

# 二维声学系统中的拓扑相变及边界传输

张志旺 程 营<sup>†</sup> 刘晓峻<sup>††</sup>

(南京大学 物理学院 人工微结构科学与技术协同创新中心 南京 210093)

2017-07-17 收到

<sup>†</sup> email: chengying@nju.edu.cn

<sup>††</sup> email: liuxiaojun@nju.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20171004

## Topological phase transition and edge states in two-dimensional acoustic systems

ZHANG Zhi-Wang CHENG Ying<sup>†</sup> LIU Xiao-Jun<sup>††</sup>

(Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures, Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

**摘 要** 拓扑声学的发现产生了一种可以有效抑制反射的声学边界传输态, 不仅让人们重新认识了声传输现象, 也扩展了声学新原理功能器件的研究领域。文章将介绍二维系统中拓扑声学的基本概念以及一些拓扑非平庸体系。主要关注利用背景流体构造的声类量子霍尔效应, 利用共振耦合环形波导构造 Floquet 拓扑绝缘体, 声类量子自旋霍尔效应以及声谷霍尔效应等。

**关键词** 狄拉克锥, 声拓扑绝缘体, 声子晶体, 声学赝自旋态, 拓扑保护声传输

**Abstract** The discovery of topological acoustics has revolutionized the fundamental concepts of sound propagation, giving rise to strikingly unconventional acoustic edge modes immune to scattering. In this review we introduce the concept of topological acoustics and several topologically nontrivial states in two-dimensional acoustic systems. We mainly focus on the phononic quantum Hall effects based on circulating flow, Floquet topological insulators based on coupled resonator ring waveguides, phononic topological insulators mimicking quantum spin Hall effects and the phononic valley Hall effects.

**Keywords** Dirac cone, acoustic topological insulators, phononic crystal, acoustic pseudo-spin states, topologically protected sound transmission

## 1 引言

拓扑学(topology)是数学的分支, 主要研究几何图形或空间在连续改变形状后还能保持不变的一些性质, 比如拉伸、褶皱和弯曲, 但不撕裂或粘合, 重要的拓扑性质包括连通性和紧致性。通过分析空间、维度以及变换等概念, 拓扑学发展成为几何学和集合论的研究领域。Leonhard Euler 提出的柯尼斯堡七桥问题和多面体公式可以说是这个领域的第一个定理, 代表拓扑学的诞生。虽然拓扑空间的概念在 20 世纪初被提出, 但早在 19

世纪 Johann Benedict Listing 就已提出拓扑学这一术语。到 20 世纪中期, 拓扑学已经成为数学的一个重要分支。拓扑学的概念也逐渐被引申到其他学科领域, 比如在生物学中通过纽结理论研究酶对 DNA 的影响; 在计算机科学中运用几何拓扑学中的方法进行拓扑数据分析; 在物理学中, 凝聚态物理、量子场论和物理宇宙学等领域都运用了拓扑学的概念。

拓扑学在凝聚态物理中的应用可以追溯到 20 世纪。1960 年, Thouless 和 Kosterlitz 两位科学家理论推导出在实空间二维超流/超导体中涡旋运

动的理论模型,他们发现随着温度的变化,在这种体系中存在着一种由相位无序到“准长程序”的特殊相变(Kosterlitz—Thouless相变),这种相变是涡旋游离态到束缚态转变所导致的。之后人们发现,除了实空间,在倒空间(动量空间)中也存在着丰富和美妙的拓扑结构。1980年, Von Klitzing在低温强磁场下发现整数量子霍尔效应<sup>[1]</sup>。1982年, Thouless等人提出了电子态波函数的拓扑分类,发现了TKNN不变量,即陈数(Chern number)<sup>[2]</sup>,利用这一整数,可以对所有的二维绝缘体态进行分类。在那个时期,人们在二维电子气在强磁场下形成的量子霍尔效应系统这一人造体系中实现了具有非零陈数的物质态,而具有非零陈数的天然晶体材料,只能在时间反演对称性破缺(具有自发磁性)的系统中寻找。2005年 Kane/Mele 和 Bernevig/张首晟分别基于石墨烯和特殊应力场下的半导体量子阱,几乎同时提出了用自旋陈数(spin Chern number)来描述的自旋霍尔效应体系(或拓扑绝缘体)<sup>[3, 4]</sup>,这种具有时间反演不变的二维绝缘体可以分为奇偶两类,数学上叫做 $Z_2$ 分类,其中奇数类具有被时间反演对称保护的狄拉克型边界态,而偶数类则没有这种受保护的边界态。

量子霍尔效应<sup>[1, 5]</sup>、量子自旋霍尔效应<sup>[3, 4]</sup>和拓扑绝缘体<sup>[6-9]</sup>的发现彻底改变了人们对凝聚态物理的认知,也激发了人们对其他领域拓扑现象的研究。近几十年来,光子/声子晶体<sup>[10, 11]</sup>以及光/声超构材料<sup>[12-18]</sup>的概念被提出,从而实现了对传统波更有效的操控,比如可以实现光/声零密度材料、超透射现象、隐身斗篷以及聚焦等功能。同时,超构材料的发现也为光/声拓扑相的研究奠定了基础。首先,在光学领域,人们通过旋磁光子晶体<sup>[19-22]</sup>、双各向异性超构材料<sup>[23, 24]</sup>以及耦合光波导<sup>[25-27]</sup>等方法在二维空间实现拓扑相变。由于声波方程和光波方程的相似性,使得声学拓扑相的研究成为近年来的研究热点,声学拓扑保护边界态传输可以较好抑制背向散射,并且对缺陷有着很强的鲁棒性,使得其在声通信、噪声控制以及声、电集成中有着巨大的应用前景。本文将主要讨论声学拓扑态及其相关问题,介绍近年来二

维声学系统中的类量子霍尔效应、Floquet拓扑绝缘体、类量子自旋霍尔效应以及类谷霍尔效应的相关工作。

## 2 声学类量子霍尔效应

实现类量子霍尔效应需要打破T对称性(时间反演对称性),光学中可以通过外加磁场等方法实现,但是对于缺少磁场并且只有纵波模式的声波而言,如何破缺T或者如何构建等效磁场是亟待解决的问题。2014年, Romain Fleury等人提出了一种利用环形流速场打破时间反演对称性的方法<sup>[28]</sup>,并构建了声学隔离器,这一发现为实现声学类量子霍尔效应提供了可能。2015年 Zhaojun Yang等人(同年还有其他两个研究组)在二维声学系统中利用背景流速场等效于磁场<sup>[29-31]</sup>,并构造了受拓扑保护的单向边界传输态。该研究小组从可以形成狄拉克简并点的三角晶格出发,在每一个单元外围( $r_1 < r < r_2$ )施加相同库艾特(Couette)流场,如图1(a)所示,流速 $v_\theta$ 满足: $v_\theta = -\left[\Omega r_1^2 / (r_2^2 - r_1^2)\right]r + \left[\Omega r_2^2 / (r_2^2 - r_1^2)\right](1/r)$ ,其中 $r$ 从单元中心测量。假设可以忽略黏性和热流,声波主方程满足:

$$\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \nabla \phi - (\partial_t + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \frac{1}{c^2} (\partial_t + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \phi = 0$$

$$(\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_\theta, r_1 < r < r_2; \mathbf{v}_0 = 0, r > r_2), \quad (1)$$

其中 $\rho$ 是流体的密度, $c$ 是声速, $\mathbf{v}_0$ 是背景流速。在坐标变换 $\Psi = \sqrt{\rho} \phi$ 下,(1)式可写为如下形式:

$$\left[ (\nabla - i \mathbf{A}_{\text{eff}})^2 + V(x, y) \right] \Psi = 0, \quad (2)$$

其中有效矢势 $\mathbf{A}_{\text{eff}} = -\frac{\omega \mathbf{v}_0(x, y)}{c^2}$ ,标量势 $V(x, y) = -\frac{1}{4} |\nabla \ln \rho|^2 - \frac{1}{2} \nabla^2 \ln \rho + \frac{\omega^2}{c^2}$ 。由环形流速场产生的有效矢势可以产生等效磁场 $\mathbf{B}_{\text{eff}} = \nabla \times \mathbf{A}_{\text{eff}}$ 。如图1(b)所示,由于加入流速后的等效磁场导致的时间反演对称性的破缺,能带图中原本在第一布里渊区(Brillouin zone)边界产生的狄拉克锥被打开,产生带隙。通过计算贝利联络(Berry connection)和陈数:

$$\mathcal{A}_n = i \langle \phi_{nk} | \nabla_k | \phi_{nk} \rangle,$$

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \iint (dk_a \wedge dk_b) \nabla_k \times \mathcal{A}_n, \quad (3)$$

可以得到图 1(b)所示的两条能带的陈数为 +1 和 -1, 根据“体态—边界对应”原理, 对于一个基于这种三角晶格的有限声子晶体而言, 这两条能带之间的带隙中将存在单向的声拓扑边界态。如图 1(c)所示, 当流速  $\Omega = 2\pi \times 400$  rad/s 时, 在一维声子晶体 ( $y$  方向 20 个单元,  $x$  方向无限) 带隙中形成群速度方向相反的单向传输边界态, 分别对应于上、下边界。如图 1(d)所示, 进一步构造  $34 \times 14$  的有限大声子晶体, 在上方边界入射声波, 频率  $\omega_0 = 0.577 \times 2\pi c/a$ , 声波将沿边界单方向传输。由于不存在背向传输边界态, 缺陷将不会引起背向散射, 因此在边界上引入空腔、弯曲路径等缺陷(图 1(d))都不会影响声波的单向传输, 可以保证较高的传输效率。

但是, 这种拓扑结构需要同步协调所有单元周围的流速场并保证具有相同流速, 并且本身具有的损耗和噪声使得在实验以及实际应用中很难实现以及操控。

### 3 声学 Floquet 拓扑绝缘体

加入背景流速场打破时间反演对称性从而构建类量子霍尔效应的方法带来的固有损耗和噪声使得其在应用上受到限制, 为了解决这一问题, 2016 年, Romain Fleury 等人提出了在六方晶格中进行时间和空间调制的方法, 并构建了声学 Floquet 拓扑绝缘体<sup>[32]</sup>。这种理论模型是基于格点旋转的慢调制, 优势在于晶格间不需要均一的相位。如图 2(a)所示, 在六方晶格的每个格点上有一个三聚物, 可以等效为 3 个声容  $C_0 = \beta_0 V_0$ , 因此由 3 个空腔组成的三聚物可以等效为 LC 共振回路。为了打破时间反演对称性构造拓扑非平庸特性, 可以用一个时间相关的局域势

$\Delta C_m(t) = \delta C \cos(\omega_m t - \varphi_m)$  来调制每个空腔的声容, 调制强度为  $\delta C/C_0$ , 频率为  $f_m = \omega_m/2\pi$ , 相位  $\varphi_m$  依赖于每一个子腔  $m$ , 所以这种调制给每一个三聚物施加了一个等效自旋, 从而打破时间反演对称性(图 2(b))。如图 2(c)所示, 弱的时空调制将对声子晶体的能带结构产生影响。没有调制的情况下, 将在 22 kHz 附近产生 4 条传输能带, 分别对应于群速度趋于零的能带和快狄拉克能带, 由于晶体的时间反演对称性和组合的时空反演对称性, 这 4 条能带将在  $\Gamma$  和  $K$  点简并。进一步研究发现, 当引入调制  $\delta C/C_0 = 6\%$ ,  $f_m = 2$  kHz 时, 能带将沿频率轴向以  $\omega_m$  为周期平移, 并且在  $\Gamma$  和  $K$  点的简并态被打开, 打开的大小和调制强度有关。利用时间相关的紧束缚态模型的等效哈密顿量, 这个六角晶格的哈密顿量可以被改写为

$$\hat{H}(t) = \sum_m \hat{\epsilon}_m(t) |m\rangle \langle m| + \sum_{m,n} (\hat{J}|n\rangle \langle m| + \hat{J}^\dagger |m\rangle \langle n|), \quad (4)$$

其中  $|m\rangle = |m_1, m_2, m_3\rangle$  对应于构成六角晶格格点的 3 个声腔。在系统的每一个周期  $t = nT$  引入频闪演化算符  $\hat{U}(t) = T \exp[-i \int_0^t \hat{H}(t) dt]$ , 时间相关的等效哈密顿量可以写为  $\hat{H}_{\text{eff}} = \frac{i}{T} \log \hat{U}(T)$ , 再利用

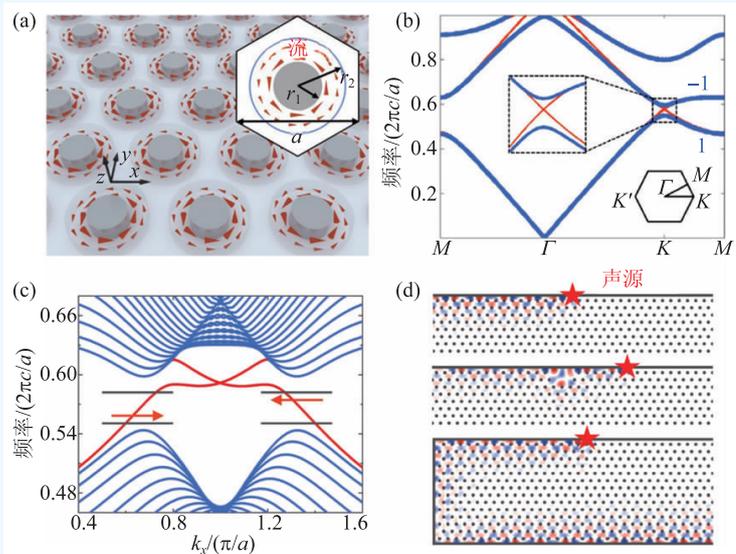


图 1 (a)背景流速场下的二维三角晶格; (b)无流速场(红色曲线,  $\Omega = 2\pi \times 0$  rad/s)和有流速场(蓝色曲线,  $\Omega = 2\pi \times 400$  rad/s)下声子晶体的能带结构; (c)一维声子晶体能带结构, 红色曲线表示拓扑边界态, 蓝色曲线表示体态; (d)边界分别无缺陷、有空腔和有弯曲 3 种情况下的声压分布

等效哈密顿量的本征态  $|p_n\rangle$  和贝利联络  $\mathcal{A} = -i\langle p_n | \partial_{k_i} | p_n \rangle$  得到陈数  $C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{\text{BZ}} (\partial_{k_x} \mathcal{A}_y - \partial_{k_y} \mathcal{A}_x) d^2k$ , 4 条能带分别为  $C_n = \{1, 0, 0, -1\}$ , 可以发现当施加调制时系统从平庸态转换为非平庸态。进一步研究发现, 这样的经过时空调制的声子晶体存在拓扑保护的边界态传输现象。

虽然声学 Floquet 拓扑绝缘体理论模型已经被提出, 但是实验上实现周期性的含时调制有一定的难度, 所以在实际应用中, 更需要不含时的 Floquet 拓扑态。2016 年 Yugui Peng 等人提出了一种用超构材料波导间的耦合模型构建声学 Floquet 拓扑绝缘体的方法, 并进行了实验验证<sup>[33]</sup>。如图 2(d) 所示, 这种二维晶格的一个单元是由一个位于中心的晶格环和四周 4 个耦合环组成, 每个环是由亚波长尺寸的空气—金属层周期排列构成的超材料波导环(图 2(e)), 这种结构的等效折射率为

$$n_{\text{eff}} = \sqrt{\left(1 - \frac{t}{p}\right)^2 \tan^2\left(\frac{w\omega}{2c_{\text{air}}}\right) + n_{\text{air}}^2}, \quad (5)$$

其中  $t, w$  为金属板的厚度和宽度,  $p$  为结构的周期,  $\omega = 2\pi f$  表示声波的角频率。声波在晶格环中的传输方向被定义为赝自旋, 即顺时针为赝自旋向上, 逆时针为赝自旋向下, 人为设计晶体的

结构可以构造支持赝自旋轨道耦合的拓扑边界传输态。通过计算由这种单元构成的半无限大的晶体的能带结构, 发现在带隙中产生了单向拓扑边界态, 如图 2(f)—(i) 所示, 进一步通过有限元仿真和实验验证了这种赝自旋—轨道耦合拓扑边界态, 需要注意的是在此类模型中, 两种声学赝自旋态是完全解耦的, 所以这种拓扑态的缺陷免疫特性仅限于自旋不反转的情况, 需要较高的加工精度。这种超构材料声波导也可以用一些基于水声环耦合模型<sup>[34]</sup>或者空气声环耦合模型<sup>[35]</sup>来代替, 实现二维声学系统的 Floquet 拓扑绝缘体。

### 4 声学类量子自旋霍尔效应

电子的自旋—轨道耦合带来了许多引人入胜的现象和重要的应用, 包括拓扑绝缘体和自旋电子学。我们都知道, 电子是费米子, 而光子/声子是玻色子, 声波和电子本质上的不同导致自旋自由度在声学系统里的缺失。虽然我们可以通过外加流速场和耦合声波导等方法构造声学赝自旋(pseudospin), 进而构建声学拓扑态, 但是这些方法中严苛的外界条件、精细的工业加工要求和庞大的尺寸限制了在实际中的应用。

2017 年, 南京大学刘晓峻教授课题组在理论上提出了在无流速背景的超材料声子晶体中构造声学赝自旋偶极子和四极子模式, 并实现可调控声波拓扑传输的普遍性理论方法<sup>[36]</sup>。首先, 如图 3(a) 所示, 对蜂窝状晶格声子晶体的初基原胞旋转 30° 并放大, 使得蜂窝状晶格变为由 6 个单元组成的超元胞构成的三角晶格, 再通过能

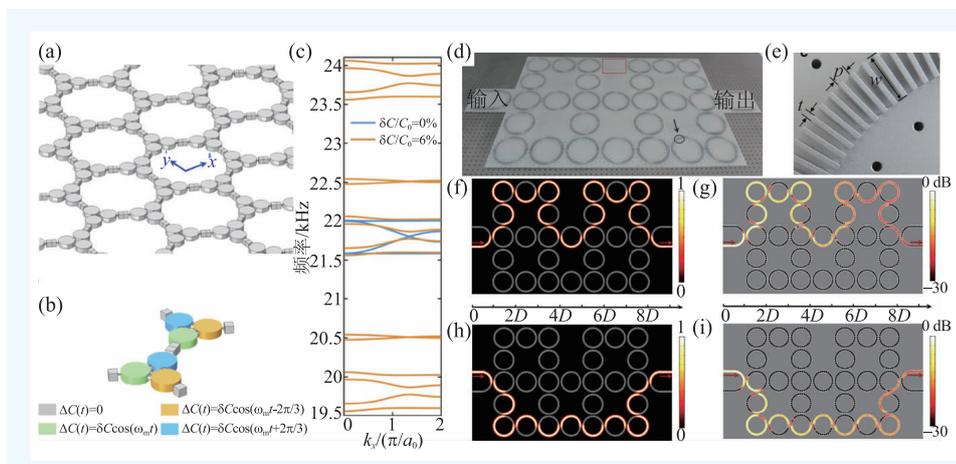


图 2 (a)由声学三聚物形成的六角晶格, 灰色材料为硅橡胶; (b)六角晶格的初基原胞, 给每个空腔的声容  $C = C_0 + \Delta C(t)$  施加一个旋转形式的时间周期性调制, 频率为  $\omega_m$ , 调制幅度为  $\delta C$ , 可以在晶体中产生一种手性; (c)施加时间调制前(蓝色曲线)后(橙色曲线)的能带结构对比; (d)二维耦合超材料环状晶格的结构图; (e)空气—金属结构的细节放大图; (f, g)赝自旋向上边界态传输的声场幅值的仿真和实验结果; (h, i)赝自旋向下边界态传输的声场幅值的仿真和实验结果, 相邻两个晶格环的距离为  $2D$

带折叠理论形成双狄拉克锥(图3(b))。这个系统中, 赝时间反演对称性来自于声子晶体的对称性, 赝时间反演算符满足<sup>[37]</sup>:

$$T=UK=-i\sigma_y\mathcal{K},$$

$$U=[D_{E_1}(C_6)+D_{E_1}(C_6^2)]/\sqrt{3}=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=-i\sigma_y, \quad (6)$$

其中,  $D_{E_1}(C_6)$  和  $D_{E_1}(C_6^2)$  代表  $C_6$  旋转对称性下  $60^\circ$  和  $120^\circ$  的旋转操作,  $\sigma_y$  是泡利(Pauli)矩阵,  $\mathcal{K}$  是复共轭算符, 所以在这种声子晶体中满足  $T^2=-1$  的赝时间反演保护性质。然后, 在保持所有单元不变的情况下仅依靠收缩或者扩大超元胞内各单元的间距( $R$ ), 可以打破双狄拉克锥形成带隙。研究发现, 在带隙附近的声压场分布呈现出类似于电子  $p/d$  轨道的对称形式, 而平均声强沿顺时针或逆时针转动, 即产生了区别于传统声学多极子模式的有效声学赝自旋偶极子和四极子。根据经典声学理论, 传统的声学多极子模式中, 声波能量以固定方向向外辐射, 无法形成旋转声场, 声

子晶体中形成的这种赝自旋多极子为二维声学系统新奇现象的进一步探索提供了可能。研究进一步发现, 收缩超元胞内单元时, 赝自旋偶极子模式(声压  $p$  对称分布)频率位于赝自旋四极子模式(声压  $d$  对称分布)之下, 与传统声学理论一致; 而扩大超元胞内单元间距时赝自旋偶极子模式频率跃居赝自旋四极子模式之上。同时, 在这个声学系统中, 通过贝利曲率计算  $Z_2$  拓扑不变量, 即陈数可以简化为<sup>[36, 38]</sup>:

$$C_{\pm}=\pm\frac{1}{2}[\text{sgn}(M)+\text{sgn}(B)], \quad M=\frac{\varepsilon_d-\varepsilon_p}{2}, \quad (7)$$

其中  $B$  来自于二阶微扰项, 为负值,  $\varepsilon_p/\varepsilon_d$  对应于声压  $p/d$  对称分布时的本征态。根据理论分析, 缩小超元胞单元间距时,  $M>0$ , 所以陈数  $C_{\pm}=0$ , 带隙为平庸态(trivial); 扩大超元胞单元间距时,  $M<0$ , 所以陈数  $C_{\pm}=\pm 1$ , 带隙为非平庸态(nontrivial)。总的来说, 如图3(c, d)所示, 由小到大地改变超元胞内单元间距, 能带发生了反转, 拓扑态经历

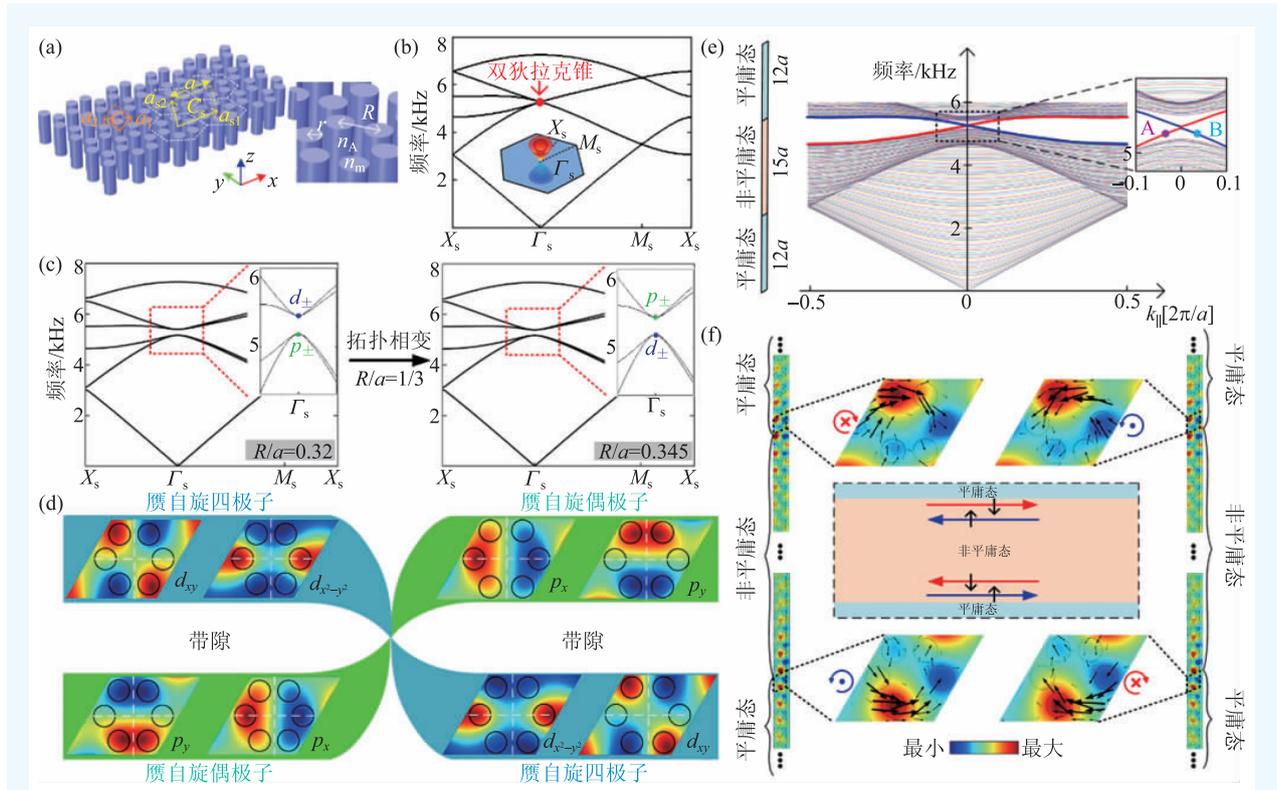


图3 (a)由包含6单元的超元胞( $R/a=1/3$ )组成的三角晶格; (b)通过能带折叠理论得出的能带结构; (c)通过收缩和扩大超元胞内单元间距打破双狄拉克锥形成带隙; (d) $p/d$ 轨道反转, 即能带发生反转; (e)一维带状声子晶体结构及其能带结构; (f)拓扑边界态声压及声强场分布

了一个从平庸态到非平庸态的变化。

在这个拓扑体系中，两个简并的布洛赫态之间的模式杂化形成了赝自旋向上和赝自旋向下。如图3(e, f)所示，在平庸态和非平庸态声子晶体之间的边界上可以形成声赝自旋与传输轨道相耦合的声拓扑边界态，成功地在二维声学系统中构建了类量子自旋霍尔效应，赝自旋态和声传输路径的耦合形成了类似电子体系中经典的“ $4=2+2$ ”轨道：自旋向下态在上边界向右传播，在下边界向左传播；自旋向上态在上边界向左传播，在下边界向右传播。经研究发现，在拓扑带隙中，同频率或者不同频率的两种赝自旋态之间的边界态传输不会形成干扰，通过调节超元胞内单元的间距可以实现可调控的、任意形状的拓扑边界，这非常有利于多变的实际应用。同时，这种拓扑保护边界态拥有背向散射抑制能力以及很好的鲁棒性，拓扑边界上的空腔、无序排列以及弯曲等缺陷不仅不会引起背向散射，而且不会改变

边界声传输的自旋态。这种产生声学赝自旋多极子模式的普遍性方法还可以进一步推广到“气—液”、“固—液”、“固—气”等多种基本的声学体系中。南京大学卢明辉、陈延峰研究小组也在 $C_{6v}$ 对称性声子晶体中发现了由于偶然简并在布里渊区中心形成的双狄拉克锥<sup>[39]</sup>，这不同于上文提到的能带折叠理论。通过调节占空比可以实现 $p/d$ 对称的能带反转，并且为了研究声拓扑边界态的手征传播特性，设计了一种“x”型的分路器模型。使得赝自旋向上和赝自旋向下的声波具有完全不同的入口和出口通道，因而在空间上分离出赝自旋向上和向下的两类声子。同时，他们通过实验验证了这种类量子自旋霍尔效应的声拓扑绝缘体的鲁棒性单向传输。

## 5 声谷态输运

众所周知，电子具有两个内禀自由度，即电荷和自旋。除了这两个自由度，固体材料还有谷自由度 (valley degree of freedom)，而谷就是指能带结构中的极值点，不仅在常规半导体材料中广泛出现，也存在于当下热门的二维晶体中，如石墨烯、二硫化钼等。谷自由度的定义与电子的自旋自由度类似，所以谷自由度也被称作赝自旋，并且利用谷自由度进行信息处理具有信息不易丢失、处理速度快、能耗小、集成度高、传输距离远等优点。

2016年，武汉大学刘正猷研究小组将电子系统中谷态的概念引入到二维声子晶体中，并且在具有不同谷霍尔相的两种声子晶体之间的边界上发现拓扑边界态声传

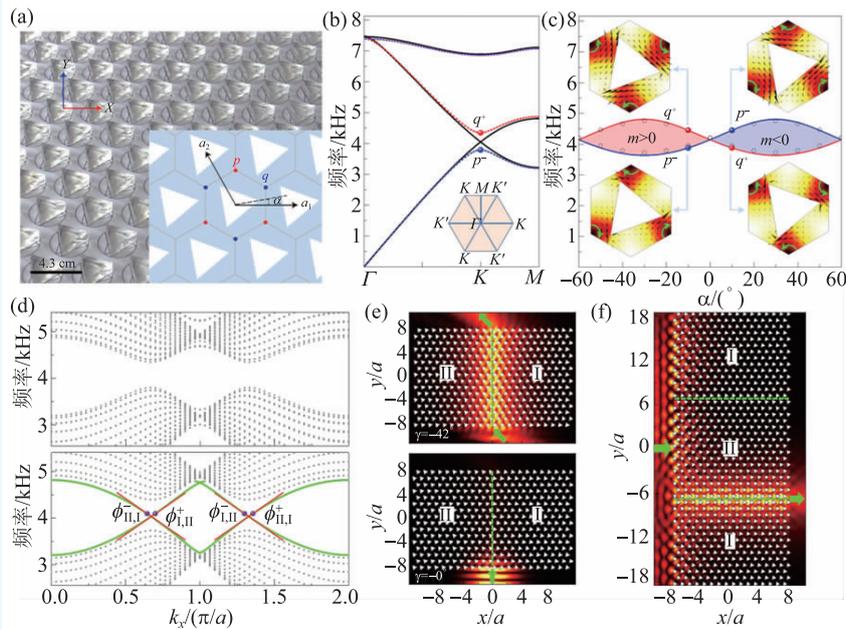


图4 (a)由在三角晶格点位置的正三角形散射体构造的声子晶体；(b)散射体的旋转角 $\alpha=0^\circ$  (黑色线条)和 $\alpha=-10^\circ$  (彩色线条)情况下的色散曲线；(c)谷态频率随散射体转角的变化，插图为 $\alpha=\pm 10^\circ$ 时的谷态场分布；(d)上图为转角 $\alpha=10^\circ$ 和 $50^\circ$ 的散射体构成的声子晶体的能带结构图，下图为转角 $\alpha=-10^\circ$ 和 $10^\circ$ 的散射体构成的声子晶体的能带结构图，说明不同谷霍尔相之间的边界上支持拓扑边界态传输；边界态的(e)宇称选择性激发和(f)动量选择性激发

输<sup>[40, 41]</sup>。如图4(a)所示,可旋转的正三角形散射体排列成三角晶格,背景媒质为空气,晶格常数为 $a$ , $\alpha$ 为旋转角,其中 $p$ 和 $q$ 代表流体基中两个不等价的晶格中心。可以看出,当旋转角为 $\alpha=0^\circ$ 时,声子晶体具有 $C_3$ 对称性,能带结构中将在第一布里渊区 $K$ 和 $K'$ 点形成狄拉克锥。当旋转角度发生偏转时( $-60^\circ < \alpha < 60^\circ$ ),正三角形散射体和晶格的镜面对称性失配,能带结构中的狄拉克锥打开形成带隙,在带隙两边形成一对极值点,也就是谷态,如图4(b)所示。由于 $K$ 和 $K'$ 点之间可以通过时间反演操作转换,所以可以主要研究 $K$ 点谷态对应的声压场和声强场分布。研究发现,类似于电子体系的谷态,声谷态也具备手征性,在散射体之间形成了声涡旋场。如图4(c)所示,如果用+、-标记涡旋的逆、顺时针旋转方向, $p$ 、 $q$ 标记产生涡旋的位置,那么当 $\alpha < 0$ 时,能带上方谷态为 $q^+$ ,下方谷态为 $p^-$ ;当 $\alpha > 0$ 时,能带上方谷态为 $p^-$ ,下方谷态为 $q^+$ 。说明旋转散射体的过程中,能带经历了打开—闭合—打开的过程,并且谷的涡旋特征在经过旋转角 $\alpha=0^\circ$ 时发生了交换,类似于电子体系,这里的谷赝自旋反转意味着发生了谷霍尔相变。

这个系统中的声谷霍尔相变可以用一个 $\alpha$ 依赖的连续哈密顿量来描述,此哈密顿量可以通过 $k \cdot P$ 微扰理论推导得到,其基矢空间由简并时谷赝自旋态 $(\psi_p^0, \psi_q^0)$ 张成,哈密顿量形式为 $\delta H = v_D \delta k_x \sigma_x + v_D \delta k_y \sigma_y + m v_D^2 \sigma_z$ 。其中, $v_D$ 是 $\alpha=0^\circ$ 形成狄拉克锥时的狄拉克速度, $\delta k$ 是动量空间中偏离 $K$ 点的动量, $\sigma_i$ 为泡利矩阵,等效质量定义为 $m = (\omega_q - \omega_p) / 2v_D^2$ , $\omega_q / \omega_p$ 对应谷赝自旋 $q^+ / p^-$ 的特征频率,所以不同的谷霍尔相可以由有效质量的符号来表示。类似于石墨烯体系,可以通过

哈密顿量 $\delta H$ 得到非平庸的贝利曲率 $\Omega(\delta k) = \frac{1}{2} m v_D (\delta k^2 + m^2 v_D^2)^{-3/2}$ ,在布里渊区内对其积分可以得到非零拓扑电荷 $C_K = \text{sgn}(m) / 2$ 。对于一个位于不同谷霍尔绝缘体之间的边界态,两侧的拓扑荷的变化是量子化的( $|\Delta C_K| = 1$ ),也就意味着会产生手性的边界传输态。比如,由晶体的对称性可知, $\alpha = -10^\circ$ , $\alpha = 10^\circ$ 和 $\alpha = 50^\circ$ 的声子晶体的能带结构是相同的,但是在 $\alpha = -10^\circ$ 和 $\alpha = 10^\circ$ 两种不同谷霍尔相声子晶体之间的边界上,由于发生了等效质量的反转,所以可以在带隙内产生一对谷手征的边界传输态,如图4(d)所示。然而 $\alpha = 10^\circ$ 和 $\alpha = 50^\circ$ 两种声子晶体由于没有发生等效质量反转,所以拥有相同的谷霍尔相,在带隙中没有产生拓扑边界态。研究发现,拓扑谷霍尔边界态本质上源自单个谷的物理性质,这包含两重含义:边界态色散曲线来自于独立的谷投影;波函数由相同谷的简并基矢态线性叠加构成。谷间退耦合导致了很多有趣的边界输运现象,比如边界态的宇称/动量选择性激发,以及边界态的抗反射效应等。

## 6 结束语

近几年来,二维声学系统中的拓扑效应的快速发展使得拓扑声学这个研究领域成为研究热点,三维空间中的拓扑声学的理论模型也被提出<sup>[42, 43]</sup>。构建具有更宽频带边界态的可调控声学拓扑绝缘体还需要进一步研究,从应用角度考虑,科学家们也将进一步研究基于不同拓扑性质的声学器件,比如声隐身、声信号单向无损耗传输以及噪声控制,这些有望对军事、医学以及工业产生巨大的影响。

## 参考文献

[1] Klitzing K V, Dorda G, Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, 45: 494  
 [2] Thouless D J *et al.* Phys. Rev. Lett., 1982, 49: 405  
 [3] Kane C L, Mele E J. Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 226801  
 [4] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C. Science, 2006, 314: 1757

[5] Laughlin R B. Phys. Rev. Lett., 1983, 50: 1395  
 [6] Hasan M Z, Kane C L. Rev. Mod. Phys., 2010, 82: 3045  
 [7] Hsieh D *et al.* Nature, 2008, 452: 970  
 [8] Yu R *et al.* Science, 2010, 329: 61

- [9] Qi X L, Zhang S C. *Rev. Mod. Phys.*, 2011, 83:1057
- [10] Yablonovitch E. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58:2059
- [11] Kushwaha M S *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 71:2022
- [12] Liang Z, Li J. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 108:114301
- [13] Christensen J, de Abajo F J G. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 108:124301
- [14] Cheng Y *et al.* *Nat. Mater.*, 2015, 14:1013
- [15] Liang B *et al.* *Nat. Mater.*, 2010, 9:989
- [16] Cheng Y *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2008, 92:151913
- [17] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J. *Phys. Rev. B*, 2008, 77:045134
- [18] Tian Y *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2017, 110:191901
- [19] Haldane F D M, Raghu S. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 100:013904
- [20] Wang Z *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 100:013905
- [21] Wang Z *et al.* *Nature*, 2009, 461:772
- [22] Fang K, Yu Z, Fan S. *Nat. Photon.*, 2012, 6:782
- [23] Khanikaev A B *et al.* *Nat. Mater.*, 2013, 12:233
- [24] Ma T *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 114:127401
- [25] Liang G Q, Chong Y D. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 110:203904
- [26] Hafezi M *et al.* *Nat. Phys.*, 2011, 7:907
- [27] Hafezi M *et al.* *Nat. Photon.*, 2013, 7:1001
- [28] Fleury R *et al.* *Science*, 2014, 343:516
- [29] Yang Z *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 114:114301
- [30] Khanikaev A B *et al.* *Nat. Commun.*, 2015, 6:8260
- [31] Ni X *et al.* *New J. Phys.*, 2015, 17:053016
- [32] Fleury R, Khanikaev A B, Alu A. *Nat. Commun.*, 2016, 7:11744
- [33] Peng Y G *et al.* 2016, 7:13368
- [34] He C *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2016, 108:031904
- [35] Wei Q *et al.* *Phys. Rev. B*, 2017, 95:9
- [36] Zhang Z *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2017, 118:084303
- [37] Wu L H *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 114:223901
- [38] Mei J, Chen Z, Wu Y. *Sci. Rep.*, 2016, 6:32752
- [39] He C *et al.* *Nat. Phys.*, 2016, 12:1124
- [40] Lu J *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116:093901
- [41] Lu J *et al.* *Nat. Phys.*, 2017, 13:369
- [42] Xiao M *et al.* *Nat. Phys.*, 2015, 11:920
- [43] Yang Z, Zhang B. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 117:224301

## 量子力学的宇宙测试

银河系中两颗恒星的光被用来测试量子物理学的一个开放漏洞。

量子力学预言，两个粒子可以如此紧密地绞合(纠缠)，以至于测量前者的状态似乎立即影响后者的状态，无论两粒子相距多远。2015年，主流科学家通过同时关闭两个(质疑)漏洞(地域性漏洞和单光子计数检测漏洞)，敲定了这个“间距作用”(action-at-a-distance)预言。但另有一个漏洞保持微开：一些未知的外部影响可能会更改指向预定结果的实验设置。现在研究人员已经着手关闭这个漏洞，通过使用来自银河系的星光准备随机测量设置。



### 物理新闻和动态

间距作用即非定域性，已通过贝尔测试验证，方法通常是测量相隔一定距离的两个纠缠光子的偏振态。实验的设计和执行中遇到的问题，可能会影响结果，但2015年的一批实验已经消除了上述可能性。然而，是否有一些其他目前还不知道的外部因素，操控实验设置或为纠缠粒子通风报信(针对如何设置偏振态)。为了检验这种可能性，来自麻省理工学院的David Kaiser和来自维也纳量子光学和量子信息研究所的Anton Zeilinger以及同事们，使用“宇宙设置发生器”(cosmic setting generators)取代基于激光的量子随机数发生器，来派发实验设置；前者作为宇宙设置发生器，使用来自恒星的星光，它保持设定值不可预测。

实验团队完成的实验，其结果与非定域性一致，排除了外界的控制。他们使用的恒星，最近的一颗，其星光来到地球至少要600年。任何试图操控这个实验结果的人，都必须在光子离开恒星之前采取行动。研究人员表示，来自更加遥远星系的光或来自宇宙微波背景辐射的光，可以进一步延展上述600年的时间周期。

(戴闻 编译自 *Physics*, February 7, 2017)