

# 外尔费米子的奇特热电性质\*

吴孝松<sup>1,2,†</sup> 俞大鹏<sup>1,2</sup>

(1 北京大学物理学院 人工微结构和介观物理国家重点实验室 量子物质科学协同创新中心  
北京 100871)

(2 南方科技大学物理系 深圳 518055)

2016-12-18收到

† email: xswu@pku.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20170405

世界由各种微观粒子组成。这些粒子可以分为两大类，玻色子和费米子。费米子组成了物质，而玻色子传递物质之间的相互作用。1928年，为了精确计算原子的能谱，狄拉克基于量子力学的原理，同时考虑电子的相对论性运动，提出一个波函数方程来描述电子的行为。这个方程后来被称为狄拉克方程。该方程的意义远远超出了狄拉克的初衷。它不但给出了自旋的理论解释，还暗示了反物质的存在。狄拉克方程将量子力学和狭义相对论结合起来，成为了量子场论的两大基石之一，用于描述费米子的行为。

狄拉克方程被提出后不久，德国物理学家外尔发现，如果费米子质量为零，狄拉克方程可以简化，后来被称为外尔方程，其描述的零质量的粒子被称为外尔费米子。而意大利物理学家马约拉纳则发现了狄拉克方程的另一个解，即该粒子的反粒子是其自身，这样的粒子被称为马约拉纳费米子。尽管外尔费米子和马约拉纳费米子的理论预言几十年前就被提出，然而它们一直仅仅停留在数学形式的存在，从未被实验所证实。人们猜想中微子是马约拉纳费米子，但没有实验证据。近年来，随着人们对凝聚态物理中拓扑物质态的认识和理论发展，人们发现在某些凝聚态体系中，准粒子的行为可以表现得和这两种粒子一模一样。

外尔费米子在凝聚态体系中被找到，得益于拓扑材料的出现。与普通材料相比，拓扑材料的能带具有不同的拓扑结构。根据其拓扑性质，可

以将材料进行分类。最早发现的拓扑材料是拓扑绝缘体。这种材料的体态为绝缘体，而表面态却表现出非平庸的金属性。很快，人们发现类似的拓扑属性并不局限于绝缘体，还可以推广到超导体，即拓扑超导体；推广到金属，如拓扑狄拉克半金属。2011年，南京大学的万贤刚等人发现，在烧绿石结构的 $Y_2Ir_2O_7$ 中，电子能带具有非平庸的拓扑结构。准粒子的行为和外尔费米子类似，可以用外尔方程来描述，因此被称为外尔半金属<sup>[1]</sup>。中国科学院物理研究所翁红明、戴希和方忠的小组随后预言了包括TaAs在内的其他外尔半金属<sup>[2]</sup>。2015年，该研究所的丁洪小组及其合作者，和美国斯坦福大学的哈桑小组，几乎同时报道了TaAs的角分辨光电子能谱的研究结果，首次给出了外尔费米子的实验证据<sup>[3, 4]</sup>。外尔半金属的发现，使得外尔费米子在理论预言近90年后，变成了真实的存在，科学家们也第一次可以用实验研究它的性质，验证理论的猜想。外尔费米子实验研究的序幕就此拉开。

如图1所示，在外尔半金属中，能带的导带和价带相交于一点，这个点叫做外尔点。在这个点附近，色散关系为线性，因此是能带是圆锥形，也叫外尔圆锥，如图1。在圆锥里，准电子的有效质量为零，其行为可以用外尔费米子的哈密顿量来描述：

$$H = \chi v_0 \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} ,$$

这里 $v_0$ 为电子的速度， $\mathbf{p}$ 是动量，而 $\boldsymbol{\sigma}$ 的三个分量是代表自旋的泡利矩阵。可以看到，电子的自旋和动量方向锁定起来了，可以平行或者反平行，说明这里电子是有手征性的。手征的符号由 $\chi$ 的值决定，可以取 $\pm 1$ ，分别表示电子的自旋和

\* 国家重点研发计划(批准号: 2016YFA0300600, 2016YFA0300802), 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2013CBA01603)和国家自然科学基金(批准号: 11574005, 11222436, 11234001)资助项目

动量反平行和平行。所以根据  $\chi$  的取值, 外尔圆锥可以分成两类, 对应不同手征的外尔费米子。在外尔半金属中, 不同手征的外尔点总是成对出现, 比如在 TaAs 中就有 12 对 24 个外尔点。

外尔费米子的手征性可以导致许多奇异的性质, 其中最受关注的就是所谓的手征反常(chiral anomaly)<sup>[5]</sup>。如图 1 所示, 假定系统有一对手征相反的外尔圆锥。当同时施加相互平行的电场  $E$  和磁场  $B$  时, 会出现圆锥里的外尔费米子或消失或增加的奇怪现象, 增加或者消失由手征决定, 速率为  $-\chi \frac{e^3}{4\pi^2 \hbar^2} E \cdot B$ , 这就是手征反常。看起来电荷竟然不守恒! 实际上考虑一对手征相反的外尔圆锥, 电荷还是守恒的, 施加的电磁场其实是将一种手征的外尔费米子抽取到相反手征的圆锥中去了。这个效应可以在电子输运中造成多种有意思的现象, 其中一个直接的结果就是, 当磁场和电流方向(即电场方向)平行时, 会出现电阻减小, 即负磁阻行为, 且磁电导变化正比于磁场的平方( $B^2$ )。手征反常也会导致反常霍尔效应, 以及手征磁效应(chiral magnetic effect), 非局域电导等等<sup>[5]</sup>。

在理论预言的各种手征反常导致的效应中, 负磁阻由于容易测量, 被广泛研究, 也是目前手征反常的主要实验证据。人们在外尔半金属 TaAs 和三维狄拉克半金属  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ ,  $\text{NaBi}_3$ ,  $\text{ZrTe}_5$ ,  $\text{Cd}_3\text{As}_2$  中都观察到了负磁阻行为<sup>[6-11]</sup>。在三维狄拉克半金属也能观察到手征反常的原因是狄拉克圆锥其实是由一对手征相反的外尔圆锥组成, 而磁场能够将这两个圆锥分开, 于是变为外尔半金属。然而理论物理学家 Das Sarma 等最近提出, 即使在一个普通三维金属中, 在量子极限下(所有电子进入最低朗道能级), 也可以有类似满足  $B^2$  关系的负磁阻行为, 因此不能简单将负磁阻看成是外尔费米子手征反常的证据<sup>[12]</sup>。事实上, 在很多普通材料中, 如  $\text{PdCoO}_2$ 、 $\alpha$ -(BEDT-TTF) $_2\text{I}_3$ , 负磁阻的确被观察到<sup>[13, 14]</sup>。因此科学家们迫切需要找到其他实验证据。

手征反常导致的正磁电导(负磁阻)有  $\frac{e^4 v_0^3 \tau_i B^2}{2\pi^2 \hbar E_F^2}$

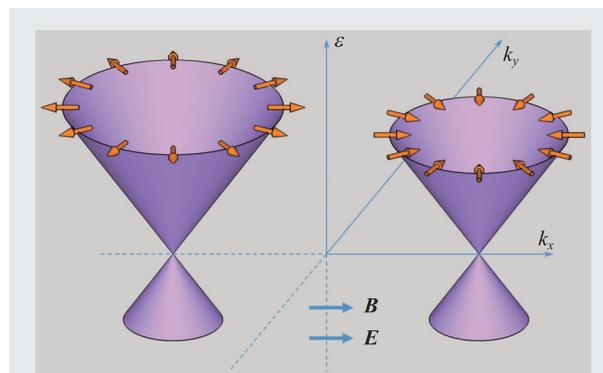


图1 外尔半金属的能带和手征反常(图中有两个手征相反的外尔圆锥, 左边圆锥中电子的自旋和动量方向平行, 右边则反平行; 手征反常是指当施加相互平行的磁场和电场时, 左边圆锥中的电子数目增加, 费米面升高, 而右边则相反)

的形式,  $\tau_i$  为不同手征的外尔圆锥间的散射时间, 可以看到它满足和费米能的平方  $E_F^2$  成反比。如果能够测出磁电导的这个能量关系, 我们就可以给出外尔费米子手征反常更可靠的证据。然而, 改变一个三维材料的费米能, 也即载流子浓度, 并非容易的事。化学掺杂在改变载流子浓度的同时, 也引入缺陷, 会大大增加一对外尔圆锥之间的散射, 消除手征反常的影响。另一个方法是门电压调控, 它适用于二维材料, 但在三维材料中由于屏蔽效应, 无法引入均匀的载流子浓度。

所幸的是, 热电势为我们提供了一个直接测量电导的能量依赖关系的方法。热电势, 也叫塞贝克效应, 是当一个导体两端温度不同时, 会产生一个温度梯度  $\nabla T$  方向的电场  $E$ , 定义为  $S = E / \nabla T$ 。它和载流子在不同能量时的移动能力有关。在一定的近似条件下, 可以通过计算得到莫特关系:  $S = \frac{ek_B T}{\pi} \frac{1}{G} \frac{dG}{dE}$ 。这里  $k_B$  为玻尔兹曼常数,  $G$  为电导。可见热电势与电导关于能量的导数有关, 这正是我们检验手征反常导致的正磁电导的能量关系所需要的工具。

我们选择测量三维狄拉克材料  $\text{Cd}_3\text{As}_2$  的热电势。当施加磁场时, 三维狄拉克费米子可以变为外尔费米子。为了测量仅有一二十微米大小的  $\text{Cd}_3\text{As}_2$  薄片的热电势, 我们采用了微加热器的设

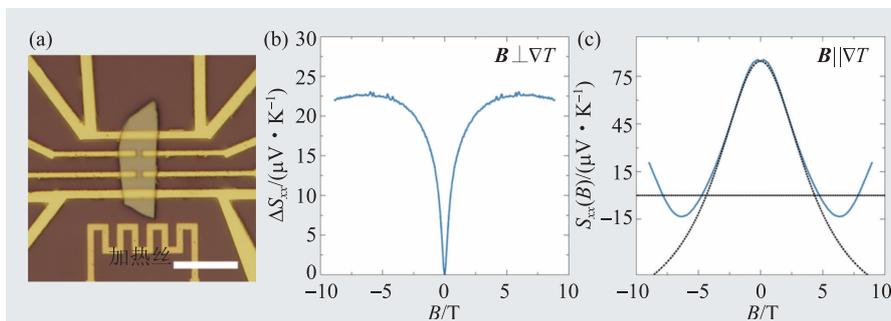


图2  $\text{Cd}_3\text{As}_2$ 的反常热电势 (a)介观样品的热电势测量器件,中心部分不规则形状为 $\text{Cd}_3\text{As}_2$ 薄片样品,下方的白色标尺为 $20\ \mu\text{m}$ ,金色部分为金电极,最下方犬牙状的是加热丝;(b)当磁场垂直于温度梯度方向时,热电势随磁场的变化为 $\Delta S_{xx}$ ,  $T=25\ \text{K}$ ;(c)当磁场平行于温度梯度方向时,热电势随磁场变化的函数为 $S_{xx}(B)$ ,  $T=25\ \text{K}$ ,蓝色为实验数据,黑色为对公式(1)的拟合

计,如图2(a)所示。在样品一端用微加工的方法制备一个加热丝,通电时产生热量,使得样品一端的温度略高,约为几十mK。同时在样品两端制备两条金属线作为电阻温度计,测出样品两端的温度差 $\Delta T$ 。另外这两个金属线也可以作为电极测量样品两端的热电电压 $\Delta V$ ,从而计算出热电势 $S=-\Delta V/\Delta T$ 。

当磁场和温度梯度,也即热电势的电场方向垂直时,热电势表现出普通的正磁热电势行为,如图2(b)所示。但是当磁场平行于温度梯度时,热电势反常地随着磁场的增加而减小,与垂直磁场的行为截然不同。更令人惊奇的是,热电势在高场改变了符号,如图2(c)所示。我们发现这一奇特的磁热电势行为可以完美地用外尔费米子的手征反常来解释。前面提到手征反常导致的正磁电导反比于能量的平方,根据莫特关系,我们知道将产生一项对热电势的负的修正。这正是负磁

热电势的根源。基于这一图像进行推导,可得磁热电势 $S(B)$ 满足

$$\frac{S(B)}{S(B=0)} = \frac{1 - B^2/B_0^2}{1 + B^2/B_0^2}, \quad (1)$$

这里 $B_0$ 和散射时间、量子磁场有关。可以看到,当 $B=B_0$ 时,热电势会出现变号。这个简单的公式和实验数据符合得非常好。因此这一实验结果揭示了外尔费米子奇特的热电势行为,并且

证明手征反常导致的磁电导反比于费米能的平方<sup>[15]</sup>。

热电势还可能用来探测外尔半金属中的轴向引力反常(axial-gravitational anomaly)。这一量子场论预言的现象被猜想和中子星的自转有关系。外尔半金属出现后,理论物理学家提出可以在外尔半金属中用实验验证这一反常行为,然而实验方案涉及到材料的旋转,非常困难<sup>[16, 17]</sup>。最近Sachdev等提出,测量外尔半金属的热电势即可给出轴向引力反常的直接证据,只要满足载流子浓度非常低时电子运动可以用流体力学来描述这一条件<sup>[18]</sup>。简单的探测手段使得在外尔半金属中观测轴向引力反常变得触手可得。未来的研究将集中在获得更低载流子浓度的外尔半金属材料,寻找这一反常现象的热电势证据。

外尔半金属的发现为研究外尔费米子的性质打开了一扇大门。负磁阻现象仅仅是实验研究的一个开始,还有大量奇特的性质等待我们去探索。

## 参考文献

- [1] Wan X G. Phys. Rev. B, 2011, 83:205101
- [2] Weng H M *et al.* Phys. Rev. X, 2015, 5:011029
- [3] Lv B Q *et al.* Phys. Rev. X, 2015, 5:031013
- [4] Xu S Y *et al.* Science, 2015, 349:613
- [5] Hosur P *et al.* C. R. Phys., 2013, 14:857
- [6] Huang X C *et al.* Phys. Rev. X, 2015, 5:031023
- [7] Kim H J *et al.* Phys. Rev. Lett., 2013, 111:246603
- [8] Li C Z *et al.* Nat. Commun., 2015, 6:10137
- [9] Li H *et al.* Nat. Commun., 2016, 7:10301
- [10] Li Q *et al.* Nat Phys, 2016, 12:550
- [11] Xiong J *et al.* Science, 2015, 350:413
- [12] Goswami P *et al.* Phys. Rev. B, 2015, 92:075205
- [13] Kikugawa N *et al.* Nat Commun, 2016, 7:10903
- [14] Tajima N *et al.* Phys. Rev. Lett., 2009, 102:176403
- [15] Jia Z Z *et al.* Nat. Commun., 2016, 7:13013
- [16] Chernodub M N *et al.* Phys. Rev. B, 2014, 89:081407
- [17] Landsteiner K *et al.* Phys. Rev. B, 2014, 89:075124
- [18] Lucas A *et al.* Proc. Natl. Acad. Sci., 2016, 113:9463