

# 广义相对论与黎曼几何系列之十一

## 等效原理

张天蓉<sup>†</sup>

2016-01-30收到

<sup>†</sup> email: tianrong1945@gmail.com

DOI: 10.7693/wl20160311

上帝经常和人类开玩笑。他早早地派来一个牛顿，点亮了科学殿堂角上的一个小火把，却让无数个大门紧锁的房屋，仍然隐藏于深邃的黑暗之中。牛顿之后将近两百年，人类在其火把的照耀下忙乎了一阵子，看清楚了周围不少景观，将牛顿的物理及数学方面的理论发扬光大，同时也发展了多项技术，掀起了工业革命，正兴致勃勃地用新的科学技术建造一个更具现代特色的文明社会。然而，上帝总想在人类科学殿堂上玩点儿什么花招。于是来了个数学家黎曼(Bernhard Riemann, 1826—1866年)，他造出了一把精妙绝伦的钥匙，将它交给人类后，年纪轻轻便潇洒地驾鹤西去。可是，谁也不知道这个精美的钥匙有何用途？能开启殿堂中的哪扇大门呢？时光荏苒，又过了半个世纪……

爱因斯坦来到了这个世界，他最感兴趣的事就是探索上帝的思想和意图，想了解上帝到底在开些什么玩笑？玩点什么花招？尽管爱因斯坦小时候不像是个神童，但后来也并非“大器晚成”，他26岁就以解释光电效应和建立狭义相对论而一鸣惊人。

狭义相对论是基于爱因斯坦认为最重要、最具普适性的两个基本原理：相对性原理和光速不变原理而建立的，它使用洛伦兹变换，将麦克斯韦的电磁理论天衣无缝地编织进他的新时空理论中。

根据狭义相对论，时间和空间不再是独立而绝对的，闵可夫斯基

的四维时空将它们联系在一起。在这个理论框架里，所有相对作匀速运动的惯性参考系都是平权的，物理定律在任何惯性参考系中都具有相同的形式。这点似乎完美地满足了爱因斯坦的相对性观念。但是，仔细想想问题又来了，除了惯性参考系之外，还有非惯性参考系呢，比如说，在一个加速参考系中的物理规律是否也应该与惯性参考系中物理规律形式一致呢？

上帝不应该只是偏爱那些被挑选出来称之为“惯性参考系”的系统吧，况且，哪些参考系有优先权作为“惯性参考系”呢？既然对惯性参考系而言速度只有相对的意义，难道还有理由把加速度当作绝对概念吗？爱因斯坦建立了狭义相对论之后，立即意识到这些问题。这种“狭义”的相对性原理，似乎仍然没有真正摆脱“绝对参考系”的困惑，只不过是用了多个“绝对”替代了原来的一个“绝对”而已。因此，这个“狭义相对性”的概念必须推广。此外，爱因斯坦也经常思考“引力”的问题：如何才能将万有引力也包括到相对论的框架中？

最简单的非惯性参考系是相对惯性系统作直线匀加速运动的参考系。从最基本的原理和最简单的情形出发来思考问题，从来就是爱因斯坦的特点。

科学研究最重要的原动力是什么？不是对功成名就的向往，不是对物质利益的追求，也不是出于对

大师前辈的膜拜或想要出人头地的愿望。就爱因斯坦而言，最重要的是他对大自然始终保持着的那颗如孩童般纯真的好奇心。不可否认，光电效应的理论探索带给他荣誉，狭义相对论和广义相对论的建立带给他满足，但只有这种始终如一的好奇心，才能支持他后半生持续钻研统一理论四十年如一日终究未成正果却无怨无悔。也许，这才是爱因斯坦“天才”的奥秘所在。

回到非惯性参考系和引力方面来思考。凡是有一点点物理知识的人，都知道意大利的比萨斜塔，在物理上伽利略因为在那儿做的“自由落体”实验而著名。伽利略的实验证明了，地表引力场中一切自由落体都具有同样的加速度。也就是说，不管你往下丢的是铁球还是木球，都将同时到达地面。后来又有一种看法，说伽利略本人并未做过此斜塔实验，但这一点并不重要，斜塔实验所证明的物理规律是公认的。后人进行过多次类似的实验，还不仅仅在地球上做，据说1971年，阿波罗15号的宇航员大卫·斯科特在月球表面上将一把锤子和一根羽毛同时扔出，两样东西同时落“月”之后，他兴奋地对地球上的数万电视观众喊道：“你们知道吗？伽利略先生是正确的！”

不知上述的阿波罗月球实验是否属实，但无论如何，爱因斯坦先生认识到伽利略斜塔实验的重要性，因为它首先可以被表述为“惯性质量等于引力质量”，继而又进一

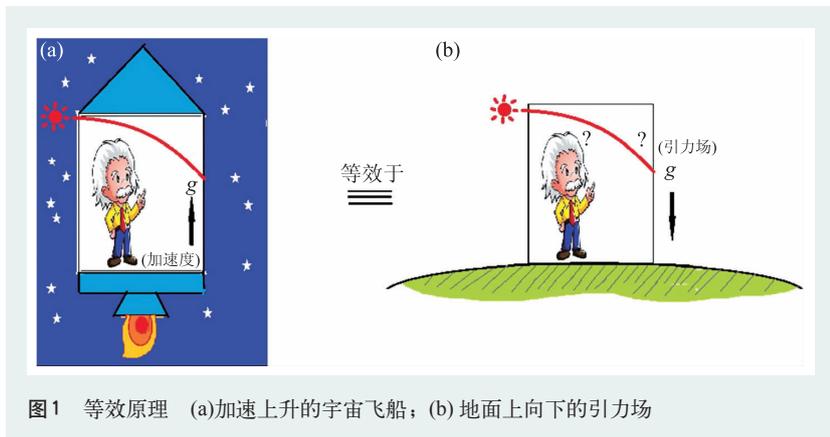


图1 等效原理 (a)加速上升的宇宙飞船; (b)地面上向下的引力场

步地推论到加速度与引力间的等效原理。对此原理，爱因斯坦曾经说过：

“我为它的存在感到极为惊奇，并且猜想其中必有可以更深入了解惯性和引力的关键。”

何谓惯性质量，又何谓引力质量呢？简言之，牛顿第二定律  $F=ma$  中的  $m$  是惯性质量，它表征物体的惯性，即抵抗速度变化的能力，而引力质量则是决定作用在物体上的引力(如重力)大小的一个参数。在伽利略的自由落体实验中，与引力质量成正比的地球引力，克服惯性质量而引起了物体的加速度。这个加速度应该正比于两个质量的比值 ( $b=m_{\text{引力}}/m_{\text{惯性}}$ )。正如实验所证实的，下落加速度对所有物体都一样，这意味着两个质量的比值对所有物体都一样。既然对所有物体都一样，两者的比例系数  $b$  便可以选为 1，说明这两个质量 ( $m_{\text{引力}}$  和  $m_{\text{惯性}}$ ) 实际上是同一个东西。这个看起来平淡无奇的结论却激发了爱因斯坦的好奇心，他认为其中也许深藏着惯性和引力之间的奥秘。

爱因斯坦设计了一个思想实验来探索这个奥秘。下面的说法不见得完全等同于他原来的描述，但实验的基本思想是同样的。考虑一个观察者处于两种不同的情况：一种是如图 1(a) 所示，设想在没有重力

的宇宙空间中，观察者的飞船以匀加速度  $a=9.8 \text{ m/s}^2$  上升，这时候观察者将会感到一个向下的力 ( $F=ma$ )。这种效应和我们坐汽车时经历到的情形一样：如果汽车向前加速的话，车上乘客会感觉一个相反方向(向后)的作用力，反之亦然。另一种情形是由图 1(b) 描述的，观察者站在静止于地球表面的飞船中，感觉到重力  $=mg$  (重力加速度  $g=9.8 \text{ m/s}^2$ )。因为图 1(a) 中飞船的上升加速度与图 1(b) 中地面上的重力加速度数值相等，被关在飞船中的观察者看不到外面的情形，他无法区分他是在以匀加速度上升的飞船中，还是在地面的引力场中。因此，图 1(a) 和图 1(b) 对观察者来说，效果相同，或者说，加速度和引力场是等效的。

再进一步考虑如果有光线从外面水平射进宇宙飞船时的情形，在图 1(a) 的情况，因为飞船加速向上运动，原来水平方向的光线在到达飞船另一侧时应该射在更低一些的位置。因此，加速运动飞船中的观察者看到的光线是一条向下弯曲的抛物线。然后，既然图 1(b) 所示的引力场是与图 1(a) 等效的，那么，当光线通过引力场的时候，也就应该和加速运动飞船中的光线一样，呈向下弯曲的抛物线形状。也就是说，光线将由于引力的作用而弯曲。

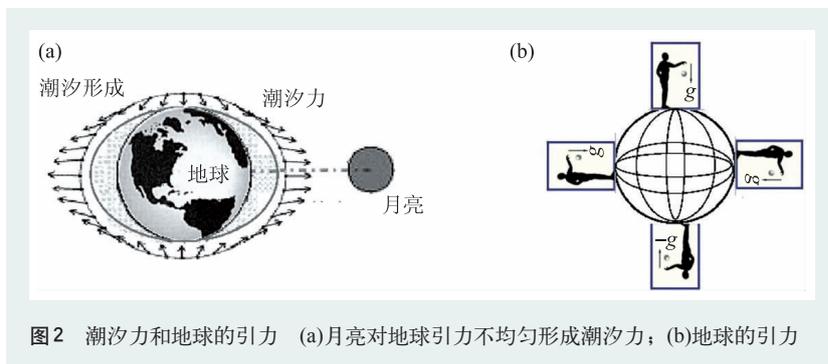
光线在引力场中弯曲的现象也可以从另一个角度来理解，可以认为不是光线弯曲了，而是引力场使得它周围的空间弯曲了。或者更为准确地表达是，沿用相对论的术语，叫做“时空弯曲了”。光线仍然是按照最短的路径传播，只不过在弯曲的时空里的最短路径已经不是原来的直线而已。

从引力与加速度等效这点出发，还可以推论出另一个惊人的结论：引力可以通过选择一个适当的加速参考系来消除。比如说，一台突然断了缆绳的电梯，立即成为一个自由落体，将会以等于  $9.8 \text{ m/s}^2$  的重力加速度  $g$  下降。在这个电梯中的人，会产生感觉极不舒服的“失重感”。不仅仅自己有失重感觉，也会看到别的物体没有了重量的现象。也就是说，电梯下落的加速度抵消了地球的引力，这其实是我们如今的游乐场中经常能体会到的经历。爱因斯坦却从中看出了暗藏的引力奥秘：引力与其他的力(比如电力)大不一样。因为我们不可能用诸如加速度这样的东西来抵消电力！但为什么可以消除引力呢？也许引力根本可以不被当成是一种力，就像前面一段所想象的那样，可以将它当成是弯曲时空本来就有的某种性质。这种将引力作为时空某种性质的奇思妙想，将爱因斯坦引向了广义相对论。

开始的时候，爱因斯坦只是按照上面的思路，企图将引力包括到狭义相对论的框架中。不过，他很快就意识到碰到了大障碍。一个均匀的引力场的确可以等效于一个匀加速度参考系。但是，我们的宇宙中并不存在真正均匀的引力场。根据万有引力定律，引力与离引力源的距离之间遵循平方反比律的关

系。也就是说，地球施加在我们头顶的力比施加在双脚的力要小一些。并且引力的方向总是指向引力源的中心，即作用在我们身体右侧和左侧的引力方向并不是完全平行的。我们在地球表面感到“重力处处一样”的现象只是一个近似，是因为我们个人的身体尺寸，比起地球来说是太小了，我们感觉不到重力在身体不同部位产生的微小差异。然而爱因斯坦需要建立宇宙中引力的物理数学模型，就必须考虑这点了。在大范围内，这种差异能产生明显的可见效应。比如说，我们所熟知的地球表面海洋的潮汐现象，就是因为月亮对地球的引力不是一个均匀引力场而形成的，见图2(a)。

潮汐力的名词来源于地球上海洋的潮起潮落，但后来在广义相对



论中，人们将由于引力不均匀而造成的现象都统称为潮汐力。

尽管上述“爱因斯坦飞船”的思想实验描述了如何用匀加速参考系来抵消一个均匀的引力场，但是实际上的引力场却是非均匀的，不可能使用任何参考系的变换来消除。图2(b)显示出地球的引力场，在4个方向需要4个不同的匀加速参考系来局部等效地近似描述。

这个问题困惑了爱因斯坦好几年，直到他后来得到他大学的同窗好友、数学家格罗斯曼的帮助为止。根据格罗斯曼的介绍，爱因斯坦才惊奇地发现，原来早在半个世纪之前，黎曼等人就已经创造出了他正好需要的数学工具。黎曼几何这把精美的钥匙就像是爱因斯坦的理论定做的，有了它，爱因斯坦才顺利地开启了广义相对论的大门。

ILOPE“24年”光电行业专业展会品牌，助力企业价值跃升



**第二十一届中国国际激光、光电子及光电显示产品展览会**  
同期展会:第十三届中国国际机器视觉展览会暨机器视觉技术及工业应用研讨会

2016年10月17日-19日  
北京·中国国际展览中心(静安庄馆)

◆激光

◆红外

◆光学材料

◆光电显示及照明

展位抢定，请立即洽询：

☎ 010-84600314 / 84600836

展馆地址：北京市朝阳区北三环东路6号

ILOPE新版网站全面升级，欢迎登陆 [www.ilope-expo.com](http://www.ilope-expo.com) 了解参展参观详情！



官方微信 欢迎关注