

海森伯开天辟地闯新路，玻恩慧眼识珠定乾坤

——写于量子力学创立九十年

王正行[†]

(北京大学物理学院 北京 100871)

2015-09-02收到

[†] email: cswang@pku.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20151108

大家知道黑格尔曾甩下一句狠话：“合理的都是现实的，现实的都是合理的。”回溯历史用得着这后半句。历史一步一步走过来，每一步都是合理的。所以历史没有假设，假设的事绝不合理。但历史蕴含了丰富的经验和教训，值得后来人细嚼慢咽的观赏和回味。

量子力学风风雨雨九十年，反复经历挑战和拍砖，却总是有惊无险。大体上说，可以分为1925年横空出世，1927年索尔维论剑，1935年薛、爱再出手，1950年新秀玻姆又挑战，和1964年贝尔出险招鱼腹藏剑。这样的五大回合，可以做出无数大戏来消遣，这里都且按下不表，单把1925年海森伯与玻恩开创历史的桥段拿来八卦一回。这就要说到一些公式，因为量子力学是先有数学形式后有物理诠释，两位大侠这回玩的就是计算。有关的论文，均已收入范德瓦尔登编辑和讲解的文集^[1]，其中原文为德文的，亦已译成英文。

既然是回溯，就不必跟着历史慢慢悠悠的磨牙，可以走捷径“仁川登陆”，在中途的关节点切入，直接从海森伯“一个人的论文”说起。海

大侠时年廿有四，还是刚刚出道的少侠。这篇出手不凡的论文发表于德国《物理杂志》(*Zeitschrift für Physik*(简称*Z.f.Phys.*), 33卷, 见参考文献[1], 261页)。看论文要先看题目和摘要，就知道是件什么事，主要有什么结果。如果有了兴趣，第二步看引言和结论，正文跳过不看。从引言可以看出问题的背景和作者的想法，从结论则知道作者做出了什么贡献。如果不想做这个领域，论文就可以放下了。若还有进一步的兴趣，才需要第三步，看论文的正文，跟随作者一步一步走一遍，从而知道作者是用什么方法如何解决问题做出贡献。这是王竹溪先生教我看论文的三步曲，也是写论文必须注意的三点。

我们既然是直奔主题而来，前两步就可以暂且跳过，直接进入正文。在下还记得竹溪师说过，德布罗意的博士论文他仔细看过，洋洋洒洒的法文二百多页，俨然一部专著，而真正有价值的，不过就是几页。海大侠这篇雄文，正文分成三节，核心是前两节，分别引进观测量数组和量子化条件，关键的也就是两页。可就是这两页开天辟地，使这篇史称“一个人的论文”被誉为二十世纪最重要的几篇论文之一。

考虑经典力学的周期运动，写出按谐波基频 ω_n 的傅里叶展开 $x = \sum_{\alpha} a_{\alpha}(n)e^{i\alpha\omega_n t}$ 。对于非周期运动，不难写出相应的积分，这里就不啰嗦。对应到量子的情形，圆频率 $\alpha\omega_n$ 对应于从态 n 到 $n-\alpha$ 的跃迁，振幅 $a_{\alpha}(n)$ 对应于相应的观测量 $a(n, n-\alpha)$ ，即

$$a_{\alpha}(n)e^{i\alpha\omega_n t} \rightarrow a(n, n-\alpha)e^{i\omega(n, n-\alpha)t} \quad (1)$$

这是海大侠的新发明，注意其中包括振幅和相位因子两部分，现在知道这就是量子力学的海森伯绘景。这一步看起来很平庸，想到就能做到，是



图1 (a)海森伯(1901—1976); (b)玻恩(1882—1970)(图片均取自网络)

不是? 非也, 那是九十年前, 想到就很难, 这在后面再表。不过, 如果没有下一步, 实质上的意义就不大, 不会有量子力学, 海也成不了大侠。因为这样引进的 $a(n, n-\alpha)$ 与 $\omega(n, n-\alpha)$ 一样, 只不过是二元函数, 还不是矩阵。海大侠的绝活是下一步。

海森伯考虑非谐振的情形, 有非线性项, 这就要考虑乘积。有 $z=xy=\sum_{\gamma} c_{\gamma}(n)e^{i\gamma\omega_n t}$,

$$c_{\gamma}(n)=\sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} a_{\alpha}(n)b_{\gamma-\alpha}(n), \quad (2)$$

其中 $b_{\beta}(n)$ 是 y 的展开系数。对应到量子的情形, 若把规则(1)用到 $z=xy$ 中的 x 和 y , 你绝对得不到对应的 $c(n, n-\gamma)e^{i\omega(n, n-\gamma)t}$, 不信可以试试, 因为 $\omega(n, n-\alpha)+\omega(n, n-\beta)$ 变不成 $\omega(n, n-\gamma)$ 。这就说明, 规则(1)对乘法不自洽。在这种情形, 一般人就会修改或放弃规则(1), 毕竟这还只是一个试试看的猜想, 就好像遇到理论与实验不符时, 一般人首先会怀疑理论。可是狄拉克就敢说是实验错了, 这就是理论家的执着与自信。大侠就是与凡人不同。在这里, 海森伯不想放弃对应规则(1), 而是要修改乘法!

要与乘积 z 的展开系数 $c_{\gamma}(n)$ 的项有对应的 $c(n, n-\gamma)e^{i\omega(n, n-\gamma)t}$, 与(2)对应的关系是什么? 海大侠说, 最简单和自然的假设是

$$c(n, n-\gamma)=\sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} a(n, n-\alpha)b(n-\alpha, n-\gamma), \quad (3)$$

这里略去了原文公式两边的共同因子 $e^{i\omega(n, n-\gamma)t}$ 。看清楚了, 大侠说的是“假设”。“假设”说白了就是“猜测”。这开天辟地的大招式, 竟然是猜测, 玩的是直觉, 而不是严谨的逻辑推理和演绎! 谁说只有数学玩猜想? 原来物理也猜想。无论是数学还是物理, 大侠们玩的都一样。

这个假设是怎么想出来的, 海森伯没细说, 只给出了线索和提示。他一开始就写出了频率组合关系 $\omega(n, n-\alpha)+\omega(n-\alpha, n-\gamma)=\omega(n, n-\gamma)$, 预埋了伏笔。关键还是看似平庸的对应关系(1)。经典的 $a_{\alpha}(n)$ 和 $b_{\beta}(n)$ 描述同一个态, 可以简单相乘。量子的 $a(n, n-\alpha)$ 和 $b(n, n-\beta)$ 分别描述两个态, 相乘就有多种可能。若把 $b(n, n-\beta)$ 换成

$b(n-\alpha, n-\gamma)$, 由组合关系, 相乘的指数上就是 $\omega(n, n-\alpha)+\omega(n-\alpha, n-\gamma)=\omega(n, n-\gamma)$ 。这种项有无限多, 与 α 有关。对 α 求和, 就给出与对应规则(1)自洽的 $c(n, n-\gamma)e^{i\omega(n, n-\gamma)t}$, 同时给出了乘法规则(3)。这里起关键作用的是相位因子, 如果对应式(1)中不含相位因子, 或者写成实部 $\cos\omega(n, n-\alpha)t$, 整个故事就玩儿完了。前面说了, 历史没有假设, 海大侠这是幸运, 还是天命?

上面这一段, 像是在玩数学, 其实是物理。想想看, 从祖师爷伽利略、牛顿开始, 到法拉第、麦克斯韦, 乃至近代的普朗克、爱因斯坦, 物理量都是描述一个确定的物理态, 哪有扯上两个态的? 描述同一个态的物理量, 无论三个五个都好说, 要乘就乘, 不就是同时起作用吗? 海森伯这观测量可好, 拉扯上两个态。两个观测量就牵扯四个态, 要说同时起作用, 谁跟谁呀, 不掂量掂量行吗? 所以这乘法非改不可。新乘法(3)的一大特点, 就是不再有交换律, xy 一般不等于 yx , 海大侠已经发现了。这种数学上的技法和路数大家都已捻熟, 在下就不饶舌。下面进入论文的第二节, 给出量子化条件。

海森伯的出发点, 是他的老师索莫菲改写过的量子化条件:

$$J=\oint p dq=\oint m\dot{x}^2 dt=2\pi m\sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty}|a_{\alpha}(n)|^2\alpha^2\omega_n=nh, \quad (4)$$

其中已经代入 $p=m\dot{q}$ 和 $dq=dx=\dot{x}dt$, 把动量归之于速度, 把对坐标 $q=x$ 的积分换成对时间 t 的积分。上式两边对 n 微商, 就有

$$h=2\pi m\sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty}\alpha\frac{d}{dn}(\alpha\omega_n|a_{\alpha}|^2). \quad (5)$$

(5)式还是经典的, 对应到量子, 把微分换成差分, 取 $\Delta n=\alpha$, 就得到量子化条件:

$$h=2\pi m\sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty}\left\{a(n+\alpha, n)|\omega(n+\alpha, n)-a(n, n-\alpha)|^2\omega(n, n-\alpha)\right\}. \quad (6)$$

记住海大侠不用(4)而用(5), 这里的玄机后面再说。

有了乘法和量子化, 就可以用牛顿方程来解题了。海森伯在第三节求解了非简谐振子, 有很多演算, 就不细说。现在回头来说论文的引言和

结论。引言写了小两页，其实关键就是一句话：在对应着经典力学来创建量子力学时，只用观测量的关系。这句话其实就是冲着对应关系(1)说的：要把 $a_\alpha(n)$ 换成 $a(n, n-\alpha)$ ，因为只有后者才能观测到。经典的 $a_\alpha(n)$ 描述位置，属于运动学，量子的 $a(n, n-\alpha)$ 描述跃迁，属于动力学。所以海大侠为论文取的题目是“量子理论对运动学和力学关系的重新诠释”。他把乘法规则(3)称为运动学方程。这里啰嗦两句。德文题目用了 Deutung，英文为 interpretation，这在中文里有诠释和解释两重含义。诠释是赋予某种含义，解释是用某种机制来解说。这里把 $a_\alpha(n)$ 换成 $a(n, n-\alpha)$ ，窃以为是诠释而非解释。

一般人都是先把事情做出来，再来写论文，大侠也不例外。所以先有正文说的事儿，这是你的干货，然后再来包装，向读者推销。引言在很大程度上就是一种包装，要让人喜欢和接受你的货，就得要说点理儿。人们做事和抉择总要合理，讲理恐怕是人类的天性。所以海森伯想出来建立理论只用可观测量这么一条理儿。海森伯与玻尔一样天生哲学气质，做物理偏爱直觉。因为这次的成功，大概有点飘飘然，把自己也忽悠了，逢人就说这个理儿，赢得了大量粉丝。要把理论建立在可观测量的基础之上，此哲学对随后数十年间的物理圈有莫大影响，它甚至常常被解释为要求剔除所有不能直接观测的量。他的老板玻恩不以为然，但说得很委婉：“我觉得把原理表述得这么普遍和笼统，就一点用也没有，甚至还会招来误解。哪些量是多余的，只有靠像海森伯这样的天才的直觉才能判断。”^[2] 爱因斯坦就直白得多。海森伯回忆说，1927年在一次讨论中，当他向爱因斯坦表示“一个完善的理论必须以直接可观测量作依据”时，爱因斯坦向他指出：“在原则上，试图单靠可观测量去建立理论那是完全错误的。实际上正好相反，是理论决定我们能够观测到什么东西。”^[3] 像玻恩和爱因斯坦这样带领弟子们在前沿拼搏的大侠，确实不容易被忽悠。其实海大侠自己也没有贯彻这一哲学。他在引言中说电子回旋的位置和周期不能观测，却在

正文中讨论坐标的周期性展开，这才引出了他开天辟地闯新路的大动作。

论文结语只有长长的一句话，简单点说就是：这里的肤浅做法行不行，还有待数学上的深入研究。他知道自己数学欠点火候，要靠他的老板。这就是我们的下一个主题：玻恩慧眼识珠定乾坤。进入这一桥段前，先来一段八卦轻松一下。

海森伯比泡利小一岁，同是慕尼黑学派索莫菲的弟子。他跟索师研究的是流体力学，但索师看出他对原子更着迷。所以1922年玻恩和弗兰克邀请玻尔去讲学时，索莫菲带着海森伯到哥廷根，使他得以结识玻恩和玻尔。1923年海森伯博士论文答辩，被维恩拿一些光学仪器分辨本领之类实验技术的问题难住，最后是索莫菲打圆场费力维护说情，才勉强通过。在这之前，师兄泡利已经推荐他到玻恩那里接替自己做了一年助手。所以答辩后丧气的海森伯，连索师为他举行的毕业 party 也不参加，连夜赶回哥廷根，希望玻恩能继续用他。1925年初夏，他从哥本哈根回到哥廷根，不幸得了严重的枯草热，告假去北海不长草的赫尔戈兰岛休养。这是六月中旬。在这期间，他关于量子力学的模糊想法逐渐清晰。7月初，海森伯写成了上述开创量子力学的第一篇论文，交给玻恩，说自己已经尽力，行还是不行，请玻恩审阅和决定是否值得发表^[2]。

在下做学生时，曾在北京大学办公楼礼堂听过华罗庚和钱学森两位的演讲。华大侠讲读书，说初读时是厚厚一大本，读通后就觉得变薄了。这与竹溪老师读德布罗意的博士论文是一个感觉。钱大侠接过话题说，当年跟着卡门做，卡门让他算。他算了几星期，结果一大摞。卡门哗啦哗啦翻，看似不经意，却突然指出问题来。卡门早年在哥廷根与玻恩合作做固体晶格，有著名的玻恩—卡门条件。看来大师们看论文，就是与一般人不同。

海森伯一个人的论文，玻恩没有马上看。一个学期下来，已到中年的他很累了，害怕用脑。他知道海森伯在做一件自己的事，但神秘兮兮的，其想法和目的都含糊不清。休息后他看了论文，并被迷住了。海森伯用了跃迁振幅，这是他

与海森伯和约当两位讨论时反复强调过的概念。由于光谱强度与跃迁振幅的平方成比例，意味着需要某种符号的乘法。海森伯的文章，把这两点具体化了，这给他的印象很深，因为这使他们的计划朝前推进了一大步。顺便说一句，海森伯的原文就是计算平方 x^2 和立方 x^3 ，这里为了看得更明白，改成了不同量的乘积 xy 。

在把海森伯的论文送去发表后，玻恩陷入了沉思，想了一整天，晚上难以入睡。他感到这里隐含了某种基本的东西，他们竭力探索多年了。一天早晨，大约是7月10日，他突然看到了光明。把海森伯的 $n-\alpha$ 换成另一态的量子数 m ，(3)式正是矩阵的乘法，他做学生时就很熟。形如 $a(n, m)$ 的无数个函数值，作为二元函数彼此独立无关，而作为矩阵元，就集合成了一个有联系的整体。狄拉克认为，文学把简单的事情复杂化，科学把复杂的事情简单化，科学的目的在于用简单的方式来理解困难的事情。把一组数集成成矩阵，不仅在数学上是一个简化，在物理上也是一次提升。这意味着新的力学不再是普通有限维空间的物理，而是无限维希尔伯特空间的物理。改换了描述物理的空间，这就是海森伯对运动学重新诠释的深层含义和实质。

海森伯对力学的重新诠释，其基础是量子化条件(6)。从(4)到(5)，可以说是玻恩对应原理的前奏。索莫菲的量子化(4)，只不过是简单地令 $J=nh$ ，还没有跳出玻尔的槽臼，所以又叫玻尔—索莫菲量子化。这在理论上，已经比玻尔提升了一大步，从牛顿力学上升到分析力学。(4)式是分析力学哈密顿—雅可比理论中的作用量—角变量公式之一。用作用量—角变量求解经典力学问题，把解中的 J 换成 nh ，就可以得到量子化的结果。按索莫菲的说法，这是“量子化之王道”(a royal road to quantization)^[4]。而玻恩不走王道。

一年前，在一篇题为“量子力学”的论文(*Z.f. Phys.*, 26卷，见参考文献[1]，181页)里，玻恩提出了从经典力学过渡到量子力学的做法：把经典作用量的微分换成以普朗克常数为增量单位的差分，

$$\frac{d\Phi}{dJ} \rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Delta J} \quad (7)$$

这可以称之为差分量子化，它把简单的数值代换 $J=nh$ 换成运算方法的变换，在数学形式上比玻尔—索莫菲量子化提升了一步，必然蕴含了某种新的物理。后来知道，这就是分娩新生儿量子力学的通道。玻恩这篇为新的力学取名“量子力学”的论文，最大的贡献就是上面这个玻恩的对应原理或玻恩量子化。“玻恩对应原理”或“玻恩量子化”，以及“差分量子化”，可是在下独出心裁的称呼，圈内好像还没有这么叫的。因为很快就有量子力学，可以直接从量子力学出发，不必先经典再量子化，量子化规则已经成为历史，成了过去时，没人再关注了。可这里要说的，正是九十年前那段过去的历史，特别是历史中那点芝麻绿豆的细节，从细节来解读历史，从细节来还原历史。

现在你可以看出海大侠不用(4)而用(5)式的玄机了。原来，他没用到玻尔—索莫菲量子化(4)，而是用玻恩量子化(7)。用量子化(7)和对应(1)以及乘法(3)，并取 $\alpha h = \Delta J$ ，即 $\alpha = \Delta n$ ，你自己就可以从(5)写出(6)式来。而从(4)式恐怕得不到期待的结果，不信可以试试，反正我没算出来。

前面说了，海森伯与玻尔一样天生哲学气质，做物理偏爱直觉。所以在海大侠脑子里装的是直观的牛顿力学，把动量 p 归之于速度 \dot{x} ，写出来的是(4)，量子化的结果是(6)式。而玻恩是希尔伯特的弟子，崇尚分析与数学，头脑里是抽象的哈密顿正则力学，动量 p 才是更基本的。特别是，(6)式中的圆频率 ω 不是矩阵，与振幅 a 不是同类，出现在矩阵乘积的公式中不太爽。追根溯源，看看(4)式，这个 ω 来自速度 \dot{x} 中的微商，有 $im\omega(n, n-\alpha)q(n, n-\alpha) = p(n, n-\alpha)$ ，这里已经把 x 换成 q ，即 $x=q$ 和 $a(n, m) = q(n, m)$ 。再把速度还原成动量，(6)式就成为

$$\frac{\hbar}{2\pi i} \sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} \{p(n, n-\alpha)q(n-\alpha, n) - q(n, n+\alpha)p(n+\alpha, n)\} \quad (8)$$

玻恩之所以能够把速度还原成动量，关键还是对应式(1)中的相位因子。若无此相位因子，或者(1)式只取实部，就无法把圆频率 ω 吸收到动量中去，上式左边也出不来虚单位 i ，量子力学就

难产了。而(1)式中的相位因子，源自展开 $x = \sum_{\alpha} a_{\alpha}(n)e^{i\alpha\omega t}$ 。傅里叶展开的这个复数写法，现在各位都耳熟能详。而在九十年前，这可绝对是一个另类。当时还是经典物理，物理量都是实数。就是海森伯一个人的论文，在写出这个复数形式之前，事先也声明了最后要取实部。看看那个时期玻尔及其学派的有关论文，还是写成实数形式 $\sum A_{\alpha} \cos 2\pi\alpha\nu t$ (见参考文献[1], 95页等)，而玻恩那篇提出差分量子化的论文，写的就是 $\sum C_{\alpha} e^{2\pi i\alpha\nu t}$ 。之后海森伯与克拉默斯合作研究色散关系，也采用了这个复数形式(见参考文献[1], 223页)。看来是海森伯采用了玻恩的写法，因为玻恩在论文的结尾，感谢海森伯帮忙做计算，可见海森伯熟悉玻恩的这个写法，而克拉默斯一年前的论文(见参考文献[1], 177和199页)，还是写成实数。不同的是，克拉默斯与海森伯的论文，要求最后的结果取实数，而玻恩则是由体系的哈密顿量为实数这一条件，来保证最后的结果自动成为实数。这里可以看出二者风格的不同。前者依靠直观与直觉，后者采用逻辑和推理。无论是数值代换 $J = nh$ ，还是复数取实部，在方法上都属于手工操作，added by hands，少了点逻辑的推演。其实，这也就是哥本哈根与哥廷根两个学派风格的不同，我们最后还要回到这个话题。

从(6)到(8)式，物理没变，只是表述的变换和简化。这就是狄拉克说的，用简单的方式来理解困难的事情。别小看这简化，其中往往蕴含了历史的大变局。当年里德伯把氢原子光谱的巴尔末公式简单改写了一下，玻尔就看到了他的氢原子模型的契机。现在玻恩把海森伯的(6)改写成(8)式，则意味着全新的量子力学的诞生。你一定已经看出，(8)式右边不就是矩阵乘积对易子 $pq - qp$ 的 (n, n) 对角分量吗？所以玻恩猜测，一定有

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i} \quad (9)$$

这个公式何等简洁而优美！普朗克说了，物理定律越带普遍性，就越是简单。就凭这一点，也可以相信(9)式没错。当然，物理不迷信，要有证明，证明上式左边的非对角元确实为零。而后来

知道，这个公式意味着坐标与动量不能共同测准，受到数量级为普朗克常数 h 的限制，即海森伯测不准原理。这导致波粒二象性，成为整个量子力学的物理基础。玩数学玩出了物理，想不到吧？连泡利都误判了。

七月中旬，德国物理学会下萨克森分会在汉诺威开会，玻恩遇到了泡利。泡利因为不相容原理，当时已经出名。玻恩一直还在想着他的新发现(9)式，就跟泡利谈起了矩阵，以及在寻找非对角元时遇到的困难，请他来合作共同研究这个问题。泡利觉得这是数学而非物理，冷淡而刻薄地拒绝了，使玻恩大失所望。泡利说：“是呀，我知道你偏爱冗长繁复的形式主义。你只是在用你繁琐无用的数学去糟蹋海森伯的物理思想。”等等^[2]。这说的是什么跟什么呀，而且是对自己过去的老板。

其实泡利完全了解海森伯的事儿。在从赫尔戈兰岛回哥廷根的途中，海森伯在汉堡见过泡利。他随后于6月21日、24日和29日先后三次写信给泡利讨论他的想法，后来7月9日又把他的论文预印本寄给泡利^[3]。那时没有互联网，也不玩手机，只能靠手写打印和邮寄。在拒绝玻恩后，7月27日泡利写信给克拉默斯说：“海森伯已经在哥本哈根跟玻尔学了一点哲学，确实明显地离开了纯形式的路数”^[5]。泡利不相信 $pq \neq qp$ 。他说的没错，玻恩确实是偏爱数学与形式。看过玻恩的论文和著作就知道，比如他的专著 *The Mechanics of the Atom*。他后来与黄昆合著的《晶格动力学理论》，基本是黄昆的风格，不是他的路数。玻恩当时年事已高，只能做点验算之类^[2]。但是这次海森伯和玻恩的事儿，泡利真是判断错了。海森伯与玻恩玩的，不是靠直觉就能玩转的唯象理论，而是像牛顿、麦克斯韦那样玩纯粹的理论物理，玩的就是数学与形式。在这个意义上，海森伯投靠玻恩算是找对人了。就靠他自己，真像泡利说的离开了纯形式的路数，恐怕玩不出量子力学。

玻恩转而请他的学生约当。约当用哈密顿力学的正则运动方程证明了正则对易式 $pq - qp$ 的时

间微商必须为零，从而其非对角项确应为零。于是他们合写了一篇论文，题目是“关于量子力学”(Z. f. Phys., 34卷，见参考文献[1]，277页)。这就是创立量子力学的第二篇论文，史称“两个人的论文”。此文首次提出的这个著名的正则对易关系(9)，后来常被称为海森伯对易关系。玻恩对此感觉既不爽又无奈，最后把这个对易关系刻到了自己的墓碑上。在这两篇论文的基础上，玻恩、海森伯、约当进一步合作，写出了一篇长文，题目是“关于量子力学II”(Z. f. Phys., 35卷，见参考文献[1]，321页)，逻辑和系统地给出了新理论完整和全面的表述，包含了今天量子力学课本中的主要论题，这就是创立量子力学的第三篇论文，史称“三个人的论文”。

泡利拒绝玻恩的邀请，错失了直接参与创立量子力学的机会。身处英雄时代却未能开创历史，这成了他终生的遗憾，恐怕连肠子都要悔断了。泡利后来解释说，他不想打乱自己的计划，没有认真考虑海森伯的想法(见参考文献[1]，38页)，看来他终究没有明白这时的关键已经不是海森伯的想法而是玻恩的猜测。他当时正在为《物理大全》(Handbuch der Physik)撰写关于玻尔量子论的长篇评述。他是撰写长篇评述的高手，还在跟索莫菲念书时，索师推荐他为《数学百科》(Mathematical Encyclopaedia)写“相对论”，一举成名。这篇“相对论”从1921年一直流传至今，成为经典。而这次评述量子论的时机不对，不幸与量子力学撞车。次年发表时，量子力学已经诞生，旧量子论沦为历史，以致泡利自嘲是写圣经《旧约》^[6]，得不偿失啊。当然泡利就是泡利，他后来又扳回一局。1933年他为《物理大全》写的“波动力学一般原理”^[6]，再次成为经典流传至今。

与泡利同样心高气傲的朗道，抱怨自己晚生了几年，未能参与那段英雄的历史。其实他后来得诺奖的液氦唯象理论，是卡比查把他从狱中保出来后，静下心来写的报恩之作，也未必就是他自己的心仪之选。有一种说法，认为如果生不逢时，第一流的物理学家也只能做第二流的工作，

而身在其中，则第二流的物理学家也可以出第一流的成果。其实，即便身处英雄时代，但不在那风云际会的漩涡中心和源头，过早地离开了玻恩的山门，泡利以他敏锐的眼光和过人的才智，也只是在矩阵力学诞生之后，凭借他深厚的数学功底，硬是用矩阵方法解出了氢原子的能级，藉以支持和证明新理论的正确和成功(见参考文献[1]，387页)。相比起来，海森伯的物理直觉堪比甚至超过玻尔，而眼光和数学则明显不如泡利，以至每有想法总要去向泡利请教。到底是英雄创造历史，还是历史成就英雄，这真是永恒的话题。

海森伯把论文交给玻恩后，告假提前离开哥廷根去剑桥，引出了另一位大侠狄拉克(见参考文献[1]，307和417页)，但这不是在下这里要说的事。离开剑桥后他没回哥廷根，而是去了哥本哈根。所以他与玻恩和约当合作的研究，基本上是靠通信，只是在论文快收尾时，才从哥本哈根回到哥廷根，那已经是1925年的冬天。那时他是身在曹营心在汉，一有机会就往哥本哈根跑。显然，海森伯看好哥本哈根。他做的事儿，连他的老板玻恩都不太清楚，觉得神秘兮兮。他有没有十分在意这位在他失意时收容了自己的老板，就可想而知。所以，量子力学的突破和诞生居然是在哥廷根，他在剑桥播下的种子都已发芽成长，而在哥本哈根却有种无收，人在丹麦还要写信回德国进行合作，肯定是他没有想到的事。

当然，当时玻尔是研究量子论的领军人物，海森伯又与玻尔气质相同十分投缘。但是哥本哈根与哥廷根两派的风格和路数不同。哥本哈根走的是唯象路线，这确实合乎海森伯的口味，他两年后提出测不准原理，走的也是这个路数。当时研究的重心，已经从早期的谱线位置转到了谱线的强度。克拉默斯在色散公式中唯象地引入爱因斯坦辐射跃迁几率，使得理论结果可以与实验比较，这是当时影响很大的一件工作(见参考文献[1]，177页)。读者如果对照(6)式与海森伯的原文，会发现在表述上有一点区别。其原因就在于，海森伯要与克拉默斯的色散公式对比，借以表明自己没错。1925年初夏回到哥廷根之前，他

在哥本哈根与克拉默斯合作研究的，就是色散理论(见参考文献[1]，223页)。

按照杨振宁先生的看法，物理学划分为实验物理、唯象理论、基本理论和数学物理四个层次^[7]。中间两部分，虽然都是理论物理，但玩法不同。唯象理论下接地气，立足于实验，玩的是直观与综合，比如玻尔的氢原子模型，具体而形象。基本理论虽然立足于唯象理论，但玩的是分析和演绎，靠的是通天，从上面的数学汲取天灵与神气，抽象而普遍。量子力学属于基本理论，是整个物理的基础，不是一个具体的唯象理论。海森伯偏爱直观，有很强的形象思维；又天赋哲学气质，不受成规的约束，思想能够放开。玻恩深得希尔伯特的真传，擅长分析思维，考虑普遍而严谨。他们两位的合作，可谓天设的绝配。约当也是做纯理论的料，在历史上留名的还有所谓“约当—威格纳量子化”，是量子场论中费米子场量子化的基本关系。显然，哥廷根的玻恩团队，是创立量子力学的最佳组合。后来为创立量子力学授予诺奖，单给海森伯而撇下玻恩和约当，这瑞典皇家的院士们玩了一次幽默。

在前面已经看出，海森伯核心的两步(1)和(6)式，在背后的关节处都是玻恩的身影。身为哥廷根学派的成员，海森伯在有形无形中都有着玻恩的影响和熏陶，以致于泡利要指望玻尔的哲学能把海森伯从哥廷根的荫庇中拖出。而海森伯的这两步，却都不是哥本哈根而是哥廷根的风格和路数。生在这开创历史的英雄时代，置身于哥廷根

希尔伯特与闵可夫斯基的数学之都，参与玻恩的团队，无疑，海森伯是天时、地利、人和三者完美对接的幸运儿。进一步还有幸运的事。他接下来又去了哥本哈根，在玻尔的哲学与风格影响下，成就了他的测不准原理。玻尔的哲学，可是两年后在索尔维会议上与爱因斯坦对垒亮剑的利器。这就是下一个回合的大戏了。而海森伯若早一年像泡利一样离开哥廷根，在哥本哈根继续研究色散关系，他的运气可就在别的地方，量子力学的这段历史肯定要改写。只不过，在下一开头就把话撂下了：历史没有假设，假设的事绝不合理。我们需要仔细捉摸和领略个中的经验和教训。

玻恩的思考方式与研究风格，是从第一性的原理出发，经过严密的逻辑推理和数学演绎，来获得对物理现象的深入和全新理解。这是理论物理学家思考方式与研究风格的一种类型，属于基本理论。而海森伯的思考方式与研究风格更接近玻尔，他们先从具体物理实验和现象的分析中发掘新的思想观念和物理原理，然后再在此基础上建立理论体系。这是理论物理学家思考方式与研究风格的又一种类型，属于唯象理论。他们熟悉具体的实验现象，强调新的实验现象蕴含着新的物理，而在研究工作中往往更依赖于过去的经验、对现象的综合和物理的直觉。多数获得了实际成果的理论研究都属于后一种类型，所以海森伯的思想和哲学在西方物理学界有很大影响。各人的天赋与教育不同，志向和兴趣有别，是追随玻恩还是海森伯，这还真是个问题。

参考文献

- [1] van der Waerden B L. Sources of Quantum Mechanics. North-Holland Publishing Company, 1967
- [2] Born M. My Life—Recollections of a Nobel Laureate. New York: Charles Scribner's Sons, 1978. 其中第1部第19章的中文译文，见：M.玻恩著，王正行译. 在量子力学诞生的日子里. 科学史译丛，1986，(1):30-37
- [3] 王正行，胡济民. 海森伯. 收入钱临照与许良英主编的《世界著名科学家传记——物理学家IV》. 北京：科学出版社，1995. P.120.
- [4] Goldstein H. Classical Mechanics. Addison-Wesley Press, Inc., 1950. P. 306
- [5] Mehra J, Rechenberg H. The Historical Development of Quantum Theory. Berlin: Springer-Verlag, 1982. P. 12
- [6] Pauli W. General Principles of Quantum Mechanics. (Translated by P. Achuthan and K. Venkatesan.) Berlin: Springer-Verlag, 1980. P. iii
- [7] 杨振宁. 杨振宁文集(下册). 张奠宙编. 华东师范大学出版社，1998. P. 841