

超构材料中的光学拓扑态*

谭为¹ 陈鸿^{2,†}

(1 中国工程物理研究院 微系统与太赫兹研究中心 成都 610200)

(2 同济大学 物理科学与工程学院 上海 200092)

2016-09-29收到

† email: hongchen@tongji.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20170104

Photonic topological states in metamaterials

TAN Wei¹ CHEN Hong^{2,†}

(1 Microsystem & Terahertz Research Center, China Academy of Engineering Physics, Chengdu 610200, China)

(2 School of Physics Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

摘要 拓扑态是当前凝聚态物理中的研究热点,是一种由于整体拓扑效应所导致的全新电子态。近年来,大量理论和实验工作表明,由于拓扑态本质上是一种单粒子波动行为,因此可以在光学体系中找到类比,于是开启了光学拓扑态这一新兴研究方向。光子晶体、光学耦合腔阵列等体系成为重要的拓扑态模拟平台。文章主要以一维 Dirac 方程体系和二维 p 波超导体体系为例,介绍超构材料(Metamaterials)中的光学拓扑态特性,包括能带翻转、边界态、畴壁、涡旋零能态等典型拓扑行为。

关键词 拓扑态, 超构材料, 能带翻转, 边界态, 零能态

Abstract The study of topological states is a hot topic in condensed matter physics as it has revealed several new phases of quantum matter. Recently, many theoretical and experimental studies have demonstrated photonic analogues of topological states, based on the fact that these states are a manifestation of one-particle wave behavior, and this has further stimulated research on photonic topological states. Photonic crystals and coupled-resonator arrays provide a flexible platform for simulating topological phases. The purpose of this review is to give a brief introduction to photonic simulations of topological phases in one-dimensional Dirac systems and two-dimensional p-wave superconductors through the design of specific metamaterials, involving band inversion, edge states, domain walls, and zero-energy mode at a vortex, and so forth.

Keywords topological state, metamaterials, band inversion, edge state, zero-energy mode

1 引言

拓扑态是一种由于整体拓扑效应所导致的全新电子态。在传统的凝聚态理论中,物质的相态可以通过对称性及其破缺方式来进行分类。而拓扑态则不然,不同的拓扑态可以具有完全相同的

对称性。因此需要引入新的序参量来描述,称为拓扑不变量或拓扑序^[1, 2],体现的是局部形变下的不变性。自旋霍尔效应和量子自旋霍尔效应中的边界态都属于拓扑态,而最为熟知的例子还是拓扑绝缘体,其典型特征是材料内部是绝缘体,而表面具有受拓扑保护的边界态^[1, 2]。

2008年Haldane等人提出此类具有拓扑性质的边界态本质上是一种单粒子行为,因此可以与

* 国家自然科学基金(批准号: 11234010)、国家重点研发计划(批准号: 2016YFA0301101)资助项目

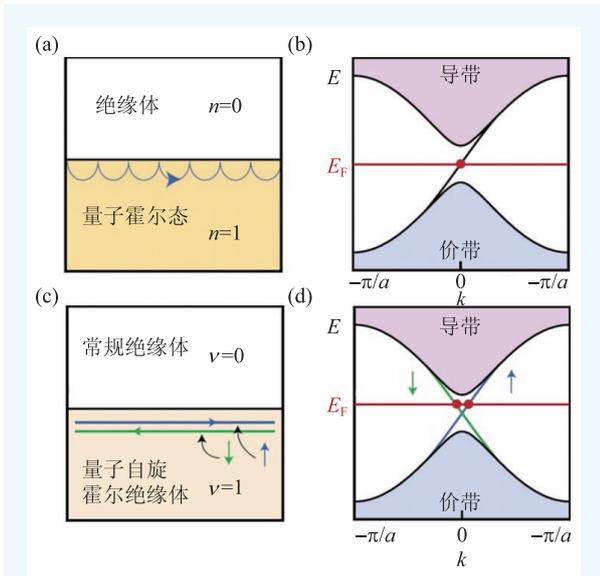


图1 (a)量子霍尔效应中的边界态；(b)量子霍尔边界态在能带中的体现，不具备时间反演对称性；(c)量子自旋霍尔效应中的边界态；(d)量子自旋霍尔效应边界态在能带中的体现，具备时间反演对称性^[1]

麦克斯韦方程组描述的光子行为建立类比关系，从而实现边界态的光学模拟^[3]，或称为光学拓扑态。作者从理论上证明了在具有 Dirac 点能带结构的光子晶体中，引入磁光材料打破时间反演对称性，可以获得单向传输的光学边界态，其具有非零的拓扑不变量^[3]。该预测很快便得到微波实验的证实。不同的是，微波实验将六角晶格的光子晶体替换成了正方晶格，但同样可以通过磁光效应在能带的交会点附近打开带隙从而产生边界态^[4, 5]。进一步的实验表明，该边界态在遇到散射体会沿着边缘绕过散射体，而不会发生背向散射，证实了单向传输特性^[4, 5]。此后，光学拓扑态迅速成为新的研究热点，不同光学结构中的拓扑态行为陆续得到发现与证实。例如，在二维耦合腔阵列中引入特殊设计的耦合相位，可以获得光子的等效磁场和等效自旋-轨道耦合相互作用，从而模拟量子霍尔效应中的边界态^[6-8]。上述这类边界态不具有时间反演对称性，因此同一个带隙中只允许一个方向传播的边界态出现。

与之相对的，还有另一种类型的边界态，满足时间反演对称性，其典型代表是量子自旋霍尔效应的边界态(图1)和二维拓扑绝缘体的边界态。

最直观的理解可以认为该类型的边界态是两支具有相反自旋的边界态，在边界处向相反的方向传播^[1]。2012年 Khanikaev 等人在理论上首次给出了拓扑绝缘体的光学类比。其设计思想是，用 TE + TM 和 TE - TM 两种模式分别等效自旋相反的两支状态，通过在具有 Dirac 点的光子晶体中引入双各向异性的相互作用项，在 Dirac 点附近打开带隙，形成具有时间反演对称性的两支边界态^[9]。随后，此类比也在不同的光学体系中得以实现^[10-12]。此外，光学 Floquet 拓扑绝缘体也受到了研究者的关注^[13-15]。

总的来说，上述光学拓扑态的研究主要基于两种思路：一种是在光子晶体能带结构中的交汇点(以 Dirac 点为代表)引入特殊的相互作用，以拓扑的方式打开带隙；另一种是在耦合腔体系中模拟自旋-轨道耦合相互作用。这两种方式在物理图像上都非常清晰，然而其数学形式却较为复杂。那么，是否能够直接从麦克斯韦方程组出发建立参数一一对应的类比关系，并通过灵活的参数调整从而系统地模拟拓扑态行为？超构材料为此提供了一个便利的平台。超构材料(metamaterials, 又称超材料、特异材料，有时也叫美特材料)是一种人工微结构，利用亚波长的电磁共振单元来实现任意调节材料有效介电系数 ϵ 和有效磁导率 μ 的目的。其中最典型的是左手材料(又称负折射率材料)，其 ϵ 和 μ 同时为负值，从而具有负折射率， $n = -\sqrt{\epsilon\mu} < 0$ ^[16, 17]。本文以一维 Dirac 体系和二维 p 波超导体为典型例子，来介绍超构材料中基于麦克斯韦方程组的拓扑态直接类比。

2 一维 Dirac 体系的光学类比^[18]

Dirac 方程是描述自旋为 1/2 的粒子的相对论量子力学方程，它也预测了正电子的存在^[19]。近年来，研究表明 Dirac 方程对于理解拓扑绝缘体和拓扑超导体中的拓扑相具有重要意义^[20-22]。通过建立麦克斯韦方程组与 Dirac 方程的类比，即可在光学体系中系统研究拓扑态的性质。

一维平面波的麦克斯韦方程组可表述为

$$-\partial_x E_z = i\omega\mu_0\mu_r(x)H_y, \quad (1)$$

$$\partial_x H_y = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r(x)E_z. \quad (2)$$

其中, ε_0 和 μ_0 (ε_r 和 μ_r) 分别为真空(相对)介电系数和磁导率。引入波函数描述:

$$\phi = \begin{pmatrix} \sqrt{\varepsilon_0} E_z \\ \sqrt{\mu_0} H_y \end{pmatrix}.$$

则(1)式和(2)式可以改写为

$$[-i\sigma_x\partial_x + m(x)\sigma_z + U(x)]\phi = E\phi. \quad (3)$$

其中 $m(x) = \omega[\varepsilon_r(x) - \mu_r(x)]/2c$ 为有效质量, $U(x) = \omega[\varepsilon_r(x) + \mu_r(x) - \langle\varepsilon_r(x) + \mu_r(x)\rangle]/2c$ 为等效势场, $E = -\omega\langle\varepsilon_r(x) + \mu_r(x)\rangle/2c$ 为等效本征能量, c 是真空中光速, $\sigma_{x,y,z}$ 为泡利矩阵。可以看出, (3) 式呈现出了标准的 Dirac 方程形式, 而且其中的每一个参数都可以由 ε_r 和 μ_r 来调控。超构材料原则上可以实现任意 ε_r 和 μ_r 的组合方式, 因此可以模拟一维 Dirac 方程描述的各种拓扑行为。

2.1 能带翻转

一维 Dirac 方程描绘了两支能带: 一支电子的能带和一支正电子的能带。正电子是电子的反粒子, 具有负的质量和能量。两支能带间的带隙宽度为 $2mc^2$ (其中 m 是电子的质量)。通常情况下, 正能量的能带对应正质量。然而, 一旦发生能带翻转, 即正能量能带对应负质量的情况, 则会产生拓扑相。普通相到拓扑相的变化无法通过连续变化得到, 必定会经过一个带隙闭合的过程, 即对应 $m=0$ 的情形。

利用超构材料可以很好地模拟相变过程, 如图 2(a) 所示。这里考虑 ε_r 和 μ_r 由 Drude 模型描述的超构材料,

$$\varepsilon_r = \varepsilon_0 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_e}, \quad (4)$$

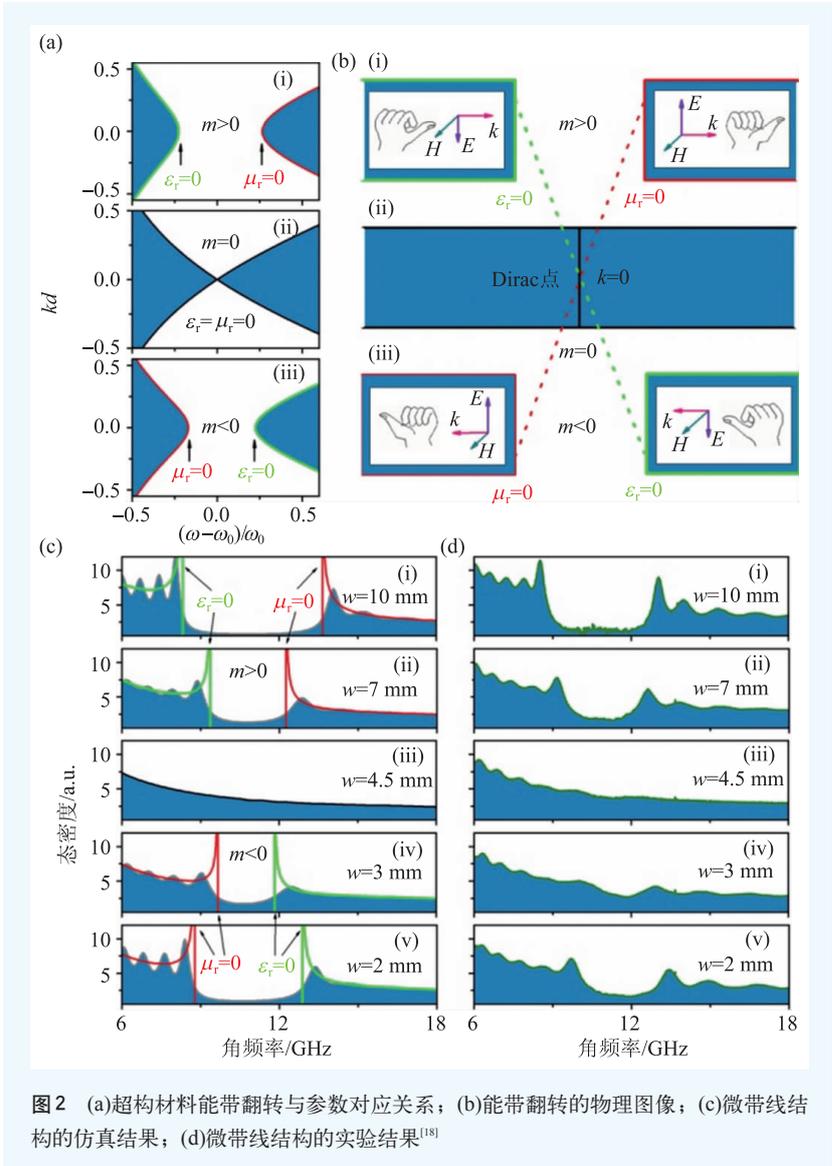


图 2 (a)超构材料能带翻转与参数对应关系; (b)能带翻转的物理图像; (c)微带线结构的仿真结果; (d)微带线结构的实验结果^[18]

$$\mu_r = \mu_0 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_m}. \quad (5)$$

其中 ω_{pe} 和 ω_{pm} 分别为电和磁的等离子体振荡频率, γ_e 和 γ_m 分别对应电和磁的损耗。其能带表现为一支右手能带(上能带)与一支左手能带(下能带)。在图 2(a) 的情形 (i) 中, 上能带的带边由 $\mu_r=0$ 的条件决定, 下能带的带边由 $\varepsilon_r=0$ 的条件决定, 根据(3)式, 其对应 $m>0$ 的相。通过调节 ε_r 和 μ_r 的参数, 能带逐渐闭合, 对应 $m=0$, 见情形(ii); 此后带隙再一次打开, 见情形(iii)。从带边的条件可以看出, 能带完成了翻转, 此时对应 $m<0$ 的相。图 2(b) 简单描绘了其物理图像, m 由正变负的过程对应着光子手性的变化, 即左手

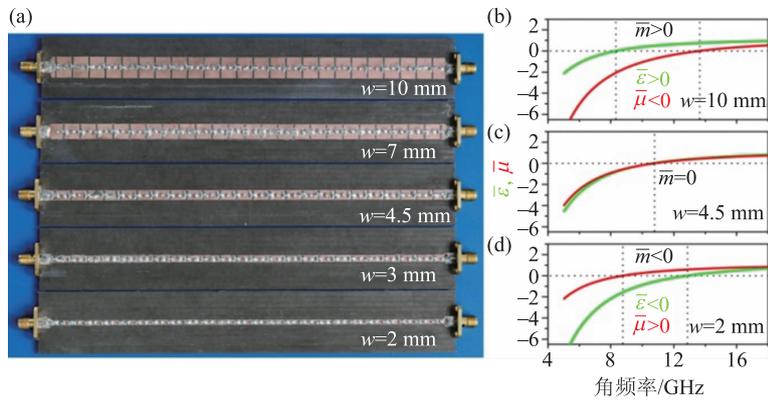


图3 (a)左右手复合微带线结构的实验样品；(b)–(d)为介电系数和磁导率随频率的变化，其中(b) $w=10$ mm，对应 $m>0$ ；(c) $w=4.5$ mm，对应 $m=0$ ；(d) $w=2$ mm，对应 $m<0$ ^[18]

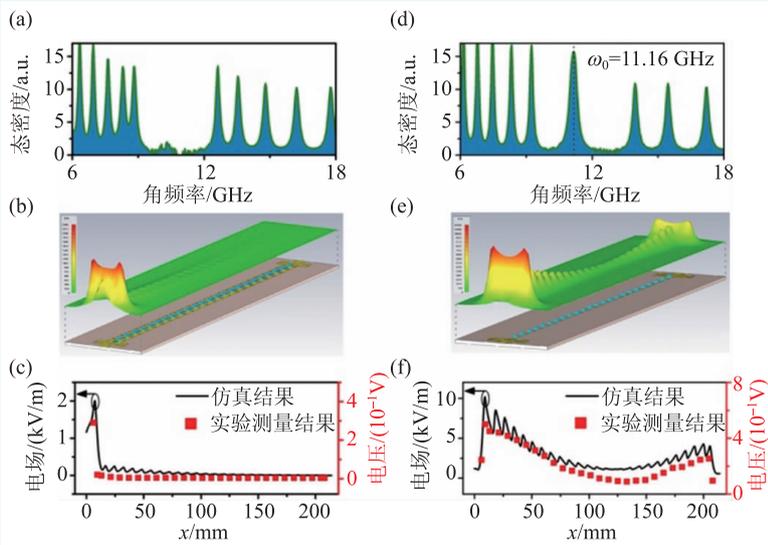


图4 $m>0$ 微带线结构的态密度谱(a)，三维电场分布的仿真结果(b)以及一维电压分布的实验测量结果(c)； $m<0$ 微带线结构的态密度谱(d)，三维电场分布的仿真结果(e)以及一维电压分布的实验测量结果(f)

能带转变为了右手能带，右手能带转变为了左手能带。这体现了超构材料能带翻转的物理本质。

一组经过特定设计的左右手复合微带线结构从实验上很好地演示了能带翻转的过程。这组结构采用相同的集总元件，仅通过改变微带线的宽度来调节参数。实验样品与其对应的介电系数与磁导率随频率的变化关系如图3所示，通过(3)式中有效质量 m 的定义，可以清楚地看到 m 的正负值变化。图2(c)和(d)分别给出了实验样品仿真和实验的结果。值得注意的是，这里通过以下参数演算关系，将测量的群延时 τ_g 转换成了态密度(DOS)，

$$g(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{dk}{d\omega} \propto \frac{\tau_g}{\pi D}, \quad (6)$$

其中 D 为微带线长度。可以看出，微带线宽度 w 从10 mm向2 mm变化过程中完成了能带翻转的过程，其中 $w=4.5$ mm时，带隙关闭，对应相变的临界点。

根据Dirac方程的描述， m 的正负值对应着不同的拓扑相。尽管在无限周期的结构中都只体现出带隙的特征，但是在有限周期的结构中则会体现不同的拓扑行为。这里以开放边界条件为例，对应于凝聚态体系中的真空边界， $m \rightarrow +\infty$ 。其仿真与实验结果见图4。对于 $m>0$ 的结构，其表现为一个普通的带隙，当位于带隙频率的入射波从一端入射时，呈现出反射特性，电场只聚集在入射端边界的趋肤深度范围内，见图4(a)–(c)；而对于 $m<0$ 的结构，其带隙内出现了一个态密度峰，即使入射波从一端入射，电场也会分别局域在两端的边界，见图4(d)–(f)。这是一维拓扑边界态的特征。

2.2 畴壁现象(Domain wall)

Jackiw—Rebbi解^[23]描绘了这样一个现象：在正质量和负质量的材料界面会形成束缚态，也被称为畴壁，是Dirac方程在零能量位置的解。后续研究表明这是一种一维拓扑态，且对界面两侧材料质量的无序分布不敏感。其典型例子是有机聚合物导体中的孤子(soliton)^[24, 25]。然而，这一现象在实验上的观测并不容易。

在超构材料体系中，研究者在超构材料概念初期就发现了在两种不同单负材料(ϵ 和 μ 其中之一为负值)的界面处存在界面态^[26, 27]，然而人们尚未意识到其内在的拓扑属性。文献[18]首次揭示了单负材料的界面态满足Jackiw—Rebbi解，本质

上是一种拓扑态，即畴壁。利用上一小节中的微带线结构设计，将能带翻转前后的两种结构(分别为 $w=8.5\text{ mm}$ 和 $w=2.5\text{ mm}$)组合在一起，即观测到了界面态，体现为带隙中的态密度峰(其对应频率为 $\omega_0=11.05\text{ GHz}$)，见图5(a)。进一步，空间位置的电压测量也显示了电场确实在界面处聚集，与仿真结果相一致，见图5(b)和(c)。通过提取参数，得到两种结构体现的参数分别为 $m_1=-11.83$ ， $U_1=0.26+0.80i$ ， $m_2=-16.65$ ， $U_2=-0.26+0.80i$ ，其对应的本征能量 E 接近于零，证明了该界面态是Jackiw—Rebbi解对应的零能态。此外，相关实验研究也发现了该界面态确实对单负材料层的无序分布不敏感^[28]，说明其受到了拓扑保护。

2.3 一维晶格的拓扑相

在上述研究的基础上，可以进一步研究一维晶格的拓扑相。在凝聚态体系中，最简单的二能带模型是Su—Schrieffer—Heeger(SSH)模型^[29]——一种由AB格点组成的二聚物周期性晶格。当元胞内与元胞间的跃迁幅度(hopping amplitude)不相等时，两支能带会被带隙分隔开。然而，该结构在一维周期链被断开时，会呈现非常有趣的现象：从元胞内切断的结构与从元胞间切断的结构在边界处的Berry相相差了 π ，于是导致了两者完全不同的拓扑性质——一种是拓扑平凡态，而另一种是拓扑非平凡态，或简称为拓扑态，其表现为在一维链的两端边界处出现了零能的束缚态^[30, 31]，即一维边界态。然而，该现象在凝聚态体系中的实验观测并非易事。

超构材料为此提供了一个非常方便的模拟平台。利用有效质量分别为 $m_A>0$ ($w=7\text{ mm}$)和 $m_B<0$ ($w=4\text{ mm}$)的两种微带线结构作为基本单元组成一维周期性结构，其中 $|m_A|>|m_B|$ ，确保了其能带结构存在带隙，见图6(a)和(b)，对应于SSH模型的一维周期链。当拿掉一个B组分断开周期链

时，其变为有限结构，仍采用测量群延时的方法将其转化为态密度谱，如图6(c)所示。可以看到，其仍然呈现出带隙的特征。然而，当拿掉一个A组分断开周期链时，其带隙内出现了一个态密度峰，如图6(d)所示。通过进一步的仿真计算与实验测量，实验样品如图7(a)所示，可以看到对应于态密度峰的频率，结构中的电场主要集中在结构的两端，体现出了边界态的特征，见

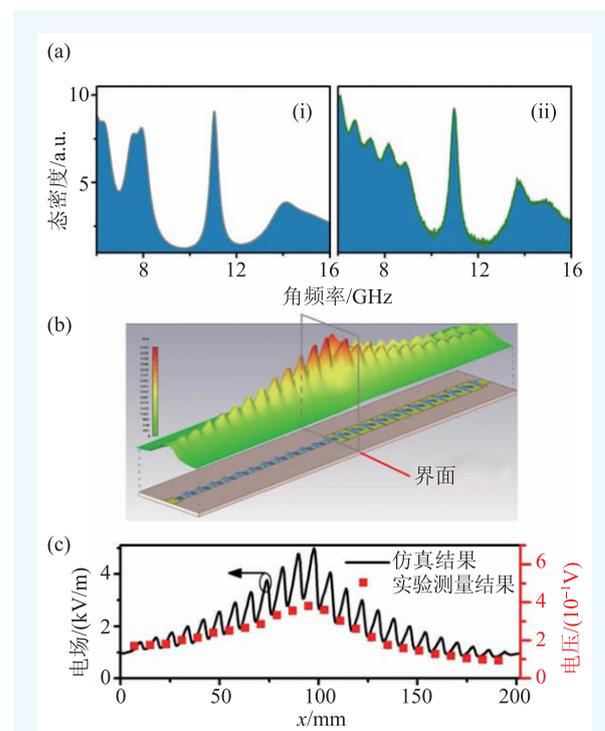


图5 (a)界面态(畴壁)的态密度谱(其中(i)为计算结果，(ii)为实验结果)；(b)微带线结构空间场分布的仿真结果；(c)电场/电压随位置的分布^[18]

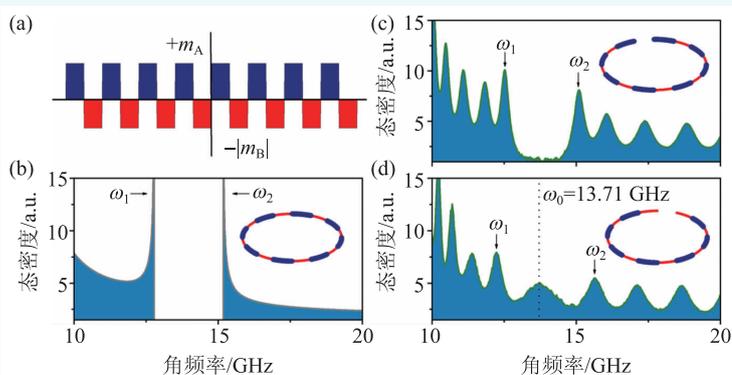


图6 (a)一维AB格点周期链示意图；(b)一维周期链的态密度谱；(c)拿掉一个B组分断开的周期链的态密度谱；(d)拿掉一个A组分断开的周期链的态密度谱^[18]

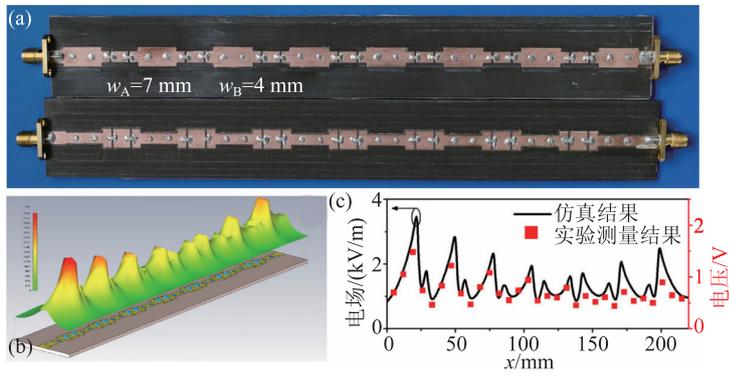


图7 (a)两种断开的周期链结构实验样品；(b)三维空间场分布仿真结果；(c)一维电压分布的实验测量结果^[18]

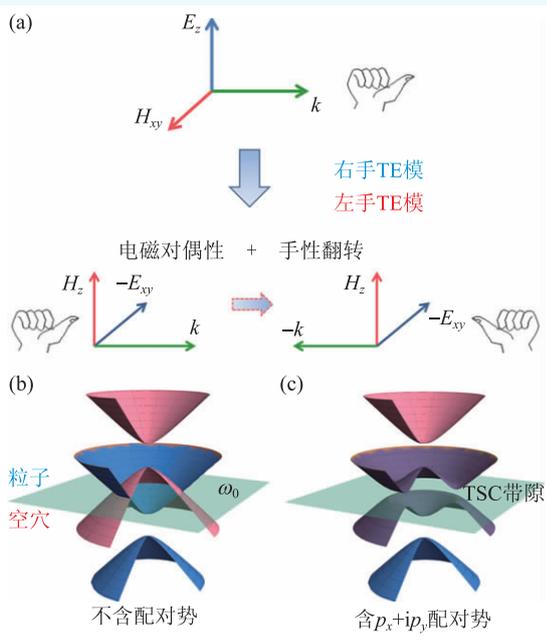


图8 (a)通过电磁对称性与手性翻转的叠加操作来等效超导体体系中的粒子—空穴对称性操作；(b)不含配对势的粒子—空穴能带结构；(c)含 p_x+ip_y 配对势的粒子—空穴能带结构^[32]

图7(b)和(c)。这组对比实验很好地验证了SSH模型预测的拓扑态行为。

3 二维p波超导体体系的光学类比^[32]

拓扑超导体是另一类备受关注的拓扑材料，它除了具有边界态之外，还可以产生涡旋零能态(zero-energy mode at a vortex)^[1, 2]。理论表明，这种零能态的涡旋中心可以找到Majorana费米子^[33-35]，因此引起了广泛的关注。拓扑超导体最简单的模型

为p波超导，其哈密顿量形式为

$$H_p = \begin{bmatrix} \frac{p^2}{2m'} - U' & \Delta(p_x + ip_y) \\ \Delta^*(p_x - ip_y) & U' - \frac{p^2}{2m'} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中 p 为动量， U' 为化学势，对角元分别表示电子和空穴的哈密顿量，具有粒子—空穴对称性(particle-hole symmetry)，非对角元表示 p_x+ip_y 形式的配对势。当 $U'>0$ 时，在不考虑配对势的情况下，电子和空穴的能带会发生交叠，如图8(b)所示； p_x+ip_y 配对势的引入会打开带隙，并呈现出拓扑相，如图8(c)所示。

本文从麦克斯韦方程组出发，在理论上建立了超材料与p波超导体体系的直接类比。此类比有两个关键问题：一是如何实现等效的粒子—空穴对称性？二是如何模拟 p_x+ip_y 配对势？

3.1 p波超导哈密顿量的光学类比

对于第一个问题，本文提出利用TE波与TM的电磁对称性以及上个章节用到的手性翻转两项操作的叠加来类比超导体体系中的粒子—空穴对称性，如图8(a)所示。下面以TE波为例，给出相应的二维麦克斯韦方程组形式

$$\begin{bmatrix} -(\omega/c)\varepsilon_z & -k_x & k_y \\ -k_x & -(\omega/c)\mu_{\perp} & 0 \\ k_y & 0 & -(\omega/c)\mu_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_0} E_z \\ \sqrt{\mu_0} H_y \\ \sqrt{\mu_0} H_x \end{bmatrix} = 0, \quad (8)$$

其中 ε_z 和 μ_{\perp} 分别满足(4)式和(5)式的Drude模型描述。通过与(3)式相似的操作，(8)式也可以改写成由有效质量和化学势的描述形式^[32]

$$\begin{pmatrix} m-U & -k_x & k_y \\ -k_x & -m-U & 0 \\ k_y & 0 & -m-U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'_z \\ H'_y \\ H'_x \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} E'_z \\ H'_y \\ H'_x \end{pmatrix}, \quad (9)$$

其中 m 与 U 和(3)式的描述相对应， $E'_z = \sqrt{\varepsilon_0} E_z$ ， $H'_{x,y} = \sqrt{\mu_0} H_{x,y}$ 。这里将(9)式左边的矩阵定义为等效哈密顿量 $h(\mathbf{k})-U$ 。其能带结构如图8(b)的蓝色曲面所示，当 m 不为零时，呈现出由带隙隔

开的上下两支能带。与之相应地, 根据电磁对称性, TM波的等效哈密顿量可以写为 $-h^*(-\mathbf{k})+U$ 。其能带结构如图8(b)的红色曲面所示, 亦表现为上下两支能带。通过调节参数 U , 可以改变TE波与TM波能带的相对位置。当 $U>m$ 时, TE波的上能带(右手能带)与TM波的下能带(左手能带)会发生交叠。这两支能带满足电磁对称性与手性翻转的条件, 可以认为具有等效的粒子-空穴对称性, 分别对应于超导体中电子的能带与空穴的能带。两者的频率交点标记为 ω_0 , 等效于超导体中的零能量位置。

对于解决 p_x+ip_y 配对势的问题, 这里采用了较为特殊的介电系数和磁导率的张量设计:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & \kappa_1 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & -i\kappa_2 \\ \kappa_1^* & i\kappa_2^* & \epsilon_z \end{pmatrix}, \mu = \begin{pmatrix} \mu_{\perp} & 0 & \kappa_3 \\ 0 & \mu_{\perp} & i\kappa_4 \\ \kappa_3^* & -i\kappa_4^* & \mu_z \end{pmatrix}. \quad (10)$$

这里考虑最为简单的情况, $\kappa_1=\kappa_2=\kappa_3=\kappa_4=\kappa$, 使整个系统满足 xy 平面的旋转对称性。将其代入麦克斯韦方程组, 并引入(9)式的变换形式, 可以得到一个 6×6 的等效哈密顿量形式:

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} h(\mathbf{k}) - U & \hat{\Delta} \\ -\hat{\Delta}^* & -h^*(-\mathbf{k}) + U \end{pmatrix}, \quad (11)$$

其中

$$\hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & i\Delta & \Delta \\ -i\Delta & 0 & 0 \\ -\Delta & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Delta = \omega\kappa/c. \quad (12)$$

可以证明, (11)式描述的等效哈密顿量满足粒子-空穴对称性。从图8(c)可以看出, 由于等效 p_x+ip_y 配对势的引入, 原本交叠的两支能带在 ω_0 处打开了一个有限的带隙。接下来需要证明这个带隙具有拓扑相的特点。

考虑到所有的拓扑相特征都发生在以 ω_0 为中心的两支能带, 利用这两支能带的波函数对 6×6 的等效哈密顿量进行约化操作, 最终得到仅包含这两支能带信息的 2×2 哈密顿量:

$$H'_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2+k_x^2+k_y^2}-U & \frac{-i\Delta(k_x+ik_y)}{\sqrt{m^2+k_x^2+k_y^2}} \\ \frac{i\Delta(k_x-ik_y)}{\sqrt{m^2+k_x^2+k_y^2}} & U-\sqrt{m^2+k_x^2+k_y^2} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

可以看到, (13)式与(7)式具有完全一致的形式, 因此也具有相同的拓扑不变量, 说明利用超构材料可以实现p波超导体系中的各种拓扑行为。

3.2 p波超导边界态的光学类比

由于p波超导体的带隙呈现出拓扑相, 因此在边界处会产生受到拓扑保护的边界态^[1, 2]。该边界态不具备时间反演对称性, 只有一支单向传播的模式, 被称为手征边界态(chiral edge state)。对于光学体系, 本文从最简单的单界面的情形出发, 来展示光学手征边界态。假设界面位于 $x=0$ 的位置, 左边是一种对电磁波不透明的材料, 等效为真空, 右边是特殊设计的超构材料, $\epsilon_{\perp 0}=0.8$, $\epsilon_{z0}=1.1$, $\mu_{\perp 0}=1.2$, $\mu_{z0}=0.9$, $\omega_p=89$, $\kappa=0.04$ 。该超构材料的整体能带结构平面投影如图9(a)中阴影区域所示。在考虑 $x=0$ 处的边界时, 会在带隙中出现一支单向传输的边界态。图9(b)给出了具有4个边界的超构材料的空间电场分布情况, 可以清楚地看到电场局域在4个边界上。

这类边界态受到拓扑保护, 对局部扰动不敏感, 因此在遇到障碍物时, 光会沿着边缘绕过障碍物继续单向传输, 前人的工作都证明了这一点^[4-13]。本文从另一个角度来讨论拓扑保护带来的好处。从(10)式可以看出, 要实现p波超导的完美类比, 需要的电磁张量形式特别复杂, 这会给实验带来较大的困难。这里提出充分利用拓扑保护的性质, 来简化电磁张量。例如, 令(10)式中的 $\kappa_2=\kappa_3=0$ 且 $\kappa_1\neq\kappa_4$, 这样便大大简化了材料设计的复杂度。图9(c)给出了简化参数后的能带结构平面投影。可以看出, 由于简化了两个电磁张量的非对角元, 带隙宽度明显减小, 但仍能观测到边界态的存在。图9(d)显示了实空间电场分布情况, 可以观察到 x 轴方向与 y 轴方向的波长明显不同, 这是由于 $\kappa_1\neq\kappa_4$ 所致, 使得结构不再具有 xy 平面的旋转对称性, 但仍然体现出了边界态的典型特征。根据以上结果可以得出结论, 这类边界态由于受到拓扑保护, 对材料参数的简化或扰动不敏

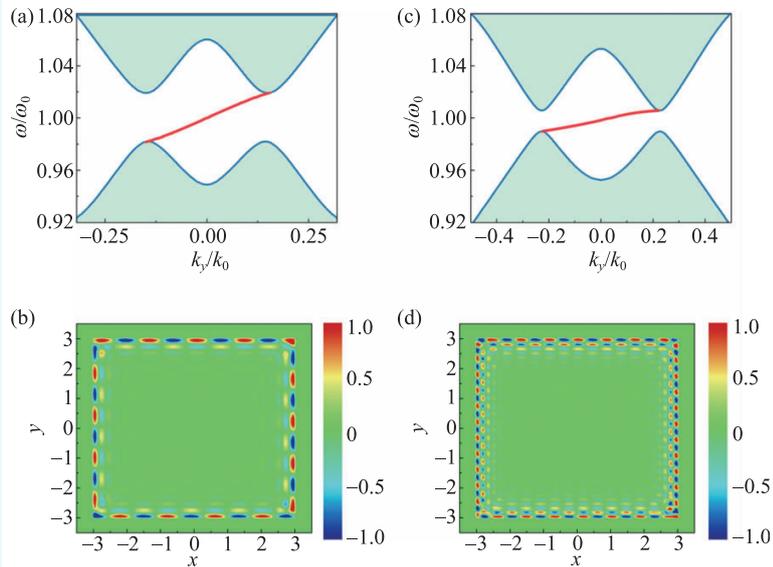


图9 (a)和(b)为具有完美对称性的p波超导光学类比,其中(a)为能带结构平面投影,(b)为实空间场分布;(c)和(d)为不具备空间旋转对称性的简化版拓扑相,令(10)式中的 $\kappa_2 = \kappa_3 = 0$ 且 $\kappa_1 \neq \kappa_4$,其中(c)为能带结构平面投影,(d)为实空间场分布^[32]

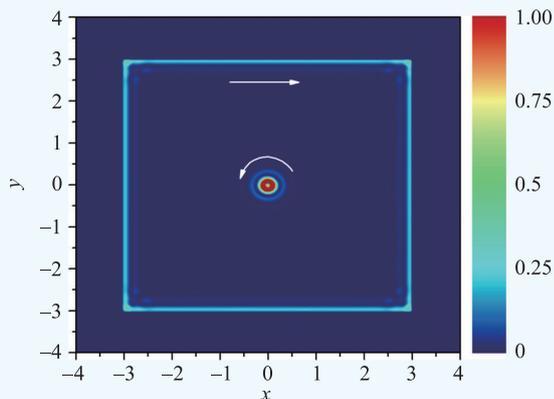


图10 涡旋零能态和边界态的光学类比^[32]

感,只要带隙不经历关闭的过程,就始终具有拓扑相。

3.3 涡旋零能态的光学类比

p波超导的另一种重要拓扑态形式是涡旋零能态^[33-38]。它是Bogoliubov—de Gennes (BdG)方程在极坐标体系满足 $\Delta(r, \theta) = \Delta_0(r)\exp(\pm i\theta)$ 条件下的解,该条件表示配对势随极角有着空间相位变化。非常有趣的是,该条件在极点处会出现

一个奇点,可以粗略地认为这是一个直径极小的环形边界,其导致的结果是在极点处会形成一个涡旋型的零能态。这也是一种典型的拓扑态。相应地,在超构材料体系中也可以通过引入电磁张量的非对角元随极角的相位变化来模拟该行为。例如,令 $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa \exp(-i\theta)$ 且 $\kappa_3 = \kappa_4 = \kappa \exp(+i\theta)$ 。图10给出了满足上述条件的有限尺寸超构材料在 ω_0 频率的场强空间分布情况,体现出两种束缚态的形式:一种是中心位置的涡旋态,另一种是外围的边界态。更进一步,通过计算可以得到两者的传播方向,如图10中的箭头所示,两者呈相反的

旋转方向。有研究表明,这两种态是本文2.2小节所讨论的一维Dirac方程Jackiw—Rebbi畴壁解的另一种表现形式^[23, 39],说明不同体系拓扑态之间的内涵是相通的。

4 结束语

凝聚态物质中的拓扑态本质上是单粒子波动性的体现,因此可以在麦克斯韦方程组描述的电磁波方程中找到严格的类比。本文以一维Dirac方程体系和二维p波超导体体系为例,系统介绍了超构材料中的拓扑态类比,直观描述了能带翻转、边界态和涡旋零能态等在凝聚态物理中较为复杂的概念,希望为光学、电磁学的研究者们提供较为清晰的物理图像。

致谢 感谢香港大学沈顺清、同济大学孙勇、北京计算科学研究中心林海青、华北电力大学陈亮和中国科学院数学与系统科学研究院季霞在相关研究中的合作。

参考文献

- [1] Hasan M Z *et al.* Rev. Mod. Phys., 2010, 82:3045
[2] Qi X L *et al.* Rev. Mod. Phys., 2011, 83:1057
[3] Haldane F D M *et al.* Phys. Rev. Lett., 2008, 100:013904
[4] Wang Z *et al.* Phys. Rev. Lett., 2008, 100:013905
[5] Wang Z *et al.* Nature, 2009, 461:772
[6] Hafezi M *et al.* Nature Phys., 2011, 7:907
[7] Fang K *et al.* Nature Photon., 2012, 6:782
[8] Hafezi M *et al.* Nature Photon., 2013, 7:1001
[9] Khanikaev A B *et al.* Nature Mater., 2012, 12:233
[10] Liang G Q *et al.* Phys. Rev. Lett., 2013, 110:203904
[11] Chen W J *et al.* Nature Commun., 2014, 5:5782
[12] He C *et al.* PNAS, 2016, 113:4924
[13] Rechtsman M C *et al.* Nature, 2013, 496:196
[14] Hu W *et al.* Phys. Rev. X, 2015, 5:011012
[15] Leykam D *et al.* Phys. Rev. Lett., 2016, 117:013902
[16] Pendry J B. Phys. Rev. Lett., 2000, 85:3966
[17] Shelby R A *et al.* Science, 2001, 292:77
[18] Tan W *et al.* Sci. Rep., 2014, 4:3841
[19] Dirac P A M. Proc. R. Soc. A, 1928, 117:610
[20] Bernevig B A *et al.* Science, 2006, 314:1757
[21] Lu H Z *et al.* Phys. Rev. B, 2010, 81:115407
[22] Shen S Q. Topological Insulators: Dirac Equation in Condensed Matters. Berlin: Springer, 2012
[23] Jackie R *et al.* Phys. Rev. D, 1976, 13:3398
[24] Su W P *et al.* Phys. Rev. Lett., 1979, 42:1698
[25] Heeger A *et al.* Rev. Mod. Phys., 1988, 60:781
[26] Alu A *et al.* IEEE Trans. Antenna Propag., 2003, 51:2558
[27] Fujishige T *et al.* Microwave Opt. Technol. Lett., 2005, 46:476
[28] Tan W *et al.* Opt. Express, 2009, 17:24371
[29] Su W P *et al.* Phys. Rev. Lett., 1979, 42:1698
[30] Ryu S *et al.* Phys. Rev. B, 2006, 73:245115
[31] Shen S Q *et al.* Spin, 2001, 1:33
[32] Tan W *et al.* Sci. Rep., 2014, 4:7381
[33] Read N *et al.* Phys. Rev. B, 2000, 61:10267
[34] Ivanov D A *et al.* Phys. Rev. Lett., 2001, 86:268
[35] Hsieh T H *et al.* Phys. Rev. Lett., 2012, 108:107005
[36] Stone M *et al.* Phys. Rev. B, 2006, 73:014505
[37] Sato M *et al.* Phys. Rev. B, 2009, 79:094504
[38] Mizushima T *et al.* Phys. Rev. A, 2010, 81:053605
[39] Tewari S *et al.* Phys. Rev. Lett., 2007, 99:037001

读者和编者

订阅《物理》得好礼

——超值回馈《岁月留痕》
——<物理>四十年集萃

为答谢广大读者长期以来的关爱和支持,《物理》编辑部特推出优惠订阅活动:向编辑部连续订阅2年《物理》杂志,将获赠《岁月留痕——<物理>四十年集萃》一本(该书收录了从1972年到2012年在《物理》发表的40篇文章,476页精美印刷,定价68元,值得收藏)。

希望读者们爱上《物理》!

订阅方式(编辑部直接订阅优惠价180元/年)

(1) 邮局汇款

收款人地址:北京603信箱,100190

收款人姓名:《物理》编辑部

(2) 银行汇款

开户行:农行北京科院南路支行

为答谢广大读者长期以来的关爱和支持,《物理》编辑

户名:中国科学院物理研究所

帐号:112 501 010 400 056 99

(请注明《物理》编辑部)

咨询电话:010-82649266; 82649277

Email: physics@iphy.ac.cn





Ideas taking shape – worldwide.



C-WAVE OPTICAL PARAMETRIC OSCILLATOR THE TUNABLE LASER LIGHT SOURCE

C-WAVE is the tunable laser light source for continuous-wave (cw) emission in the visible and near-infrared wavelength range. Its technology is based on optical parametric oscillation (OPO) and it is fully computer controlled.

Applications

C-WAVE is a tool for a variety of established and for upcoming applications. It offers you the freedom to choose your desired laser wavelength whenever you want. Also, it is an outstanding light source for spectroscopy over a wide tuning range offering all advantages of cw lasers.

Precision and flexibility for:

- Atomic physics
- Quantum optics
- Metrology
- Spectroscopy
- Biophotonics
- Photochemistry, ...

Characterization of:

- Optical components
- Meta materials
- Optical resonators
- Quantum dots
- Optical fibers, ...

DynaSense 北京鼎信优威光子科技有限公司

地址：北京市西城区太平街6号富力摩根中心 E座915室

电话：010-83503853

邮箱：info@dyna-sense.com

Http://www.dyna-sense.com



扫描官方微信，获取更多信息