

物理学咬文嚼字之八十九

Parity

曹则贤[†]

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

2017-07-29收到

[†] email: zxcao@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20170810

The exception proves the rule¹⁾.

——John Wilson

你军阶太低，跟我不对等。

——《亮剑》

摘要 Parity在物理文献中被译为宇称，“宇”字是强加的，在数学中parity就被简单地译为奇偶性。Parity反映的是某种对等关系，parity symmetry是物理学的一个信条，parity breaking的发现带有革命性的戏剧色彩。生物学意义的parity另有词源。

1 Parity 这个字

宇称守恒，以及弱相互作用中的宇称不守恒，是非常高冷的概念。这里的宇称，对应英文名词parity，其词干为par²⁾。Par本身可以用作名词、动词和形容词，源自拉丁语的paritas，本意是equal，相等。容易想到同源的part，作为部分的意思应该还保留等分的意味，见解释part: any of several **equal** portions。Par，在短语如on a par及on a par with中，有势均力敌、可以比肩、对等的意思，如women were on a par(妇女能顶半边天)。Par，由持平、对等的意思又引申出标准的意思，但是是那种不多的人能够做到而鲜有人能超越的基准(few regularly meet and very few

beat)，见于高尔夫术语a par-three hole(三杆洞)，a course of par value of 72(72杆赛)，等等。显然，on par, above par, 达到或超越的不是一般的平均水平。Parity可用于各种情景，但总不失其相等的本意，on parity with, have parity with都强调双方具有同等的地位、能力、价值、作用等。Pay parity意思是同工同酬，而不同货币之间的1:1兑换率也是parity。

注意，parity一词也出现在生物学语境中，意思是生育次数(the number of times a female has given birth)。不过，此处的parity，和我们熟悉的parent(父或母之一方，强调其为生育者的角色)一词一样，来自拉丁语动词parere，其本意是to bring forth, bear, to give birth to(生育、造成)。把parent和同源词

prepare(准备)放在一起就好理解了。Parere在现代英语中的形容词词根形式为parous，见于oviparous(卵生的)，multiparous(多胞胎的)，等等。

2 数学中的parity

Parity出现在诸多数学问题中。谈论一个整数的parity，就是关切它是奇数还是偶数。在格点结构(lattice)中，若每个点的坐标由一组整数表示，则点的奇偶性可由其坐标值之和的奇偶性来确定。国际象棋的棋盘就把其上的方块按照奇偶性分成两类，马的走法总要求奇偶性的改变，而两只象则只能分别落在具有不同parity的方块内。据信，面心立方点阵可表示为每个格点的坐标之和都是偶性的(even)^[1]。

同排列(permutation)相联系的

1) 例外是对规则的证明。一个典型的例子是俄语语法，每一个规则都存在大量的例外。

2) Par在法语中是介词，大约等于英语的by，如par avion即是英语的by air。这个用法也见于英语，如par excellence即是by the way of excellence，优秀的，多放在被修饰的名字之后。

parity, 称为 parity of a permutation. 给定一个集合 X , 它的一个(变动了元素顺序的)排列为 σ , 则根据反演数 N_σ (number of inversion, or number of transposition), 即通过对调相邻元素的位置恢复集合 X 所需的步数, 的奇偶性, 可以把排列分为 even permutation 和 odd permutation 的, 而 parity 在英文中也干脆被解释为 “oddness or evenness”. 可以给排列 σ 赋予符号 (sign), 定为 $(-1)^{N_\sigma}$. 可见, parity 为偶时, 符号是 +1, 而 parity 为奇时, 符号是 -1, 故此德语文献中还保留 positive Parität 和 negative Parität 的说法. 注意, parity 出现的地方有反演 (inversion, 逆操作) 的身影. 进一步地, 可引出 parity of a function (函数奇偶性) 的概念. 若 $f(-x)=f(x)$, 则称为偶函数, 典型的有 $\cos x$; 若 $f(-x)=-f(x)$, 则称为奇函数, 典型的有 $\sin x$. 用余弦函数和正弦函数作为基展开函数, 即作傅里叶展开, 可以想见一个偶函数的展开只包含余弦函数, 而奇函数的展开则只包含正弦函数.

在数学文献中, parity 就被汉译为奇偶性. 这是一个不错的译法, 虽然采用这个译法去谈论 evenness or oddness of parity 可能有点怪怪的. 奇偶性是乘法传递的.

3 物理中的 parity

物理是用数学的语言表述的, parity 的概念自然会通过数、函数、操作的概念进入物理学领域. 在中文物理学文献中, parity 被译成了宇称, 其中的 “宇” 字, 如同 adiabatic

之汉译绝热中的 “热” 字, 都是额外强加的 (可能是为了和 T , time inversion, 相并列), 都为相关问题的理解和表述带来了极大的困扰, 至少它为同数学文献的一致性带来了麻烦.

函数的奇偶性可以用来区分一些物理量. 比如, 若将坐标原点选在电荷 Q 上, 则其势函数满足 $V(-\vec{r})=V(\vec{r})$, 是偶宇称的, 而电场强度满足 $\vec{E}(-\vec{r})=-\vec{E}(\vec{r})$, 是奇宇称的. 如果采用德语 positive Parität 和 negative Parität 的说法, 字面上的意义就特别清楚, 那就是说 “在正的意义上相等” 和 “在负的意义上的相等”. 注意, 此处 parity 和坐标原点的选取有关, 若把原点选在别的地方就没这个 parity 问题了.

Parity symmetry (这个词组译成宇称似乎更合适) 作为一个物理学概念比函数的奇偶性具有更多的内容. 对于一个物理空间中的位置矢量, 若要求在操作 P 下矢量的模不变, 则必须有 $PP^T=1$, 即操作对应的矩阵应该是正交矩阵, 矩阵值 (determinant) 应为 +1 或 -1. 转动操作对应的矩阵, 其矩阵值为 1; 根据转动操作下的行为, 经典物理对象可以分为标量 (scalar)、矢量 (vector) 和高阶张量 (可统称为张量, tensor. 标量和矢量即是 0-阶和 1-阶张量). 三维空间中的镜面反射以及空间反演 (inversion de l'espace), 对应 $(x, y, z) \mapsto (x, y, -z)$ 和 $(x, y, z) \mapsto (-x, -y, -z)$ 的操作³⁾, 其相应的矩阵的值为 -1. 讨论在这种操作下的等同问题就是在谈论 parity symmetry. 在谈论 parity symmetry 的文献中会遇到 mirror

image (镜像, räumlichen Spiegelung) 以及 inversion of space, 就和上述两种情形有关. 一般来说, 谈论 parity symmetry 时关切的是 $(x, y, z) \mapsto (-x, -y, -z)$ 带来的问题. 加入 parity 以后, 物理量可以扩展. 比如, 转动下不变的量, $P=+1$ 的是标量; $P=-1$ 的则是赝标量 (pseudoscalar); 转动下按照矢量进行变换的, 若 $P=-1$, 那是矢量; $P=+1$ 则是赝矢量 (pseudovector). 经典力学中的能量、质量等是 scalar, 速度、动量、电场强度、电位移等是 vector, 而角动量 L 和电磁学的 B, H, M 等量则是 pseudovector⁴⁾, 有文献称为 axial vector (轴矢量).

1924 年, O. Laporte 根据奇偶性给原子的波函数分类, 并且发现当原子从一个状态跃迁到另一个状态发射一个光子时, 波函数的奇偶性就改变. 若认定光子具有内禀奇偶性, Laporte 的发现就可以表述为宇称守恒 (conservation of parity, 奇偶性不变!)^[2]. 在谈论波函数时, 汉语表述是这样的: 函数 $\psi(x)=\psi(-x)$ 具有偶宇称, 而 $\psi(x)=-\psi(-x)$ 具有奇宇称. 其实, 波函数也不过是函数, 这里谈论的不过是函数的奇偶性.

在处理比如氢分子这种两中心的问题时, 会有 permutation 操作 P (或者也用希腊字母 π, Π 表示), $P\psi(r_1, r_2)=\psi(r_2, r_1)$. 由于 $PP=1$, 显然其本征值只能是 +1 和 -1. 这容易让人想起 parity 问题. 实际上, 调换两粒子的坐标就是对两粒子相对位置矢量的反演, $\vec{r}=\vec{r}_1-\vec{r}_2 \mapsto -\vec{r}$ —— 本来就有 parity of permutation 的说法.

3) 操作 $(x, y, z) \mapsto (-x, -y, z)$ 等价于转动操作, 其所对应的矩阵, 值为 +1.

4) 由于 E, D 和 B, H 性质的不同, 形式上不对称的麦克斯韦方程组才具有高对称性. 添加所谓的磁荷或磁单极使得麦克斯韦方程组具有 apparent 对称形式, 没有得出任何有意义的结果.

在量子力学中，量子态既可以根据张量也可以根据旋量(spinor)的规则变换。量子力学意义下的操作，要求宇称变换(parity transformation), P , 是个关于状态函数的么正操作，即 $P\psi(r) = e^{i\theta^2}\psi(-r)$ 。则有 $P^2\psi(r) = e^{i\theta}\psi(r)$ ，也就是说算符 P^2 是内禀的对称性操作，其为本征态 $\psi(r)$ 带来相位角 $e^{i\theta}$ 。如果 $e^{i\theta}$ 是某个连续对称群 $U(1)$ 的元素，则 $e^{-i\theta^2}$ 也是该群的元素，则总可以引入新的宇称变换 $P' = e^{-i\theta^2}P$ ，使得 P' 的本征值为 $+1$ 和 -1 。因为 $PP=1$, parity symmetry 构成了阿贝尔群 Z_2 。在量子场论中，若要求量子电动力学是宇称变换不变的(invariant under parity), 则要求湮灭算符满足如下变换 $\Pi a(\vec{p}, \pm)\Pi^\dagger = -a(-\vec{p}, \pm)$, 这里用 Π 表示宇称变换, \vec{p} 是光子动量, 而 \pm 代表两个极化态。这个要求实际上是说光子具有奇的内禀宇称(奇的内禀奇偶性)。相应地, 标量场具有偶的内禀宇称。在 P 作用下, 对自旋为 $1/2$ 的费米场, 有 $P\psi(r, t)P^{-1} = e^{i\theta}\gamma_4\psi(-r, t)$ 。

4 Parity Breaking

对称性在物理学中具有举足轻重的地位。从动量守恒、角动量守恒等尚称朴素的规律, 人们进而提出“物理学定律在平动和转动变换下是不变的”。这个变换下不变的思

想进一步地扩展到了宇称守恒——宇称守恒涉及左、右对称性⁵⁾。人们想当然地以为在物理学的各种相互作用中, parity symmetry 都能得到保证。麦克斯韦方程组就是宇称变化下不变的。宇称守恒一直是一个在所有分析中不言而喻的假设。然而, 直觉的不靠谱(fallibility of intuitions)又一次教训了人们, 在弱相互作用中 parity symmetry is broken。

1955年粒子物理学界在为所谓的 $\theta-\tau$ puzzle 所困扰。简言之, 人们发现 θ^+ 衰变成两 π 介子 ($\theta^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$) 而 τ^+ 衰变成三 π 介子 ($\tau^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$)⁶⁾。此前的1954年, π 介子的 parity 已被确定为负或奇的。但是, 所谓的 θ -粒子和 τ -粒子, 基于角动量和能量守恒对衰变产物的分析认为它们是不同的, 但其质量和寿命却几乎完全一样。摆脱这一困境的方法之一是假设宇称不守恒, 从而把它们看作是同一种粒子(如今被称为 K 介子)的两种衰变模式。1956年, 李政道先生和杨振宁先生合作发表了一篇文章³⁾, 探讨了弱相互作用中宇称不守恒的思想, 并建议了一系列可能验证此一思想的实验方案, 包括测量极化原子核的 β -衰变中出射电子的角分布以及 Λ^0 介子衰变的研究。1957年1月吴健雄研究组通过测量极化的 ^{60}Co 原子核 β -衰变(图1)的电子角分布, 确认出射电子 θ 同

$180^\circ - \theta$ 范围内的分布是不对称的(角 θ 是母核取向与电子动量之间的夹角), 从而为宇称不守恒提供了无可争辩的证据⁴⁾。此后很快在 $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$ 衰变级联中和 Λ^0 介子衰变中, 宇称不守恒都得到了证实⁵⁾。“八个月后, 宇称不守恒就成了老生常谈”, 当年年底, 李、杨获得诺贝尔物理学奖⁷⁾。

5 CPT theorem

宇称 P 涉及 inversion of space, 容易想到它同时间反演 T 会有联系。还有人想到了它同电荷共轭(charge conjugation, $Q \rightarrow -Q$; 用 charge 的首字母 C 表示)之间的关系。1956年夏, 李政道先生接到 R. Oehme 的一封信, 指出: 在一定限制下, 要求电荷共轭和时间反演, 就意味着 P 必须守恒。李政道先生认识到⁶⁾, 在任何相对论局域场论中, CPT 总是守恒的, 这被称为 CPT 定理⁸⁾, 当然是一项极为重要的定理。李政道先生讨论 CPT ⁹⁾ 对称性的手稿(图2), 曾被选为 *Physics*

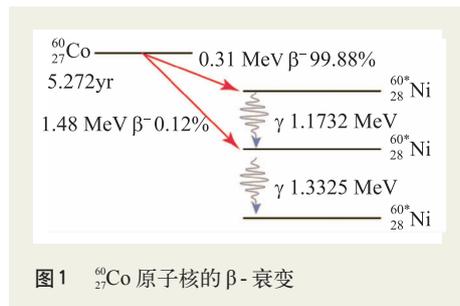


图1 ^{60}Co 原子核的 β -衰变

5) 1848年, 法国科学家 Louis Pasteur 发现了一类化合物, 同一种物质存在能将偏振光向左和向右旋转的两种形式。这类化合物被称为 isomer(equal+part), 字面意思是具有相同组成单元, 汉译异构体。Isomers 的两种形式互为镜像, 具有手性。手性分子被称为 optical isomers 或者 enantiomers(in+anti+part), 后者的意思是其中存在相反的单元。Isomers 在化学合成过程表现出左右对称性。

6) 1947年 Cecil F. Powell 从宇宙射线造成的云室径迹中辨认出了 π 介子(也写成 π 介子)。 π 介子在弱相互作用被引入物理学的过程中扮演重要的角色。

7) 李、杨两位先生获诺奖时的国籍记录是 cine(中国), 但是, 那无论如何只是美国物理学教育的成就。

8) CPT 定理在文献中被称为 Lüders—Pauli theorem, 最先出现在 Julian Schwinger 1951 年的文章中。

9) 李政道先生在回忆当年给别人讲解 CPT 定理时, “有一种奇怪的感觉, 似乎在以前不同的场合, 我曾听到过我讲的话。”然后, 他模糊地记起曾听泡利讲过 CPT 定理。李先生感叹: “从此以后, 我总是要求自己听完我不完全理解的讲座, 希望它以后某一时刻可能对我有所启发。”噢, 我在拙著《量子力学-少年版》序言中写道“把一本看不懂的书看完是一个大学者的基本素养”, 看来是有道理的。

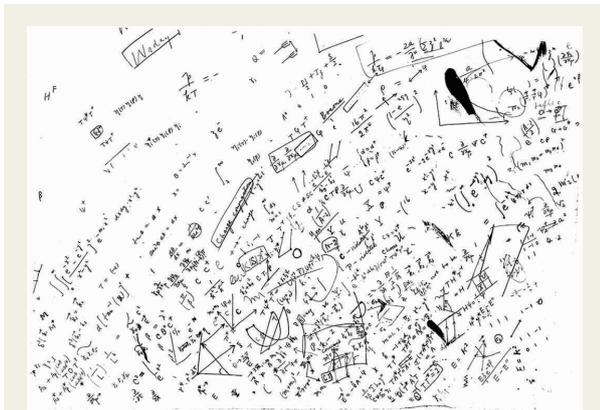


图2 李政道先生1956年夏的手迹，其中可见CPT字样

Today 杂志1957年第12期的封面。弱相互作用宇称不守恒的发现，促使人们检验 C 、 P 、 T 对称性之复合是否守恒的问题。已证实在 K^0 -和 B -介子的衰变过程中， CP 复合对称性是破坏的。

6 结语

对称性的概念为物理学研究提供了一个非常有力的工具。Parity symmetry 在量子力学和粒子物理中的角色无疑地证明了这一点。其实，在固体点群中，它也一样占据半边天的地位，只不过那里它的名字一直是 inversion。关于 symmetry breaking 或者 symmetry violation 的说法，有必要矫情两句。谈论 symmetry breaking 或者 symmetry violation,

那要假设这个对称是存在的。但是，显然我们在谈论弱相互作用中宇称破坏时，弱相互作用并没有一个 parity symmetry 等着 broken or violated，而是电磁、强相互作用中有的 parity symmetry 而弱相互作用没有而已——

There is not a broken parity symmetry, it is simply absent. 以大体对称加上一点非对称项的拉格朗日量或者波函数描述弱相互作用，那只是我们关于物理描述的选择而已。

对称性破缺在1980年代是普遍性的常识，在1950年代前却是禁忌。质疑空间反转、电荷共轭和时间反演对称的正确性，是不可想象的；而做实验去检验这些对称性，简直是亵渎神灵^[5]。这反映的是一个有趣的现象。人们通常相信宇称守恒，并不问其正确性的可能限度。其实，反过来想，并没有先验的理由认为存在这样的对称性。物理学中的其它信条，可能也有类似的问题。

宇称不守恒的发现是物理学界一代人的成果(李政道语)^[5]。Mel

Schwarz 就指出“正如许多伟大的思想一样，关于弱相互作用中宇称不守恒的想法，到处冒出来大约已有一年时间。不是李也不是杨首先提出这一问题，事情的关键是下一步怎们办。”^[5]类似的说法，罗素也曾表述过，大意为“一个伟大的思想总是模模糊糊地同时出现在同时代许多人的脑海里，并在某人的脑海中率先结晶出来。”李、杨1956年文章的重要性，在于明确了接受宇称不守恒思想的意愿，以及具体指出了到哪里及如何验证宇称不守恒。

Parity 是对等、相匹敌的意思。在物理学中，parity 是 space~inversed space 之间的对称性。愚以为把 parity symmetry 理解成左右对称性容易造成误导。三维空间中只 reverse 一个方向的操作才是左右互换的 mirror reflection。研究 parity symmetry and its breaking 问题的合作者，其洞察力和解决问题的能力，或者说其作为伟大物理学家的资质，显然也是相匹敌的。但是，parity symmetry 遇到文章排名这种缺乏 translational ordering 的现实，必然会引起 symmetry breaking，这或许是物理的宿命吧！学习过如何将点群扩展成空间群的人应该能更深刻地理解这一点。

注1 所谓的 Otto Laporte 1924 年对原子波函数按照奇偶性分类的说法出现在许多文献中。但是，波函数应该是1926年薛定谔波动方程出现以后才应该有的概念。这有点诡异，容慢慢参详。

参考文献

- [1] Conway J H, Sloane N. J. A. Sphere packings, lattices and groups (Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften 290). 3rd ed. Springer-Verlag, 1999. p. 10
- [2] Yang C N. The law of parity conservation and other symmetry laws of physics. Nobel Lectures Physics: 1942—1962, 1964
- [3] Lee T D, Yang C N. Question of parity conservation in weak interactions. Phys. Rev., 1956, 104:254
- [4] Wu C S *et al.* Experimental test of parity conservation in beta decay. Phys. Rev., 1957, 105: 1413
- [5] 中国高等科学技术中心编. 宇称不守恒思想突破的产生. 上海科学技术出版社, 2009
- [6] Lee T D. Broken parity. In: Feinberg G (ed.). T. D. Lee selected papers, vol. 3. Birkhaeuser, 1986