

# 物理学咬文嚼字之八十七 何反常之有？

曹则贤<sup>†</sup>

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

2017-05-23 收到

<sup>†</sup> email: zxcao@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20170609

鸟儿为什么要歌唱？因为鸟儿有歌要唱。

——Eric Craig

Nihil sub sole novam.<sup>1)</sup>

——拉丁谚语

**摘要** 物理学探求宇宙的规则，物理学家却热衷于创造 anomaly, abnormality, irregularity, 以及用 extraordinary, unusual, exotic 等词修饰的花哨概念。太阳底下，反常的喧嚣在人不在事。

## 1 Normal 存在

本篇的主题是数理文献中的各种反常。欲说反常，先说正常。关于 norm，此前在本系列之 058 篇已有一些论述，此处只略作补充。

关于空间的认知，需要两点之间距离和两方向之间夹角的确定，这些都需要标准。距离的确定需要直的物件，比如一段树干。芦苇不枝不蔓，是作为长度标准的好选择。由芦苇而来的词，*canon*，希腊语 *κανονας*，如今可是非常严肃的词，见于 *canonical transformation* (正则变换)<sup>[1]</sup>。尺子的拉丁语词为 *regula*，由其衍生出 *regular*, *regularity* 等词。夹角的特例是直角，也是最容易测量的。木匠用的拐尺，矩，拉丁语是 *norma*，这词和希腊语的 *γνώμων* (*gnomon*) 同源。*Gnomon*，本意是知晓者或检测者，指日晷中间的指示物，样子和拐尺差不多(见

文献[2]图3)。*Norma*，英语写法为 *norm*，衍生词包括 *normal*, *normality*, *normalization*, *renormalization*<sup>[2]</sup>。*Normal* 的近义词包括 *usual*, *regular*, *ordinary* 等，反义词包括 *unusual*, *irregular*, *extraordinary*, *exotic*, *abnormal*, *anomalous* 等。后者常被夸张地用来修饰一些现象或者概念，其中尤以 *anomalous* (名词形式为 *anomaly*) 为甚。

*Norm* 为木匠的拐尺，*normal* 的意思就是合乎规矩的、标准的。因此，*école normale*，就是师范学校。著名的巴黎高等师范学校 (*école Normale Supérieure de Paris*) 不光是教书育人的场所，它的老师和毕业生还是知识的创造者。巴黎高等师范学校的毕业生自认是 *normaliens* (高师人，正常人。双关语)，虽然就智商而论他们大体都是另类。

因为拐尺是直角的，*normal* 和 *right* 也算是同义词。比如 *normal*

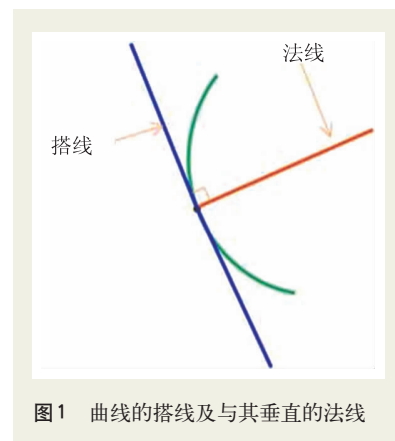


图1 曲线的搭线及与其垂直的法线

*incidence* (垂直入射)，就是入射方向和光学界面垂直，而曲线的 *normal*，汉译法线(则线)，是与曲线的切线 (*tangent* 应该是搭线<sup>[3]</sup>) 垂直的。

*Norm* 的本意到底还是尺子，是用来量长度的。矢量的 *norm*，汉译为模和范，应该是错译，实际上是指矢量的长度。所谓的 *normed vector space* (赋范矢量空间)，是说该空间中的矢量是有长度定义的。如果空间中的两点距离是有定义的，这样的空间是 *metric space*。在量子力学

1) 太阳底下没有新鲜事。也写作 *Nihil novi sub sole*。

中, 状态的波函数是一组力学量之共同本征函数所张的希尔伯特空间中的一个矢量, 且根据几率诠释, 其 norm 应该为 1。把解得的波函数的长度定为 1, 这个过程就是 normalization, 汉译归一化。归一化的说法会落到 1 上, 实际更该关切的是在具体的希尔伯特空间中是如何定义这个长度的。Renormalization 是量子场论里的事情, 是用来消除计算中发生的无穷大的一些方法之统称。这些无穷大源于自能的概念, 那是理论自身的缺陷, 重整化方法有效, 是非常诡异的事情。Renormalization group, 汉译重整化群, 此一相当繁杂的数学方法被用来在不同的空间尺度下考察物理系统的变化, 关切的是尺度变换(下的不变性)。尺度变换不变性虽然是老话题, 但在量子场论的语境中它必然和处理无穷大相关联, 因此更见重要性。费曼, 施温格和朝永振一郎就是因为发展了电荷和质量的重normalization 理论才获得 1965 年度诺贝尔奖的。Renormalization, 涉及的是 scale transformation, 它的意思应该贴近 rescale(重新度量, 用新尺度度量), 译为重正化、重整化都未必合适。重正化、重整化应该是留给 regularization 的译名, 见下。

一个值得一提的 normal 概念是 normal modes, 简正模式。一个振动体系的简正模式是指系统用单一固定频率(natural frequency, resonant

frequency)振动的花样。一般意义下的运动是简正模式的叠加(即矢量的分量表示)。在这里, normal modes 是指它们是独立的, 一模式的振动不会引起另一种模式的出现。其实, 因为自伴随算符或者对称矩阵的特征方向是互相垂直的, normal modes<sup>2)</sup>中的 normal 依然是强调垂直的意思。Normal mode 在某些场合指体系之储能最少的模式, 它也被称为 dominant mode, 此时翻译成正常模式是贴切的。只是, 我们在阅读文献时要注意区分才好。

## 2 Regular & irregular

形容词 regular, 来自拉丁语 regularis, regula. Regula, 与 norma 相近, 原意都是尺子、矩, 因此和 right 相关联。同源动词 regere 有统治、导演等意思。Regularity, 汉译规则, 齐整。Regularity 是数学里随处可见的对数学对象的要求。简单的例子如一条曲线  $\gamma(t)$  是 regular 的, 如果  $\dot{\gamma}(t) \neq 0$ 。Regular curves 可以再参数化为恒速率曲线, 恒速率曲线要么是直线, 要么是圆<sup>[4]</sup>。明白了它为什么被称为 regular 的吧! Regularity, 德语是 Gesetzlichkeit, 中规中矩。中规中矩的反面是 irregularity, 不规则的出现意味着未知因素或道理的存在。Le Verrier 根据冥王星轨道的 irregularity(相较于开普勒第二定律而言)断言海王星的存在

并计算出了其应该出现的位置; 对大不列颠海岸线之 irregularity(不规则性)的研究让曼德尔布罗特发现了分维几何(fractal geometry)。

Regularization 代表通过假设在新尺度上存在未知的物理来控制无穷大的出现的方法, 注意不要混同于 renormalization。把 regularization 译成重整化而把 renormalization 译成重正化的方案, 说不好是解决了还是加重了这两者混淆的问题。用重整化、重正化翻译 regularization 都挺合适, 问题出在对 renormalization 的翻译错误上。再强调一遍, norma, 拐尺、矩, 首先是(测量长度的)尺子。

## 3 Ordinary & extraordinary

类似 normal/abnormal 和 regular/irregular 的一对儿词是 ordinary/extraordinary。Ordinary, 普通的、寻常的, 其本意是按顺序的。将 extraordinary 用于一些概念前可能有强调不按正常顺序的意思, 近于 exceptional, 出格的。比如说, 平方反比作用力下的两体问题之四维转动对称球就具有 extraordinary 拓扑, 因为四维的转动对称球可以分解为一对三维转动对称球。就这一点来说, 它是 exceptional 的, 其它维度的转动都不能分解为低维度空间中的转动。

Ordinary 和 extraordinary 联袂修饰一个物理概念出现在光学领域。材料的折射率依赖于光的传播方向和极化的现象, 称为 birefringence, 非立方晶系的晶体常常具有这样的性质。具有 birefringence 性质的晶体会引起双折射(double refraction)现象。Birefringence 和 double refraction

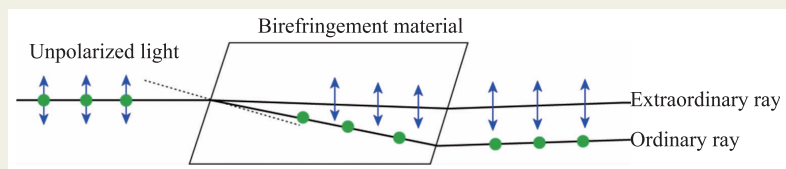


图2 一束非偏振光通过双折射晶体后会分成两束, 分别被标记为 ordinary 和 extraordinary

2) 音乐术语中, Normal modes 又称为 harmonics, overtones. 译法很乱, 此处不讨论。

都被汉译为双折射，如何表达出它们的区别真让人头疼。对于单轴晶体，偏振垂直于入射平面的折射光被称为是 ordinary ray，寻常光，其方向可以用一个单一的折射率  $n_o$  描述。而另一束，extraordinary ray，非常光，其方向由一个介于  $n_o$  和较大的  $n_e$  之间的折射率所决定(图2)。Extraordinary 那一束的不同寻常之处在于它是 inhomogeneous wave，其能流和传播方向不一致。而双轴晶体的折射行为由对应晶体三个主轴的三个折射率所表征，其中两种偏振都是 extraordinary 的。双轴晶体存在两个光轴，沿着此方向上的光其群速度不依赖于偏振。Ordinary ray，寻常光束，extraordinary ray，非寻常光束，中文文献有时候就简称为 o-光和 e-光。

Ordinary 有官定的意思，在德语中 ordentlicher Professor (Professor ordinaries, ordinary professor) 是有教席的教授，而 außerordentlicher Professor (Professor extraordinarius, extraordinary professor) 是无教席教授或者编外教授。Extraordinary 是指秩序之外的，low-ranked，千万不要把 extraordinary professor 望文生义理解为杰出教授。

## 4 形形色色的反常

形容词 abnormal 和名词 abnormality，字面意思就是偏离 norm，汉译有异常、反常、不规则、畸形等。物理学中有太多的概念被冠以反常的名头，但使用的是形容词 anomalous 和名词 anomaly。Anomalous, an+homalos，意思是 not the same，大意是说和已知的或预期不一样，没有汉语的反常那么咋咋呼

呼。物理学家大概最能够接受“存在的就是合理的”这样的信条的，当 anomalous 被洋人用来标记某个物理现象时，可能就是为了表现一点因发现其有点 not the same 而带来的惊讶。名声响亮的反常现象有不少，现择取一二略论。

### 4.1 反常塞曼效应

将发光体置于电场或磁场之中，原子谱线会发生分裂，前者被称为斯塔克效应，而后者被称为塞曼效应，由荷兰科学家 Peter Zeeman 于 1897 年发现。按照洛伦兹的经典电子理论，电子能级在磁场下会发生均匀分裂，因此两能级间跃迁的能量只有  $E_0 + \mu_B B$ ， $E_0$ ， $E_0 - \mu_B B$  三种可能，谱线分裂为三条，此为正常塞曼效应(normal Zeeman effect)。然而，存在变成偶数条的谱线分裂(果然 not the same)，这随即被命名为反常塞曼效应(anomalous Zeeman effect)。其实，觉得偶数条谱线分裂 not the same 是由于那时还不知道电子存在自旋这个量子数的缘故。正常塞曼效应对应仅涉及单态 singlet state 的情形，它才是例外。塞曼效应的意义之一在于证明了洛伦兹关于磁场下所发的光为偏振光的预言。

### 4.2 反常霍尔效应

给一块材料通电流  $j_x$ ，在垂直方向上加磁场  $B_z$ ，则在与这两个物理量都垂直的方向上会测到一个电压，此现象由霍尔(Edwin Hall)于 1879 年发现。可以定义霍尔系数  $R_H = \frac{E_y}{j_x B_z}$ ，这是一个依赖于载流子特性的材料性质。霍尔效应的一大特性是可以区分相向而行的正的和

负的载流子。关于霍尔效应，一个常见的误会是空穴不过是相反方向运动的电子(的等价物)，因此电子和空穴的霍尔系数的符号是一样的，其实却并非如此。能区分正负载流子，是霍尔测量的意义所在。

不同于在一般金属、半导体之类材料中的霍尔效应，铁磁材料(或者磁场下的顺磁材料)的霍尔电阻还包含一项依赖于材料磁化状态的且更大的贡献，这就是反常霍尔效应(anomalous Hall effect 或者 extraordinary Hall effect)。尽管已是人尽皆知的现象，反常霍尔效应在各类材料中的具体起源仍有争论。

低温下的二维量子气，其霍尔电导是量子化的， $\sigma = \nu e^2/h$ ，其中的系数  $\nu$  为 filling factor，取值为整数或者一些分数如  $1/3$ ， $2/5$ ， $3/7$ ， $2/3$ ， $3/5$ ， $1/5$ ， $2/9$ ， $3/13$ ， $5/2$ ， $12/5$ ，……等等，此之谓量子霍尔效应。相应地，量子反常霍尔效应指量子化的无需外加磁场就能实现的霍尔效应。量子反常霍尔效应能揭示多电子体系的拓扑结构。

### 4.3 电子的反常磁矩

一个转动的电荷，其产生的磁矩为  $\mu = g\mu_B L$ ，其中  $L$  是角动量， $\mu_B$ ，玻尔磁子，是一个常数，而  $g$  就是个比例系数。根据狄拉克方程，电子自旋角动量为  $\hbar/2$ ，则旋磁比  $g=2$ 。实际测量到的电子自旋造成的磁矩表明  $g \sim 2.00231930436182 \pm (2.6 \times 10^{-13})$ ，比 2 多了点儿。这个微小的修正被当作电子的反常磁矩(anomalous magnetic dipole moment of the electron)。据说量子电动力学将这个小的修正归结于电子同虚光子之间的相互作用从而精确地预言了  $g$  值<sup>3)</sup>。

3) 我不太相信什么测量和理论精确符合到小数点后面十几位的说法。没那么准确，也没必要那么准确。

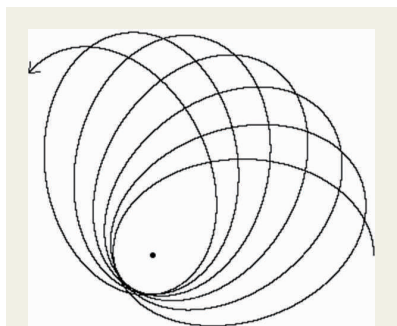


图3 行星的近日点进动

#### 4.4 水星的反常近日点进动

开普勒第一定律断言行星的轨道是一个椭圆，那是个粗略的近似。行星的轨道并不是闭合的，其近日点会有一些移动，称为 perihelion advance(图3)。水星的反常近日点进动是科学史上的重要问题，注意这里的反常不是指存在这样的进动，而是说进动的尺度有点大( $\sim 5601''$ /百年，相对于地球)，即比基于已知行星(们)之存在用牛顿力学计算的结果要大约  $43''$ /百年。多种方案被提出来解释这个反常，除了再引入更多的其它天体，还包括牛顿引力定律以外的引力定律选择(an alteration of Newton's law of gravitation)。后来，爱因斯坦的广义相对论解释了这个反常进动，无需引入任何莫名其妙的因素(fudge factors)，这算是爱因斯坦理论正确

的证据之一<sup>[5]</sup>。不过，别的方案也还没有被完全放弃。

#### 4.5 全身反常的水

说到反常，水表现出诸多反常性质，比如一般见到的冰(固体水)会浮在水面上；水的表面比体内致密；液态水可在很低温度下存在且加热会凝固；热水可能比冷水结冰快，等等。这些所谓的性质反常，只是表明水和别的液体不太相同而已。考虑到氢离子的特殊性以及水的团簇结构，这些反常就显得正常多了。其实，放到更大的物理参数空间，反常的比重会降低很多。比如冰会浮在水面上，指的只是  $I_h$  相的冰而已，其它已确立的十多种冰相可是都比水沉的。

#### 4.6 反常色散

人们熟知的正常色散关系(normal dispersion)是折射率随频率的增加而增大，这发生在材料没有强烈光吸收的频率范围。当发生强烈光吸收时，折射率可能会随着频率的增加而减小，此谓之反常色散(anomalous dispersion)。类似的所谓反常物理现象，基本上都是些鸡毛蒜皮的小事。反常说得多了，还会出现 anomalous normal state 这样的表述<sup>[6]</sup>。顺便说一句。Exotic 出现在

exotic differentiable structures on Euclidean 4-dimensional space 中的 exotic 也会被汉译为反常的、怪异的。它的本意是外来的(因此显得有点不一样)，试比较 une plante exotique (外来植物)和 une plante indigène(本地植物)。

## 5 结语

物理概念中的 abnormal, irregular, extraordinary, anomalous 是相对于已知或预期而言的，当放到更大的层面上去看，或者未知的因素被找到，或者被用更正确的理论来理解，那些曾经的反常现象都变得非常自然合理。有时，反常可能是人为带入的，都不能算是物理现象的一部分。规范理论计算若对边界条件的规范依赖处理不当会带来一些“反常”，如何避免这类反常竟然成了规范理论分类的指标，也算一件趣闻。如果说从前的物理学家构造那么多反常概念是因为眼皮子浅的话，今天再遇到新现象就立马以反常加以渲染就未必合适了，毕竟太阳底下无新鲜事。存在就是合理的，物理的世界里没有反常。希腊语的物理，φυσική，就是自然 φύσις，所谓“物理即自然”(《盐井》)，这道理杜甫老师都懂。

## 参考文献

- [1] 曹则贤. 物理学咬文嚼字之十四: 正经正典与正则. 物理, 2008, 37(8): 611
- [2] 曹则贤. 物理学咬文嚼字之五十八: Norm and Gauge. 物理, 2013, 42(11): 815
- [3] 曹则贤. 物理学咬文嚼字之三十二: 切呀切. 物理, 2010, 39(11): 203
- [4] Pressley A. Elementary differential geometry. 2<sup>nd</sup> edition. Springer, 2012
- [5] Pais A. Subtle is the Lord. Oxford University Press, 1982. pp. 253—254
- [6] Broun D M. What lies beneath the dome? Nature Physics, 2008, 4 (3): 167