言选择。选择好的坐标系能充分照顾到系统的对称性。即对特定的物理问题, 有些坐标系是好的选择。在经典力学分析中, 人们变换广义坐标系以使得拉格朗日量尽可能多地不包括某些广义坐标, 即拥有尽可能多的循环坐标(cyclic coordinates 或者 ignorable coordinates), 循环坐标对应的广义动量是一个运动的守恒量^[2]。我猜想, 仍然不可能得到所谓的“三体问题”的精确解, 那是因为没有找到正确的坐标系。

在不同的坐标系下, 一个几何体是有不同的表达的。比如, 椭圆在笛卡尔坐标下方程为

2) 汉语用坐标或者座标翻译 co-ordinate, 实际上是翻译了 ordinate 而没管 co-。这个翻译是体现了文化的, 座位的排列事关顺序, 是马虎不得的, 身在梁山的人们都有深切体会。英文的 president, 德文的 vorsitzender, 其实就是前(pre-, vor)坐(sit, sitzen)或者首坐(座)大人。——笔者注

3) 由于学习顺序的问题, 笔者有个错觉, 以为极坐标系的出现要比笛卡尔坐标系出现得晚。一个极坐标系包括极点(pole), 沿 polar axis 的长度是 radial coordinate, 角度坐标是 polar angle, angular coordinate 或者 azimuth (阿拉伯语 the way, the path)。据说古希腊的天文学家、星象学家 Hipparchus (190—120BC) 已经使用极坐标表示恒星位置了。有兴趣的读者可以参阅 Julian Lowell Coolidge, *Origin of Polar Coordinates*, *American Mathematical Monthly*, 59 (2), 78—85 (1952)。——笔者注

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，但在极坐标系下是 $r(\theta) = r_0 / (1 + e \cdot \cos \theta)$ ， $0 \leq e < 1$ 。不同的表示方式看似对不同问题的解带来了方便，但是它也带来概念上的混乱，或者有些东西可能被丢了或者掩盖掉了。椭圆真要有两个焦点，或者一个焦点加一条准线吗？仔细想想，椭圆不该纯粹就是一个椭圆吗，为什么要让坐标系的引入带来形式上或者实质上的任何其它内容呢？类似抽象代数，也应有使用内禀(内蕴)几何语言、不依赖于坐标的几何学(coordinate-free geometry, synthetic geometry)。摆脱坐标系是几何研究的应有之意，在笛卡尔引进坐标系之前几何只能这么研究。矢量与张量计算，微分几何等都会采用独立于坐标系的处理，而基于坐标表示的矢量场可能反映的是关于坐标系选择的任意性。一个物理理论不依赖于坐标系的形式是广义协变原理的要求，据说自然喜欢那些若用无坐标几何语言表述会很简单的理论(Nature likes theories that are simple when stated in coordinate-free geometric language^[3])。

提醒读者注意，本节谈论的坐标变换，是关于一个参照点(坐标原点)的不同坐标系下的坐标之间的变换。

4 参照框架

Reference frame 汉译参照系，有些不妥。Refer, 即 to relate or apply (to), 汉译参考、参照尚可；而 frame, 是和 further, from, furnish 同源的词，指“有用的”东西，对应汉语的框架，例如 window frame (窗框), photo frame (相框)等。Reference frame, 愚以为还是应该译成

参照框架可能更贴切。实际上，在别的领域，它也真是这么翻译的，比如 linguistic reference frame (语言参照框架)。Levinson 在 *Space in Language and Cognition* 一书中专门论及语言表述的空间参照框架问题，并且提出内在参照框架、相对参照框架和绝对参照框架等概念(似乎有时也和坐标系混在一起了)^[4]。此外，frame 可作动词用，意思是构造、加框框，牛顿的名言 Hypotheses non fingo 有人就翻译成“I frame no hypotheses (我无意构造任何假设)。”Frame 在数学中就是翻译成标架的。所谓流型的 moving frame (图2)，就是对矢量空间的有序基的灵活推广，用于研究镶嵌在均匀空间中的光滑流型的外部微分几何。这个概念对理解微分几何和相对论有用。

人类思维中普遍存在参考框架的概念。人类认知世界和描述世界，运用参照框架可以说是描述的开始。在判断不同的空间关系时，要选择不同的空间参照系。人们用别人的人生作为感叹自己人生的参照，把别人家的儿女拿来作为嫌弃自家儿女的参照，但是“the ultimate essence of life has no fixed set of reference points(但生命的终极本质没有固定的参照点集)”。参照进入思维当然首先表现在空间描述方面：“出城往西八里地，有个村子叫陈家沟，庄东头有片柳树林，从柳林那块儿过河到对面，有一条进山的老官道，顺着官道往山里走到一个三岔路口，往右一拐就到咧”，这段话里不断变换着参考点和点上局域坐标系的形式，可当作广义相对论，至少是活动标架，的通俗版。

物理学处处需要参照物。固体物理的点群概念，就是研究相对一

个固定参照点的空间分立变换。在热力学中，温标的制定是应用参照物的典范。所谓的摄氏温标，定义一个标准大气压(维也纳夏季的气压?)下水的沸点为 100 °C，冰水共存的温度为 0 °C，利用的就是水的沸腾和冰水共存这两个比较刚性的物理事件作为参照。相应的，华氏温标(由德国人 Daniel Gabriel Fahrenheit 制定)有三个参照点，定义水：冰：氯化铵(按 1:1:1 的组分，称为 frigorific mixture)的共存点为 0 F，冰水共存的温度为 32 F，人的体温为 96 F。当然，仅有零星参照点的温度值不足以构成温标，且被参照的物理事件是否对应固定的温度也成疑问，所以温标的概念随着人们的热力学知识增长要不断地被检讨，直到有一天我们有了依赖纯数学公式和光的行为的绝对温标。这个问题，可惜几乎没有热力学教科书讲明白过，也许作者就没对着温度计发过愣吧。

在量子力学中，人们会选择某个体系无相互作用的哈密顿量，找到它的解，然后将这解当作微扰论

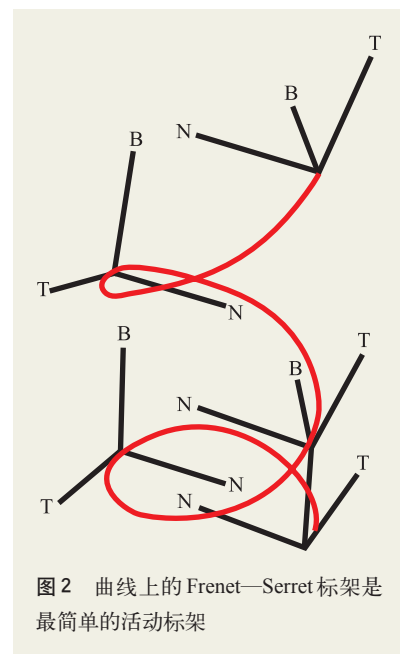


图2 曲线上的 Frenet—Serret 标架是最简单的活动标架



图3 以地球为reference point的火星轨道

的参照 (reference for perturbation theory)。甚至物理学习也是需要参照物的。Wilczek 写的reference frame 系列文章，以笔者之见都是经典，与之比较会让人深刻领会自己的浅薄。

物理学上改变参照点导致重大发现的惊天案例发生在开普勒身上。开普勒从第谷那里继承了关于火星的观测数据，其参照点当然在观察者的脚下，即地球上。这样的数据所绘出的火星轨道太复杂了些(图3)，不易破解其暗含的奥秘。当开普勒把参照点挪到太阳上重新绘制了火星——也许还有土星和金星——的轨道时，他得到了一个单调的闭合曲线。这样的曲线，他后来认为是椭圆，让他以为猜透了上帝的秘密。想必你也能理解开普勒当时的狂喜：“Nothing restrains me; I shall indulge my sacred fury (什么也不能阻止我，我要放纵我神圣的狂喜)。”开普勒有理由狂喜进而狂妄。革命不是一件容易的事情，尤其是在科学思想领域。哥白尼的日心说看似是对地

心说的革命，可是哥白尼的日心说中行星运动的参照点还是选在地球上。毕竟，关于行星的观测数据是从地球上获得的。这体现了思维的惯性。不过，这倒也说明了个人愚见：“我立足处，便是宇宙的中心。”愚以为这应该是构造物理学的出发点。这话有些狂妄，但是，配上了爱因斯坦的相对论思想，一切的狂妄就都消解了，因为别的点一样也是宇宙的中心，别的参照框架里也是一样的物理。开普勒把看待行星运动的参照点从自己的脚下挪到了别的地方，这是人类文明史上的一个伟大事件。

在经典力学中常提及的两个相对照的参照框架是实验室参照框架 (reference frame of laboratory) 和质心参照框架 (the center-of-mass reference frame)，见于描述两体问题。在这两个框架中，总动量都是守恒的，但这两个框架中动量的值却不一样，也就是说不是不变量。对碰撞的实验研究，那测量设备可是大体固定的，在实验室框架中看问题是必须的；但是，在质心框架中，碰撞前两个物体各自的动量和碰撞后的动量都是相等的，即四个动量矢量都落在同一个圆上，这让理论分析简化了许多。在相对论中涉及的两个相对照的参照框架分别是静止框架和运动框架(a moving frame)。静止参照框架，英文说法包括 rest frame of reference, rest frame, a stationary reference frame, a stationary frame of reference 等⁴⁾。

另外一对相对照的参照框架分别是惯性参照框架 (inertial reference frame, inertial frame, inertial frame of reference) 和非惯性参照框架 (non-inertial reference frame, non-inertial frame, non-inertial frame of reference)。所有惯性参照框架内的物理定律取同样的形式。

找参照是一种习惯，但参照是必须的吗？物理学中没有参照点的运动是电磁波的运动。把麦克斯韦方程组改写成波动方程的形式，则波的速度为 $v=1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 。但是， μ_0 和 ϵ_0 是两个在与运动无关的情景中总结出来的电磁效应常数，不涉及任何运动的参照物。这难道意味着电磁波的速度，即光速，是不依赖于任何参照框架的？爱因斯坦接受了光速相对任何观察者为常数的结论，并把它当作狭义相对论的公设。光速相对任意观察者不变有些人觉得不易接受。笔者以为，这个现象的正确表述或许是“光的世界里没有参照框架(There is no reference frame in the world of light)”。

注意，每一个参照框架携带了一个空间(it carries a space)。不同参照框架内两个坐标系之间的坐标变换，与同一个参照系中选取不同“表示”的两种坐标系之间的坐标变换，看起来应属于两类性质不同的坐标变换。当然了，(弯曲)空间中一点到另一点的曲线坐标变换会把这两者结合了起来，那么连接(connection)的概念就是必须的了。

5 参照系、参照框架混乱的来源

把 reference frame 误译为参照

4) Rest reference frame 少见，可能是因为可读性差的原因。——笔者注

系不单是中文译者的错误，英文中类似的混淆也是有的，且多种多样。在例句“set up a Cartesian **coordinate frame** in a system that follows the rules of general relativity (根据广义相对论规则在系统里建立起一个笛卡尔坐标框架)”中冒出了 coordinate frame；在例句“The transformation is a change of reference frame, a new coordinate system”中，参照框架变化被简单地等同于新的坐标系^[4]。还有把坐标、框架和数据纠缠在一起的，如“an observer needs a **coordinate frame** (the x, y, z axes) to register his data”^[5]。不过，地理学上是有 coordinate reference system 的说法，用于定标。一个 coordinate reference system 定义一个特定的 map projection (地图投影)，有时也被简单地写成 coordinate system, 此处不详细讨论。当然了，牛顿介绍他数学原理第三卷时说“It remains that, from the same principle, I now demonstrate the **frame of the system** of the system of the world (指引力理论)”，这里的 frame of the system 就是理论系统的框架而已，与参照框架(系)无关。

物理学中的参照系、参照框架混用可能有其历史的原因。在德语里，reference frame 是 Bezugssystem, 分明就是参照“系”。在法语里则既有参照框架(cadre referential)也有参照系(**systeme référentiel**)的说法，但法语对参照框架的解释非常到位(Ensemble structuré d'informations utilisé pour l'exécution

d'un logiciel et constituant cadre commun à plusieurs applications), 它把参照框架表述为信息之结构整体。在法语中人们还会用 repère 一词，如 repère mobile (活动标架，即英文的 moving frame), point de repère (标记点)，而该词强调的是标记和定位。

如何正确认识参照框架和坐标系这两个概念及其相互的关系？维基百科 frame of reference 词条有一段发人深省：必须区分数学的坐标集(sets of coordinates)与物理的参照框架，忽视这个区别是混乱的源头。依赖性的函数如速度是相对于物理的参照框架被度量的；但方程如何写所依赖的数学的坐标系却是可以任意选择的。……时空、静止与同时性的问题涉及的都是参照框架，但是坐标系的另一种选择只是数学问题⁵⁾。So frames correspond at best to classes of coordinate systems (不同框架至多对应不同的坐标系类)。必须强调一点，一个 reference frame 并不一定要提供坐标系。

6 相对论与参考框架和坐标系

相对论字面上就是关于参照框架和坐标系的学问。相对论也是参照框架、参照系和坐标系概念混淆的重灾区。在爱因斯坦1905年文章的英译本中有句云：The laws by which the states of physical systems undergo changes are independent of whether these changes of states are re-

ferred to one or the other of **two coordinate systems** moving relatively to each other in uniform translational motion, 状态被描述为相对此一或彼一坐标系，但确切地说应该指的是此一框架中的坐标系和彼一参照框架中的坐标系。再举一例，“The laws of nature must hold good for **all systems of coordinates** (自然定律必须在所有坐标系中成立)”，这里的 all systems of coordinates 应理解为不同参照框架里的坐标系类。这样的表述充斥相对论的文本，初学者难免因此而生误解。自然定律在所有参考框架中的不同坐标系类中都成立，那难道就没有择优参照框架？这是相对论引力理论要讨论的问题^[6]。

相对论断言物理定律独立于观察者，即表述物理定律的方程在所有框架里要有同样的形式外观，即在变换下是 covariant 的。那么，这变换，不同参考框架上坐标系之间的变换，所关联的是同样的坐标系吗？至少，Galilean 变换 $x' = x - vt$ ； $t' = t$ 和洛伦兹变换⁶⁾ $x' = (x - vt) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ ； $ct' = (ct - xv/c) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ 是这样的。

许多的 frames of reference 应该构成一个系统，在文献中确实有 a system of reference 的说法，照笔者的理解，这确实是指参照系，是一个参照框架的系统。在某个参照框架中，两个事件的时空坐标 $(x_1, x_2, x_3; ict)$ 是一样的；在另一个参照框架中，两个事件的时空坐标 $(x'_1, x'_2, x'_3; ict')$ 也是一样的，

5) 狭义相对论中两个相对运动的惯性参照框架中时空坐标的洛伦兹变换，也可看做是同一个参照框架中一个 $(x, y, z; ict)$ 坐标系的转动——这个坐标系不是欧几里得空间或者闵科夫斯基空间里的坐标系。——笔者注

6) 其实是法国人 Woldemar Voigt 于1887年提出来的。我这里把它写成这样的形式是提醒读者这是 $(x; ict)$ 坐标系向 $(x'; ict')$ 的转动。这里似乎消弭了涉及两个参照框架的问题，或者参照框架的问题被纳入到转角里了。——笔者注

这样我们就满足了广义协变性的要求^[7]。不同参照框架中的时空坐标之间的变换就构成了狭义和广义相对论的内容。广义相对论中的变换是关于加速(与引力等价)坐标系的变换。

7 结语

参照框架引入物理学是一种物理的必然,而坐标系作为一种数学手段为单一参照框架下对运动的描

述,以及为不同参考框架中运动甚至物理定律的变换研究,提供了手段。理解了参照框架的物理属性与坐标系的数学属性,物理学的天空可能会晴朗一些,至少相对论的文本看起来不再那么云山雾罩。

参考文献

- [1] Levinson S C. Space in language and cognition. Cambridge University Press, 2003
- [2] José J V, Saletan E J. Classical dynamics. Cambridge University press, 1998
- [3] Misner C W, Thorne K S, Wheeler J A. Gravitation. W. H. Freeman, 1973. p. 302—303
- [4] Neuenschwander D E. Emmy Noether's wonderful theorem. The John Hopkins University Press, 2011
- [5] Huang K. Fundamental forces of nature. World Scientific, 2007. p.26
- [6] Nordtvedt Jr K. Will C M. Conservation laws and preferred frames in relativistic gravity I, preferred-frame theories and an extended PPN formalism; II, Experimental Evidence to Rule Out Preferred-Frame Theories of Gravity, The Astrophysical Journal, 1972, 177;757 (I) &775(II)
- [7] Einstein A. The foundation of the general theory of relativity. Dover, 1952. p. 117—118

使用超冷费米原子模拟量子磁性

来自瑞士和法国的研究者 Esslinger 等,将超冷⁴⁰K 费米原子安置在由交叉激光束形成的二维 4 方晶格中,首次实现了量子磁性现象的实验模拟。通过控制⁴⁰K 原子间的相互作用,使原子对的自旋实现了反铁磁配置。理论学家认为,上述模拟将有助于改进一批凝聚态物理问题的理论模型。

量子磁性涉及交换相互作用,典型的情况发生在电子对(费米子对)中,一个电子总是回避近邻电子,避免两者的自旋磁矩具有相同的取向。在固体中,电子之间的相互作用是不容易调节的。所幸的是,如果用超冷费米原子对替代电子对,前者的相互作用是可以

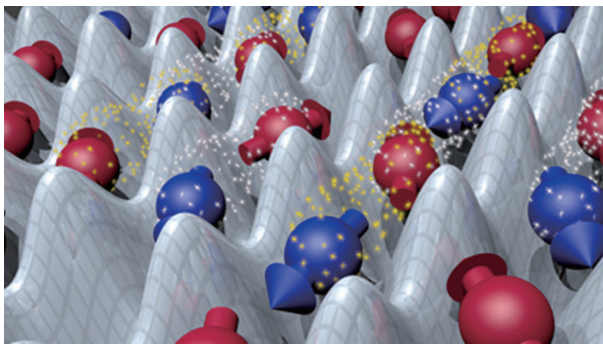


图1 一个光学晶格中的自旋

物理新闻和动态

通过改变激光晶格参数和外加磁场大小来进行微调的。电子两态系统具有 $-1/2$ 和 $1/2$ 两种自旋,相应的超冷⁴⁰K 两态系统是自旋 $-9/2$ 和自旋 $-7/2$ 数量各占一半的混合。当二维四方晶格开启后,每一个格点容纳一个⁴⁰K 原子。随后施加外磁场,就会导致具有相同自旋的原子相互排斥。

接下来的实验涉及热力学问题,即使光学晶格的温度已经很低,对于量子磁性的发展而言,仍然有多余的熵需要排除。为了绕开这个问题,研究者发展了一种在光学晶格的边缘隐藏(stashing)熵的方法,该方法可使量子磁性在光学晶格的中心发展。具体的做法是:调整光学晶格的特性,使得近邻原子间的相互作用在 x 和 y 方向上的强弱稍加改变。结果会使一个⁴⁰K 原子总能在 x 或 y 方向找到一个相互作用较强的近邻配对原子,配对原子的自旋指向相反的方向(见图1)。最终,光学晶格中的5000个⁴⁰K 原子形成了一个反铁磁二聚物的集合体。

反铁磁二聚物形成的最终确认,在实验上有相当的困难。为此,Esslinger等使用了间接测量技术,即对原子晶格施加磁场梯度,令每一对二聚物进入一个光学晶格格点。于是,计算反铁磁原子对的总数就成为可能。

(戴 闻 编译自 *Physics World News*, 24 May 2013)