

# 物理学咬文嚼字之七十一 焦

曹则贤<sup>†</sup>

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

2015-03-22收到

<sup>†</sup> email: zxcao@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20150410

语言是想象力的出发点，  
语言也是想象力的目的地。  
——毕飞宇

**摘要** Focus 与 caustic 都来自燃烧。焦点、散焦线，先前看似梦呓般的几何概念，却有着由物理植入的朴实内涵。数学是物理的。

## 1 引子

一直以来，笔者有一个观点：数学是物理的(mathematics is physical)。这么说，因为对数学家们所发展出来的高度抽象的数学并不懂甚至连听闻过的也很少，我心里是很忐忑的。但是，就那些我能理解的简单数学来看，这么说还是有点根据的。数字来自计数的需求，十进制和二十进制是因为我们的手指头和脚趾头的数目，而十二进制的存在则是因为地球绕太阳的周期除以月亮绕地球的周期取整以后的结果；平面几何来自丈量土地的努力，积分来自求面积和体积的实践；从指数函数和对数函数能看到放高利贷者的嘴脸，概率论得自赌徒的思索。就算那些高等一点的数学，物理的影响也依然可见，如威力强大的傅里叶分析起源于欲从圆盘边缘上的温度测量获知整个圆盘上的温度分布，它展现威力的地方依然是物理学领域；纤维丛理论与规范场论平行发生且至少是互相影

响的，等等。数学如同风筝，总有一根线——看不见只能怪眼拙——将它同现实的大地相连接。就这一点来说，数学就是想象力；人们的想象力离开现实的大地从来都跑不出二里地去——上世纪八十年代科幻电影如《未来世界》的编导们，敲破脑袋也想象不到三十年后中国大地上的乞丐要用划屏的手机。如果一个数学分支敢断言它绝没有也不需要物理现实的基础，我还真为它的正确性捏把汗。物理的现实不仅是数学发生的基础，一些数学的概念和内涵干脆就是由物理现实植入的，焦点、焦散线及一众相关概念就是一例。

## 2 燃点与焦点

焦，与烧、烤有关，其下四点即为火之象形，所以在谈论焦点之前不妨先考察几个与燃烧有关的带“点”的词汇。与燃烧现象有关的几个概念，包括燃点、发火点、引火点、自燃点等，汉语字面上都和焦点接近，但它们实际上指的却是温

度。由于是很早就出现的概念，且对应的物理现象本身就不易严格定义，因此在用法和释义上也比较混乱。燃料的 fire point (燃点、发火点)是指这样的温度，在此温度下其蒸汽能在被明火点燃后还继续燃烧5秒钟以上，而 flash point (引火点)比 fire point 要低一些，在此温度下燃料的蒸汽和空气的混合物刚好可燃，却又不足以维持燃烧。燃点的英文也用 combustion point。此外，还有自燃点(kindling point, autoignition temperature)的说法，指物质自发燃烧所需的最低温度，它当然同外部气压以及其中参与燃烧的气体的浓度有关。白磷在一般大气条件下的自燃点约为34℃，稍经摩擦升温即能自燃，因此被用来制造火柴。

燃点(fire point, combustion point)的德译为 Brennpunkt，字面上的对应丝丝相扣。但是，Brennpunkt的英文解释还有 principal focus，Brennpunkt的汉译和 focus 的汉译一样，都是焦点，即(容易)烧焦的地方，

但这一个空间概念<sup>1)</sup>。Focus, 真的就是(容易)烧焦的地方——或者学术一点, 是射线(ray)汇聚的地方——吗?

### 3 炉子

炉子是人类的一大发明, 得自人类对火和热的需求。炉子的概念自然也融入到文化中去了, 看到官法如炉、另起炉灶、炉火纯青、洪炉点雪等成语, 人们很容易基于关于炉子的经验而会心一笑。《三国演义》载, 东吴遣使上书, 劝曹操早

登大位, “操观毕大笑, 出示群臣曰: ‘是儿欲使吾居炉火上耶?’”居炉火上的感觉, 靠近炉火便知, 不必测试, 无需解释。

炉子对物理学的贡献厥伟, 这表现在量子力学、热力学和光学的发展方面, 并进而影响了几何学和天体力学。壁炉的形象提供了黑体的模型, 对黑体辐射公式的统计力学解释要求  $\epsilon/h\nu$  为整数, 从而有了光的量子的概念。而对光学、天体物理和几何学非常重要的 focus 此一概念, 其本意就是炉子。知道了 focus 的本意是炉子, 也许许多物理学早期文献中的内容就好理解了。

### 4 Focus

Focus, 拉丁语的意思为炉子, 对应英语的 fireplace, hearth, 到了英语里还有了着火的意思, 即到 flame, to burn。开普勒关于行星轨道的第一定律说, 行星的轨道是以太阳为 foci 之一的椭圆。注意, 我们看到的定律的表述是在开普勒之后经过了近两百年改造以后的形式, 这个定律的原型应该出现在开普勒 1609 年的著作《新天文学》(Astronomia Nova) 中。我没见到过原文, 见了也读不懂, 不知道当年开普勒把太阳描述为 focus 时, 是否是比喻, 因

为太阳真的是我们这个天空中唯一的大火炉<sup>2)</sup>。看看天空, 行星的轨道是围着太阳这个火炉子的(图1), 也许这才是开普勒用 focus 时的本意。支撑笔者这个猜想的一个事实是, 所谓的椭圆以及椭圆有两个 foci 的说法, 都是后来的事情。在开普勒探究行星轨道的时候, 因为天空中只有太阳这只火炉子作为参照物, 放弃哥白尼的圆轨道模型后他能想到的替代物应该是卵形线, 我愿意干脆说就是咸鸭蛋模型——一个黄亮的大锚点, 行星绕着它沿卵形线运行。可惜的是, 开普勒那时候还没有卵形线的方程, 这条路走不通。

所谓的椭圆有两个 foci, two focal points, 且 focal point 可以理解成中文的焦点或者德语的 Brennpunkt, 这都是后来的事情。注意到椭圆和双曲线、抛物线、圆一样都是 conic section(圆锥截面)的特例, 都是有心力场中物体运动方程的解, 则椭圆一定有只需一个 focal point 的定义, 而不是反过来要把圆理解成是两个焦点叠加到一起的退化椭圆。

把凸透镜放在阳光底下, 透过的阳光会汇聚到一点, 那一点的光能量密度最大, 很容易把处于该处的东西烧焦或者点燃<sup>3)</sup>(图2)。这一点就相当于一个炉子, 直到此时它才有所谓的焦点——光的汇聚点——的意思。那个作为 focus 的太阳可是一直朝外放射光芒的。

经过给定的几何面反射或者通过的(光)线有无穷多条, 难道确定一个透镜的 catoptrics、dioptrics(见注5)性质要跟无数条线? 天才的高斯为透镜设置了两个主平面和两

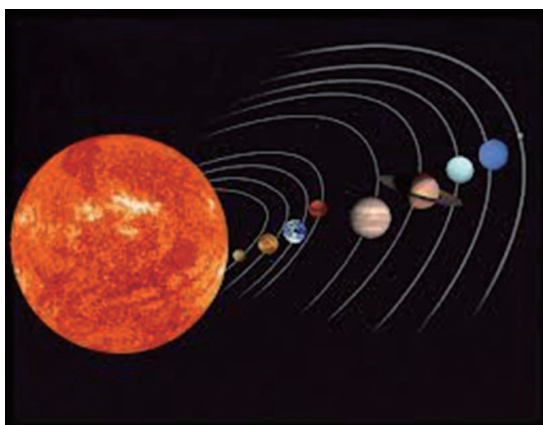


图1 太阳系的中心是太阳这么大火炉子, 行星轨道是绕这个炉子的椭圆

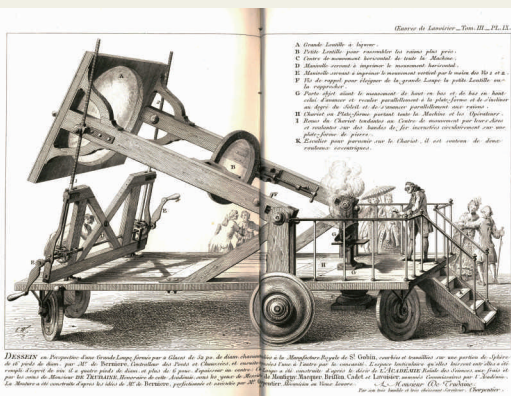


图2 拉瓦锡等人用透镜汇聚阳光点燃金刚石以证明金刚石是由碳元素构成的

1) 对于煎饼、香肠等食品, 似也可把将其烤得外焦里嫩所需的最低温度定义为焦点。——笔者注  
 2) 遥远的星空中还有很多这样的大火炉, 不过跟我们的关系不大。——笔者注  
 3) 用透镜生火是一项基本的野外生存技能。凸透镜干脆就被称为是 burning lens。——笔者注



图3 抛物面型大锅。取决于其表面反射的波谱，它既可以用来烧水也可用来测量宇宙的背景辐射

个焦点(two principal planes and the two principal foci)<sup>4)</sup>，于是成像问题只需考虑两条线就够了。而 focal point，这一带有物理内容的概念，就被用来描述数学对象的性质了。忽然间，双曲线、抛物线、椭圆和圆这些几何图形都有了焦点了<sup>4)</sup>。焦长的概念，focal length，也是高斯引入的。抛物面会将垂直入射的平行光束汇聚于一点，那里是实实在在的高能量密度的地方，且不大的整体尺寸就足以大过其焦长，所以抛物面成了太阳能或者宇宙射线接收器的标准样式(图3)。当然了，一个物理的概念一旦进入了数学，可能就不那么物理了——用一束平行光照射到凹透镜上，你就别指望在它的 virtual focal point (虚焦点)上把东西烤焦。

Focus 的用法，人们如今已经很难想起它是炉子的意思了。更多地，它给人们以光线汇聚到一起的形象，因此 focus 作为动词就有了 concentrate 的意思，如 focus one's mind on a question (把精神集中到某个问题上)。Focus 作为动词也延伸出了一些新词汇，如 defocus, a de-

focused beam 汉语就译成散焦射束。不过，在中文光学中，散焦、焦散的说法涉及的可是另一个与燃烧有关的词，caustic。

## 5 Caustic, 聚焦还是散焦?

真与烧、烤有关的数学、物理概念是 caustic。Caustic 来自拉丁语的 causticus，希腊语的 καίω，就是烧(to burn)。Cauterization 是医学上的烙术、烧灼术，cautery knife 和 cautery needle 就是烧灼用的刀和针。Caustic 在数学和物理中用于 caustic curve, caustic surface 等概念，其本身也用作名词。Caustic 指自某几何体上，数学上叫流型

(manifold)，反射或者折射的射线的包络。在物理的语境中，caustic 就是光线反射或者折射后的包络。这个包络自然是能量密度最大的地方，最能把柴火点着的地方，因此是真正的 caustic (to burn, burning)。这 caustic 分明是光聚集的地方，不知为什么汉语要把 caustic curve 译成焦散曲线，caustic surface 译成焦散面，这不诚心误导人玩吗？不过也有明白的把 caustic surface 译成聚光面的，或许称为聚焦面

更合适点。对于复杂的反射或折射面，如波动的水面，其所形成的聚光的包络很难用 caustic curve (曲线)或 surface (表面)描述(图4)，所以干脆说是 caustic 就行了。

通过设计反射或者折射面的几何，人们可以得到任何想要的聚焦花样(caustic patterns)。彩虹就是 caustic，是由水滴反射阳光形成的，不同波长的光的包络围成不同半径的圆弧(图5)。有人把磁场回转(magnetic field reversal)的图像称为 Faraday caustics。磁场又不是矢量，这 Faraday caustics 何解，不懂。不过，材料的一些不均匀性质，比如厚度或者其中应力的不均匀性，都可能引起反射或透过的光线或者磁场表现出包络线。因此，测量材料的应力场也有用 caustic method(焦散线法)的。



图4 常见于游泳池底的 caustic

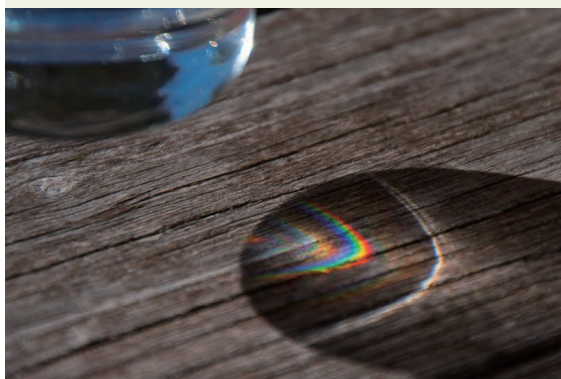


图5 水杯的 caustic 形成彩虹

4) 在焦点这个物理概念被引入之前，抛物线、椭圆之类的曲线只能是靠方程定义的？——笔者注

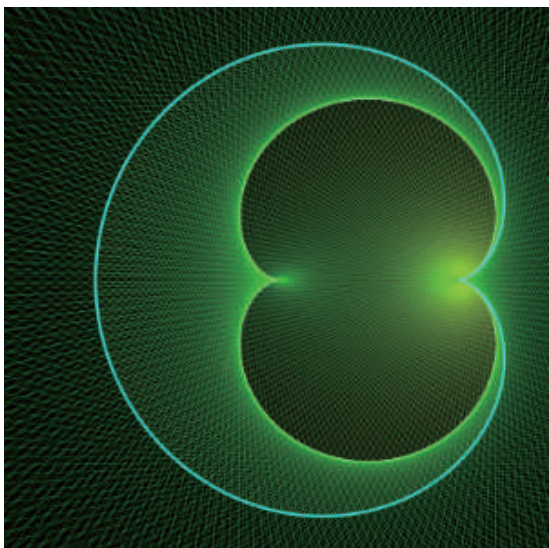


图6 Catacaustic of a cardioid (心形线的背焦散线)

Caustic 之燃烧的本意还体现在 caustic soda (NaOH) 和 caustic potash (KOH) 等词汇上, caustic 强调这些物质(的水溶液)在皮肤上会引起灼烧的感觉。汉语把 caustic soda 译成烧碱, 而把 caustic potash 译成苛性钾, 苛性大概是对 caustic 的半音译。愚以为这一类物质, 至少这两种物质, 都是烧碱, 科学点应该选用强碱(strong bases)一词; 相应地, caustic soda 和 caustic potash 分别译成苛性钠、苛性钾, 或许更合理一点。

## 6 Catacaustic

Caustic 还有个近亲 catacaustic。Catacaustic 的前缀 cata-, 如同 meta-, 意思繁多, 大体说来有: (i) down, downward, 见 catabolism (往下扔→代谢); (ii) away, complete-

ly, 见 catalysis (全部松散→催化); (iii) against, 见 catapult (朝着扔→抛石机); (iv) throughout, 见 cataphoresis (一直携带→电泳); (v) backward, 见 cataplasia (后退着成型→退化) 等几种可能。在 catacaustic 中, cata 应该是取 backward 的意思。Catacaustic 有人就将之翻译成焦散线, 也有人将之译成回光线。参照 catacaustic 的定义, the catacaustic

of a curve in the plane is the envelope of rays emitted from some source and reflected off that curve (一条曲线的 catacaustic 是自一点发出的光线经该曲线反射后的包络), 因此也许贴切点的译法应该是背焦散线或者反射焦散线<sup>5)</sup>。Catacaustic 是有趣的代数和几何问题。考察一个心形线, 即绕相同半径的圆滚动的圆上某点的轨迹, 若从其尖端处发出光线, 则其 catacaustic 乃为 nephroid (图6), 即绕两倍半径的圆滚动的圆上某点的轨迹。那么, nephroid 的 catacaustic 又是什么样子的呢? 这个问题可以一直问下去。另一个有趣的曲线是对数螺旋 ( $r = ae^{b\theta}$ )。Jacob Bernoulli 发现对数螺旋的渐屈线和渐伸线都是对数螺旋线; 自极点至切线的垂足的轨迹也是对数螺旋线; 它的背焦散线呢, 也是对数螺旋线。

## 7 絮叨

数学是物理的, 反过来物理更必须是数学的。任何数学都存在它的物理实现, 也许不一定; 但任何物理都存在最适合描述它的数学, 却是确定无疑的。物理学必须服从数学。认为物理学可以挣脱数学的限制, 供自己任意妄想(尤其是在缺乏实验帮忙纠错的情况下), 结果可能会得到一些一钱不值的所谓物理理论。那些仅由实验数据和数值模拟所表示的粗糙结果, 要想成为真正的物理知识, 还差得太远。年轻学子去糊弄这样的成果是必经的训练过程, 而 senior scientists 再醉心于这样的工作, 就是对自己生命的浪费了。

此篇源于二月初与家人的闲谈, 当时冥冥中仿佛有先贤的絮语在耳边萦绕。窗外几片小雪飘过, 不由让人想起白居易的那首《问刘十九》: “绿蚁新醅酒, 红泥小火炉。晚来天欲雪, 能饮一杯无?” 依着温暖的壁炉(furnace, focus), 手捧一杯新熟的葡萄酒, 欧陆的物理学家们, 是这样从炉子参悟光学和力学的吧?

## 参考文献

- [1] Mach E. Principles of the Theory of Heat. D. Reidel Publishing Company, 1986. p.361

5) 在 catoptrics 中的 cata-也是返回的意思, 有人把 catoptrics 翻译成反射光学。相应地, dioptics (dia=through) 应该是研究光线自光学原件穿透过去情形下的光学。汉译屈光学估计是把它绑定在 refraction (折射) 图像上了。哪里有什么屈光学了。不负责任的翻译害人不浅。——笔者注