

声学 Mie 共振及其应用

李锦超 张进 程营[†] 刘晓峻^{††}

(南京大学物理学院 人工微结构科学与技术协同创新中心 南京 210093)

2017-09-19收到

[†] email: chengying@nju.edu.cn

^{††} email: liuxiaojun@nju.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20171103

Acoustic Mie resonance and its applications

LI Jin-Chao ZHANG Jin CHENG Ying[†] LIU Xiao-Jun^{††}

(Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures, Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

摘要 Mie共振是基于Mie散射理论的共振散射现象,起源于单极、偶极、四极、八极和更高的多极振子所引起的辐射叠加。近年来,人工产生的声学Mie共振得到了越来越多的关注。由于声学Mie共振具有多种共振模式,基于Mie共振的声学超构材料体现出许多独特的声学特性,有望被应用到低频声波强反射、负折射、彩虹俘获、指向性声辐射、超常声波透射等众多领域当中。

关键词 Mie共振, 负折射, 低频声波强反射, 声彩虹俘获, 指向性, 超常声波透射

Abstract Mie resonance, based on Mie scattering, is a phenomenon that is caused by the superposition of monopolar, dipolar, quadrupolar, octupolar and higher multipolar modes of radiation. In recent years, artificial acoustic Mie resonances have received growing attention. Acoustic metamaterials based on the Mie resonance exhibit many unique properties because the resonances have a variety of modes. These materials have been applied to many fields such as low-frequency acoustic reflection, negative refraction, rainbow trapping, directivity, and extraordinary acoustic transmission.

Keywords Mie resonance, negative refraction, low-frequency acoustic reflection, rainbow trapping, directivity, extraordinary acoustic transmission

1 引言

近年来,利用超构材料的新奇声波调控取得了很大的科研进展,利用超常规的声学特异效应发展新型声学原型器件也备受关注。人们通过构造具有特殊功能的基本单元来模拟分子对波场的响应,在亚波长尺度实现了对声波的有序调制并获得特异声学性能。然而由于传统超构材料存在损耗高、结构复杂、特异性质有限等不足,声学超构材料的设计仍然存在许多挑战,以微单元尺寸结构有效调控大波长低频声波更是声学研究中

的难题。声学Mie共振由于具有超强的声波相互作用,可以克服惯性共振的局限,突破传统声学尺度等方面的限制,为声场调控和新型声学功能器件的设计提供了新的思维模式。

自从Mie共振现象被发现和认识以来,Mie共振成为研究电磁波和机械波的重要部分,并在物理和工程领域得到了广泛的应用。在电磁学中,电介质纳米颗粒的Mie共振为电磁共振的产生提供了新的机制,也为电磁超材料的构建开辟了一条简单却通用的途径^[1-11]。同时,Mie共振在声学方面也取得了很大的研究进展,主要包括低

频声波强反射^[12]、负折射^[13]、彩虹俘获^[14]、指向性^[15, 16]及超常声波透射^[17]等方面。

2 Mie 共振的原理

Mie 共振是基于 Mie 散射理论的共振散射现象。在电磁学中, Mie 理论假定大颗粒的散射光是由于颗粒中电子的偶极、四极、八极和更高的电子多极振子所引起的光辐射叠加, 是通过 Maxwell 方程得到的关于任意大小球形颗粒对电磁辐射的解。如果散射不是刚性的, 且具有很强的共振特性, 那么散射就要受到共振的影响, 从而产生 Mie 共振。Mie 共振的理论最早由 Guimaraes 提出^[18], 基于 Mie 散射和共振散射理论, 在所有类型的 Mie 交叉区域, 强烈的共振会产生一种变化迅速的类周期波动的复杂模式, 这种模式敏感地依赖于其他参量, 显示了类混沌特征。均匀、线性弹性介质的声波波动方程为

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu\nabla \times \nabla \times \mathbf{u} + \rho\omega^2 \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

其中, λ 和 μ 分别为介质的 Lamé 常数, ρ 为介质密度。在处理球(柱)体散射单元的声散射问题时, 我们可以采用多重散射法。多重散射法的基本思想是, 入射到某一散射体的声波等于外部入射及来自其他散射体的散射波之和, 然后利用这一散射体的散射矩阵获得单层散射体的声学系数, 包括透射、反射及吸收系数。在球坐标系下, 波动方程的通解为各阶球向量波的线性叠加^[19]:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_{l m \sigma} [a_{l m \sigma} \mathbf{J}_{l m \sigma}(\mathbf{r}) + b_{l m \sigma} \mathbf{H}_{l m \sigma}(\mathbf{r})], \quad (2)$$

上式中 σ 的取值为 1, 2, 3, 分别对应于纵波模式和两个横波模式。 $\mathbf{J}_{l m \sigma}(\mathbf{r})$ 表示入射波, $\mathbf{H}_{l m \sigma}(\mathbf{r})$ 表示出射波。各阶球面入射波与出射波之间的系数, 即 $\mathbf{A} = \{a_{l m \sigma}\}$ 和 $\mathbf{B} = \{b_{l m \sigma}\}$ 由散射矩阵 \mathbf{T} 决定: $\mathbf{B} = \mathbf{T}\mathbf{A}$ 。获得散射矩阵的基本过程是, 根据(2)式, 对单个球内外波场分别球面波展开(其中, 球内声场仅有入射波, 球外声场同时含有入射波和出射波), 然后根据相应的边界条件, 即可求得散射矩阵。球(柱)形散射体的最终结果与 m 无关, Mie 共振的阶数由系数 l 决定。以水中气泡的共振

为例^[20, 21], 在所关注的频率范围内, 仅前三阶 Mie 散射具有明显振幅, 且共振幅值依次降低。Mie 共振现象的出现是由于气泡对声波的局域而形成, 其原因在于水和空气之间存在较大的阻抗差异。

3 声学 Mie 共振的应用

2000 年 Liu 等人首先在实验上实现了局域共振^[22], 并得到了负的有效体模量和负的质量密度, 从而使利用声学特异性设计声学超构材料成为热门课题。然而, 这种共振单元存在着损耗高、结构复杂、特异性有限等不足。与具有周期性结构的光子、声子晶体的频带折叠效应产生负折射的机理不同, 超构材料的负折射现象来自于亚波长颗粒的低频共振效应。然而, 自从实验上首次构建声学局域共振材料以来, 基于一般局域共振的负有效参量材料仅在可听区域可以实现^[23, 24]。2004 年, Jensen Li 等人最早从理论上得到了 Mie 共振产生负系数的公式, 并提出了拥有负有效体积模量与负有效密度的双负特性声学超材料的概念^[25]。

Brunet 以及 Dehesa 等人对软介质超材料进行了深入的研究^[13, 26, 27]。2014 年 Brunet 等人^[13]利用强烈的低频单极子、偶极子 Mie 共振实现了三维的负折射材料, 得到了基于多重散射理论的宽频带下声学负折射率。由于存在大量空气腔, 多孔超缓材料有着超低的弹性模量和超高的质量密度, 即可引起极大的单极共振, 从而产生负的有效体模量。同时, 大量粘稠的粒子表现出强的偶极子共振, 从而产生负的有效质量密度。在无耗散介质中, 这种材料即可实现双负参数, 从而产生负折射率; 而在耗散介质中, 由于超构材料允许波往后传播, 也可产生负折射率材料。研究表明, 这种基于 Mie 共振的三维负折射材料具有宏观各向同性、多功能性、可调性、灵活性等优点, 在理想声透镜、亚波长成像、变换声学中有望得到重要运用。

2015 年, 程等人提出了如图 1 所示的利用高

对称性折叠空间结构中低有效声速效应构建具备超慢声速的流体微单元^[12]。图1(a), (b)分别为该折叠空间结构的照片以及在 xy 平面内的横截面示意图。半径为 R 的迷宫结构被分为8个通道, 每个通道都由折叠空间构成, 折叠通道的宽度 $w=0.08R$, 折叠次数为 $N=8$ 。在每个通道中, 硬边界框架构成的通道使得声波到达结构体中心位置所走过的声程为原先的数倍, 这就使得这一结构体拥有很高的相对折射率 n_r 。折射率的大小由总的声程长度与单元尺寸之间的比值决定, 而这一比值与折叠次数 N 成正比, 因此可以通过改变单元的尺寸大小及折叠次数来实现对折射率的调控。

图1(c)为结构体对应的等效物理模型, 该模型由空气互连区域(白色)组成, 相互之间由树脂框架材料(蓝色)隔开。当八通道内的声波为同相位分布时将会激发单极子Mie共振, 而当八通道不为同相位的情况下则可以激发偶极子Mie共振以及其他多重Mie共振情况。

以半径 $R=5\text{ cm}$ 的人工结构体为例, 图2(a)为迷宫结构体在单极子共振模式下的声场分布图。可以看到, 单极子模式下, 声能量被集中在迷宫结构体内部并且朝着所有方向等值辐射。需要强调的是, 人工结构体所形成的单极子与传统意义上的单极子有所区别。经典单极子模型, 其半径 R 会随着单极子本身的震动扩张与收缩, 而该迷宫结构体对应的单极子模型在共振时半径固定不变, 而这一特性

使得人工单极子具有更高的相对折射率从而有效集中更多的能量。除此以外, 结构体对应的归一化频率 $fR/c_0 \sim 0.075$, 意味着这一亚波长尺度下的结构能够调控远大于自身尺度的波长。图2(b)–(e)为对应的多极子共振模式下的声场分布图。图中单极子、偶极子、四极子、八极子以及二次单极子对应的共振频率分别为518 Hz, 1080 Hz, 1188 Hz, 1320 Hz以及1549 Hz。

声学Mie共振具有强烈的声波相互作用, 比局域共振具有更多优势, 且具有单极子、偶极子、四极子、八极子等一系列经典的Mie共振模式, 其中单极子Mie共振可以产生负的有效体模

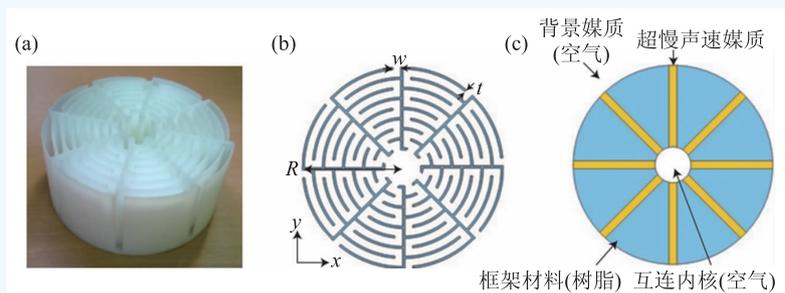


图1 高对称性折叠空间结构原理及模型示意图 (a)利用树脂材料3D打印得到的结构体照片; (b)结构体单元的截面示意图; (c)折叠空间结构的简化物理模型

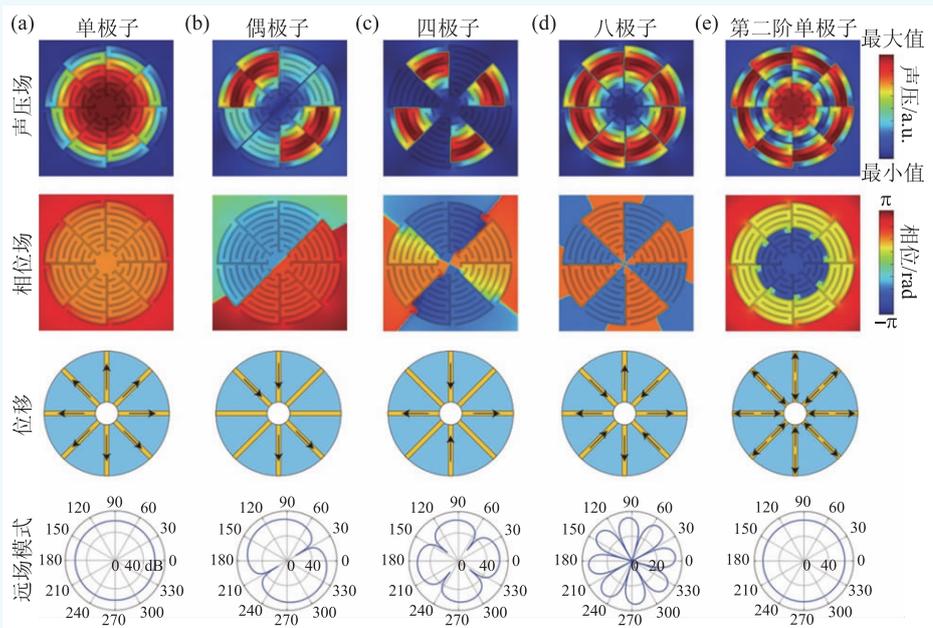


图2 结构体单元在不同Mie共振模式下的声场分布。(a)–(e)是人工结构的单极子、偶极子、四极子、八极子以及二次单极子声学模式。第一行为声压场分布; 第二行为相位场分布; 第三行中, 箭头表示物理模型中与实际情况大小相当的位移; 第四行为远场指向性分布

量，而偶极子Mie共振则会产生负的有效动态质量密度。这些特性可以更好地实现对声波的有序调控，从而得到了广泛的应用。

3.1 低频声波强反射

单极子Mie共振可以实现负的有效体模量，偶极子Mie共振可以实现负的有效动态质量密度。理论研究发现，通过将声学“软”质微共振单元嵌入到“硬”质基体材料中可以获得声学Mie单极子和偶极子，进而构造出高性能新型声学超构介质。然而该设想的实验实现受到软微粒在致密流体介质中有效寿命短、形态稳定性差、难以规则排列等限制。特别是自然界中尚不存在声速较空气低很多的稳定流体，影响了Mie共振单元在空气中声传播的应用^[28, 29]。

利用单极子和偶极子Mie共振的单负特性，可以实现低频声波强反射。如图3所示，通过构建简单的稀疏分布的超薄超表面样品，可以有效实现低频声波的强反射。图3(a)为超表面样品的原理示意图，超表面由3个结构体单元沿y轴以间隔 d 分布组成。样品被置于两块平行板块之

间，波导管内一束频率为537 Hz的持续单频声波沿 x 方向传播。超表面的厚度为 $2R=0.15\lambda$ ，其体积填充率为 $\pi R^2/2Rd=15\%$ 。为与超表面样品作对比，与超表面样品同尺寸同分布的硬边界表面圆柱体阵列被放置在波导管中的相同位置，如图3(d)所示。仿真结果下超表面样品(对比样品)的归一化声强分布图如图3(a)(3(d))所示，对应白色边框区域的声强分布的仿真与实验结果如图3(b)与3(c)(3(e)与3(f))所示。通过对比图3(a)—(c)和图3(d)—(e)我们可以获得两个重要的结论。首先，可以明显观察到超表面样品前方有更高的驻波幅值，这直接体现了超表面样品具有更高的反射率。其次，样品在图中所示 10×10 区域内的仿真(实验)情况下的平均声强反射率达到91.7%(78.1%)。而对比样品的仿真(实验)结果仅为3.6%(19.6%)。实验与仿真结果吻合得很好，有效地体现了该超表面在单极子共振频率下实现的声波强反射现象。

3.2 声彩虹俘获

在光学中，利用共振光子晶体实现光波的减

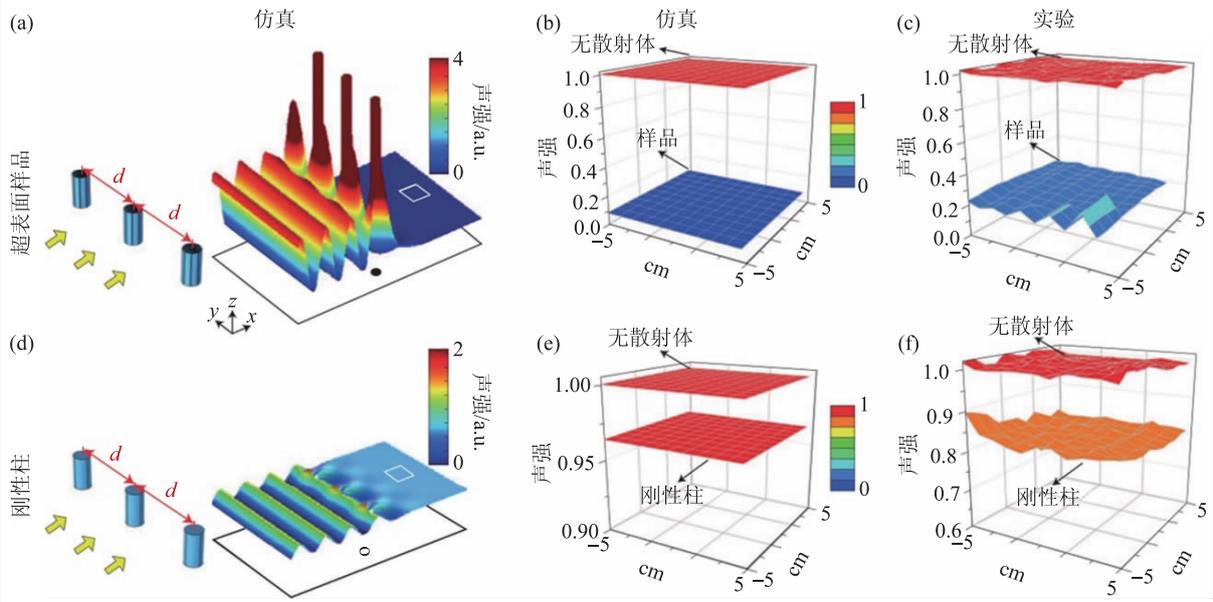


图3 稀疏分布的超薄超表面样品与同分布同尺寸硬边界表面圆柱体阵列间的比较 (a)单极子模式下，超表面样品在波导管中的归一化声强分布，对应频率为537 Hz；(b)，(c)分别为图(a)对应白色边框区域的仿真及实验结果；(d)—(f)硬边界圆柱体阵列对应的归一化声强分布及白色边框区域中的仿真与实验结果

速和俘获带来了可控光延迟、光暂时储存、强光—物相互作用、光学记忆和开光元件等重要课题^[30-34]。类似的，关于声的俘获和减速也是声学上一个热点课题。利用许多超构材料可以获得慢声波，比如柱形波导管^[35]、波浪状硬金属丝^[36]、由带孔硅膜构成的 phoxonic 波导^[37]等。受电磁学光学彩虹俘获的启发，人们构建出了可以有效实现宽频带声波俘获和空间分频的各向异性结构^[38-41]。然而，这些材料尺寸较大且只适用于高频带范围。基于 Mie 共振的结构不仅可以突破尺寸上的限制，而且可以

进行精准声波空间调制，激发微结构中入射波强烈的交互作用，并可实现丰富阶数的多极子，俘获宽频带声波以及实现空间分频。研究表明，俘获区声波强度比未俘获区高数个量级，且由于 Mie 共振结构具有强的频响特性，宽频带范围的入射声波可以在分立的空间位置实现俘获。与光学方面不同的是，由于没有截止频率，这种具有独特分频能力的结构可以很容易地在三维系统中实现。同时由于没有带宽的限制，这种结构实现了声波精准的频率空间控制，也在声波探测、传感、过滤、无损检测得到了重要的应用。

Zhou 等人利用图 4(a)所示的 Mie 共振单元阵列，实现了低频声波的捕获与分离^[14]。阵列中的单元间隔周期为 a ，沿着波导管方向(箭头所示)，Mie 共振单元的折叠次数 N 由 22 减少至 12，每次减少个数为 2 个。其对应的能量传输曲线如图 4(b)所示，实线(虚线)部分为阵列结构(简化模型)对应的仿真结果。从图中可以清晰看到 6 个传输曲线的极小值位置，每一个极小值位置对应于一个 Mie 共振单元的单极子共振频率。利用这样的阵列结构，可以有效地阻止特定频率的声波在波

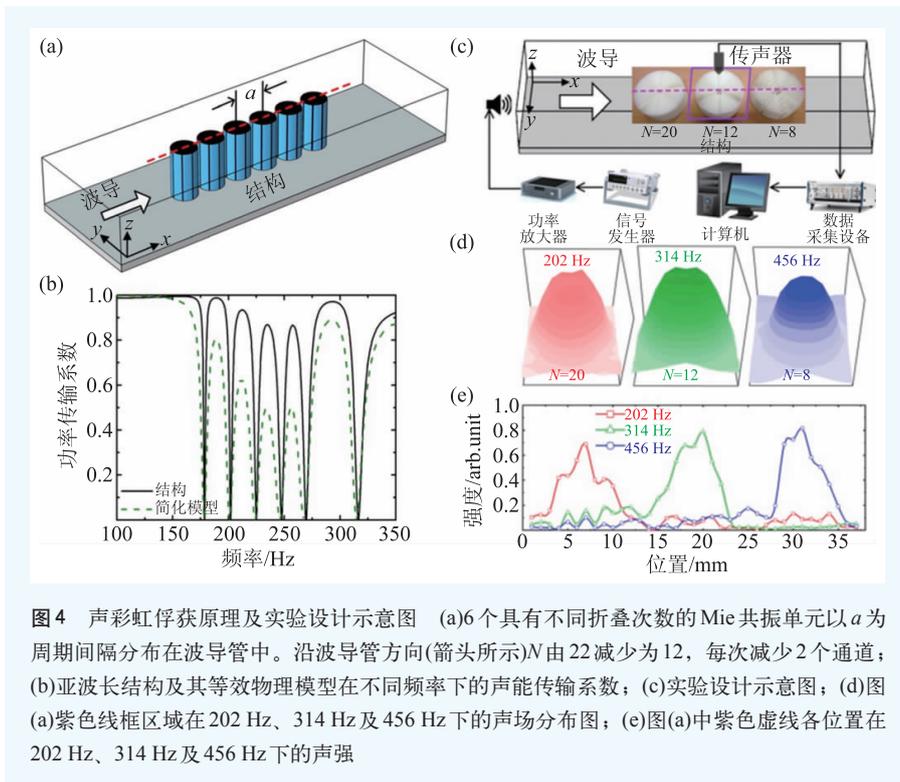


图 4 声彩虹俘获原理及实验设计示意图 (a)6 个具有不同折叠次数的 Mie 共振单元以 a 为周期间隔分布在波导管中。沿波导管方向(箭头所示) N 由 22 减少为 12，每次减少 2 个通道；(b)亚波长结构及其等效物理模型在不同频率下的声能传输系数；(c)实验设计示意图；(d)图(a)紫色线框区域在 202 Hz、314 Hz 及 456 Hz 下的声场分布图；(e)图(a)中紫色虚线各位置在 202 Hz、314 Hz 及 456 Hz 下的声强

导管内的传输，从而有效实现低频声波的捕获与分离。对应的实验设计及实验结果如图 4(c)–(e)所示。由于该模型是利用 Mie 共振单元的单极子共振来实现低频声波的捕获，因此每一个共振单元也可以单独放置来实现对单一频率的分离。同时，由于没有截止频率的存在，该模型还可以进一步推广至 3D 系统中。没有了宽带限制，它开启了空间光谱控制、高性能声波检测、滤波以及非破坏性测试的多样化方式。

3.3 低频声波指向性

低频声传播的衍射问题是声学研究一大挑战，但得益于超构材料的突破，近年来克服衍射受限进行深亚波长尺度指向性传输、探测等得到很大进展。强声波指向性不仅能够节省能量，而且能够完成信号保密传输。传统实现指向性的方式大体依赖于调节声源(如利用相位阵列排布、贝塞尔光束模式^[42])和利用声子晶体的各向异性、抗谐振、衍射和频带边缘态等特性^[43-51]，但具有尺寸大、耗材贵、结构复杂、不具普适性等缺陷。

基于串联的Helmholtz共振器可以得到具有指向性的类偶极子辐射,且目前可实现元件的微型化和集成化^[52]。而基于Mie共振的结构不仅可以调整结构参数提高指向性,获得无旁瓣准直声束,而且可在深亚波长尺度实现灵敏的指向性传感^[16]。由于Mie共振仅依赖于材料本身的微结构参数,其与需要空间排布的声晶体、多微结构单元相比更具有灵活性、可调性,且具有更大的增益,有望在声器件微型化、噪声控制、医学超声、波前工程等方面得到应用,并为非对易和非线性时变声学的结合提供基础。

2016年,Zhu等人提出了基于偶极子Mie共振的亚波长尺度下的指向性声传感^[15]。如图5(a)所示,一束简谐平面波入射到超表面外壳元件上,由于声波频率恰好为超表面元件的共振频率,二者发生强烈的相互作用并激发了元件的偶极子模式。位于元件内部的声传感器检测到的声压幅值与入射角度高度相关,从而实现了亚波长

尺度下的指向性声传感。图5(b)为相应的超表面外壳元件示意图,曲折槽总长度为 L ,内核半径为 R_1 ,外壳半径为 R_2 ,折叠次数 $N=4$ 。利用这一折叠空间壳核结构能够激发Mie共振的特性,其在不同入射角度下的声传感指向性如图5(c)所示,在不考虑损耗的情况下,指向性如蓝色虚线所示,传感器拥有明显的指向性。通过旋转声传感器的方式可以有效定位声源的位置。当入射声波角度为 0° 时能够激发折叠空间结构的偶极子模式,且声传感器恰好位于共振最强烈的左槽底部,因此测得的声压幅值最高。当入射角为 90° 时,激发的偶极子共振模态情况与 0° 角情况恰好相反,传感器位于非共振槽,因此测得的声压幅值最小。最大与最小值之间的比率为2.3。当考虑粘滞损耗与热损耗之后,传感器的指向性有所下降(红色曲线)。而当移除超表面外壳后,声传感器在各个入射角方向上测得到的声压幅值相同(绿色实线)。图5(d)为相应的实验验证结果。

2017年,Lu等人利用Mie共振单元与无指向性点声源间的相互作用,实现了声波的双向辐射^[16],在亚波长尺度下对声波进行了有效调控。如图6(a)所示,两个折叠次数 $N=4$ 、单极子模式共振频率为1360 Hz的Mie共振单元被放置在点声源两侧各15 cm处。为了使调控效果更直观,作为对比对点声源两侧各放置同样大小的硬边界圆柱体的情况也进行了研究,其结果如图6(b)所示。当点声源两侧为硬边界圆柱体时,系统在 x 与 y 方向上辐射的能量几乎相等。这是因为普通结构无法阻挡波长远大于其尺度的声波($\lambda \approx 6R$)传播。而在图6(c)中,点声源两侧的Mie共振单元则有效阻隔了声波在 x 方向的传播,同时增强了 y 方向的辐射能量,从而有效实现了声波的双向辐射。

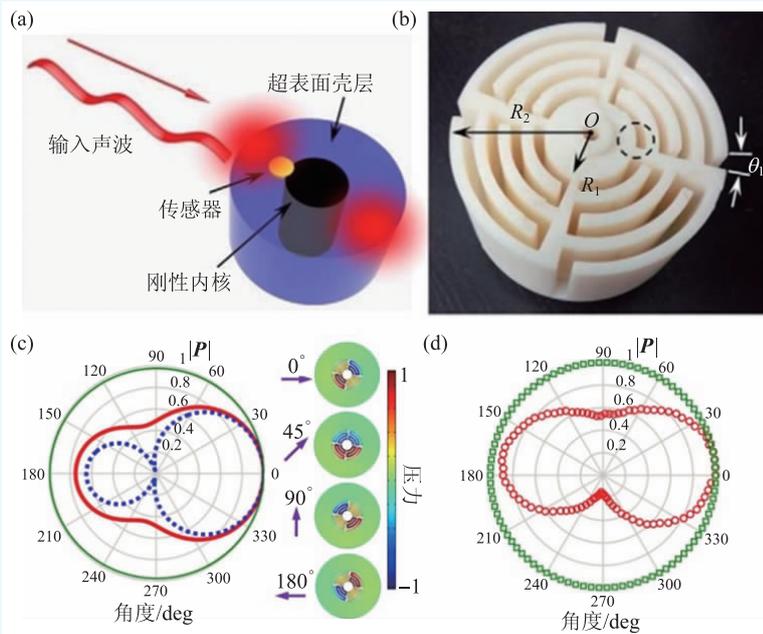


图5 (a)指向性声传感原理示意图;(b)核壳结构声学元件样品,内外直径分别为 $R_1=1$ cm, $R_2=3$ cm。曲折槽总路径长度 $L \approx 12$ cm,开口角度 $\theta_1=6^\circ$,槽宽1.5 mm,折叠次数 $N=4$ 。黑色虚线圆为传感器放置位置;(c)有(无)超表面外壳情况下,不同入射角度时的归一化声压幅值。蓝色虚线是有超表面单元且不考虑损耗的情况。红色实线是有超表面单元且考虑粘滞与热损耗的情况。绿色实线是没有超表面单元时的结果。插图为不同入射角情况下的声压场分布;(d)实验测得的归一化声压幅值

声波在 y 方向的辐射能量为点声源单独辐射情况下的 3 倍左右， -3 dB 的辐射夹角为 $\pm 22^\circ$ 。图 6 (d)–(f) 为双向指向性调控的实验验证过程。实验与仿真结果相一致，有效验证了 Mie 共振单元在亚波长尺度下对声波的调控能力。

3.4 超常声波透射

作为设计许多如医学成像、噪声控制和无损检测等声学应用的基础，声学介质的有效阻抗调控是一个重要的研究课题。通过有效控制局域阻抗，在亚波长尺度进行重要的传输系数的调整，也就带来了超常声波透射(EAT)等应用。近几十年里，有关超常声波透射的研究不断取得进展，比如通过人工超构材料和声子晶体可以实现超常声波透射。然而，由于大部分基于 FP 共振模式或 Helmholtz 共振模式的超常声波透射不易重构^[53–59]，关于超常声波透射的控制仍然是一大难题。

通过超构表面 Mie 共振器的排列不仅可以构成一个软有效边界，而且可导致超常声反射和透射。张进等人利用耦合的 Mie 共振模式实现了从全透射到全反射的宽范围超常声波透射的调制^[17]。利用耦合 Mie 共振体可以实现从阻抗匹配到阻抗不匹配的转变，具有强的可调性和鲁棒性。图 7

为超常声波透射的调制结构示意图，图 7(a) 为用于对比的开有亚波长狭缝的声学硬边界挡板，周期为 a ，狭缝宽度为 b 。图 7(b) 为周期分布的 Mie 共振二聚体周期分布所构成的声学超表面。利用狭缝前后 Mie 共振单元在共振时所产生的相互耦合，可以有效实现声波的超常透射^[60]。同时，通

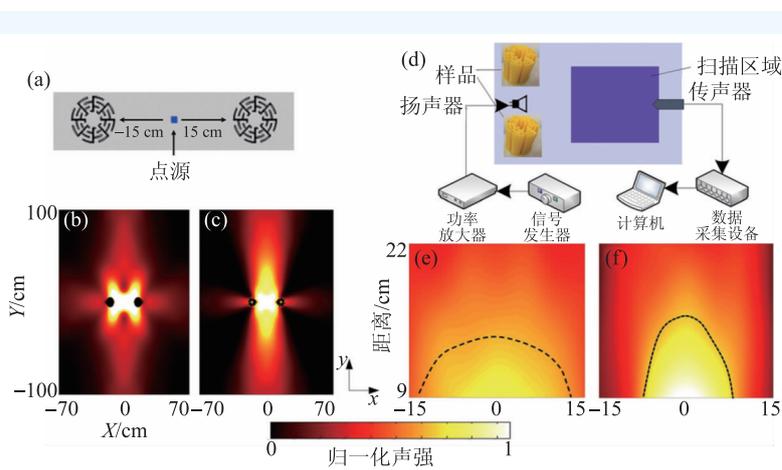


图 6 (a) 一无指向性点声源及两侧 15 cm 处各放置一个 Mie 共振单元，其折叠次数 $N=4$ ，单极子共振频率为 1360 Hz；(b) 两侧放置硬边界圆柱体时的仿真声场分布图像；(c) 两侧放置 Mie 共振单元时的仿真声场分布图像；(d) 实验设计图；(e) 两侧放置硬边界圆柱体时的实验声场分布图像；(f) 两侧放置 Mie 共振单元时的实验声场分布图像

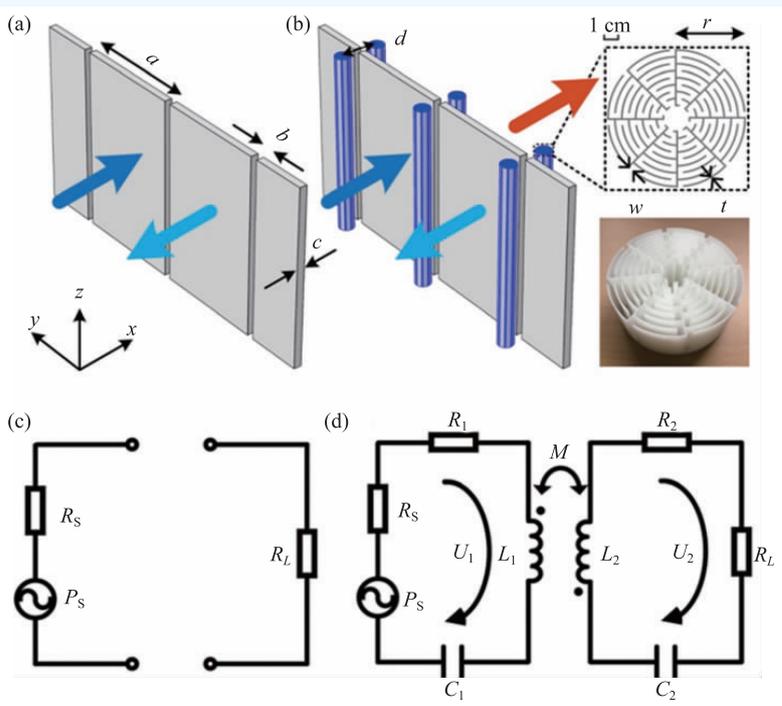


图 7 超常声波透射调制结构示意图 (a) 开有亚波长狭缝的声学硬边界挡板；(b) 由 Mie 共振二聚体与硬边界挡板构成的声学超表面，插图为 Mie 共振结构的截面示意图及照片；(c) 亚波长狭缝挡板的等效电路模型；(d) 声学超表面的等效电路模型

过调节 Mie 共振单元之间的间距 d ，可以实现透射率由 0 到 1 的全范围调控。

通过建立声学超表面耦合系统的等效电路模型，可以对超常透射的原理有更清晰的认识。图 7(c) 为亚波长狭缝挡板的等效电路模型，电路此时为开路，因此能量传递受阻。而当狭缝前后放

置相应的Mie共振二聚体后,其等效电路如图7(d)所示,前后回路间通过两结构体间互感系数 M 联系,使得能量能够有效传递。 $R_s, R_1(R_2), L_1(L_2), C_1(C_2)$ 和 R_L 分别表示声压源的内置电阻、前端(后端)Mie共振体的等效电阻、等效电感、等效电容以及负载端的内置电阻。 U_1 和 U_2 分别为入射端与负载端的体积速度。考虑到系统的对称性($R_1+R_s=R_2+R_L=R, L_1=L_2=L, C_1=C_2=C$),由基尔霍夫电压定律可以得到:

$$\begin{cases} P_s = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) U_1 - j\omega M U_2 \\ 0 = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) U_2 - j\omega M U_1 \end{cases}, \quad (3)$$

上式中 ω 为角频率。进而可以求得负载端的声压及其幅值:

$$p = \frac{j\eta P_s}{(1+j\xi)^2 + \eta^2}, \quad (4)$$

$$|p| = \frac{\eta P_s}{\sqrt{(1-\xi^2 + \eta^2)^2 + 4\xi^2}}. \quad (5)$$

引入质量因子 $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$,共振体共振角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,广义失配因子 $\xi = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$,以及耦合因数 $\eta = \frac{\omega M}{R}$ 并求负载端声压幅值对 ξ

的导数可以得到,声压取极大值时,满足:

$$\xi_1 = 0, \text{ 或 } \xi_{2,3} = \pm \sqrt{\eta^2 - 1}. \quad (6)$$

上式预示着频率分裂现象的产生。传输系数

$$\alpha = \frac{4\eta^2}{(1+\eta^2)^2 + 2(1-\eta^2)\xi^2 + \xi^4},$$

其对应图像如图8(a)所示。从图中可以看出,根据耦合因数 η 的大小,系统可以分为欠耦合、临界耦合与过耦合三种情况。当 $\eta > 1$ 时,系统出现频率分裂现象,传输系数在两个不同频率点达到极大值,峰值为1。当 $\eta = 1$ 时,系统处于临界耦合,恰好仅有一个频率点达到最大值1。当 $\eta < 1$ 时,系统处于欠耦合状态,仅有一个峰值且小于1。图8(b),(c)为不同周期常数 a 与不同共振体间距 d 情况下的仿真与实验结果图,实验结果与理论预测吻合得很好。通过改变周期常数与共振体间距,可以调节耦合因数的大小,从而使系统在3种耦合状态下变换。而对单一频率点,通过改变共振体间距 d 的大小,可以实现透射系数由0到1的连续变换。如图8(d)所示,505 Hz情况下,随着间距 d 的增大,透射系数先上升至1再下降至0附近。而当频率为495 Hz时,透射系数随着 d 的增大不断减小,因此该超表面可以通过该方式简单有效地实现对阻抗匹配超表面的有效调节。

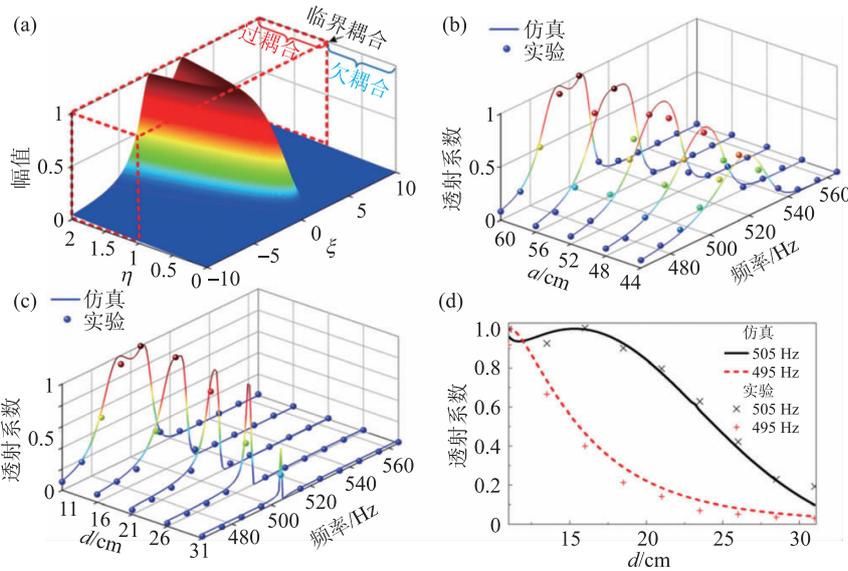


图8 (a)传输系数理论曲线;(b)不同周期常数 a 情况下的透射曲线;(c)不同共振体间距 d 情况下的透射曲线;(d)同一频率不同间距 d 情况下的透射曲线

4 结束语

本文主要对声学超构材料中的Mie共振进行了介绍,通过对其产生原理、产生方式的描述,加深对Mie共振的认识和理解。在超构材料实现Mie共振的过程中,由于Mie共振可以产生单极子、偶极子、四极子等多种共振模式,实现负声学参量,且具有对环境、几何参数的敏感性,Mie共振结构可以在低频强反射、负折

射、彩虹俘获、指向性以及声波超常透射等方面得到应用。此外,利用耦合的Mie共振单元,可进行超常声波透射调制,用于声滤波、声成像等方面。随着人们对Mie共振的深入研究,声

学Mie共振在超分辨率声成像、低频声滤波、超声无损检测、声隐身、声俘获、声传感、声屏障和声隧道传输等方面已呈现出重要的研究前景。

参考文献

- [1] Zhao Q *et al.* *Mater. Today*, 2009, 12: 60
- [2] Brongersma M L *et al.* *Nat. Mater.*, 2014, 13: 451
- [3] Shi L *et al.* *Adv. Mater.*, 2012, 24: 5934
- [4] Liu X M *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2013, 103: 031910
- [5] Moitra P *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2014, 104: 171102
- [6] Yahiaoui R *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2012, 101: 042909
- [7] Kallos E *et al.* *Phys. Rev. B*, 2012, 86: 245108
- [8] Kang L, Lippens D. *Phys. Rev. B*, 2011, 83: 195125
- [9] Slovick B *et al.* *Phys. Rev. B*, 2013, 88: 165116
- [10] Zhang F L *et al.* *Phys. Rev. B*, 2009, 80: 195119
- [11] Ginn J C *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 108: 097402
- [12] Cheng Y *et al.* *Nat. Mater.*, 2015, 14: 1013
- [13] Brunet T *et al.* *Nat. Mater.*, 2015, 14: 384
- [14] Zhou C *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2016, 108: 063501
- [15] Zhu X *et al.* *Phys. Rev. Appl.*, 2016, 5: 054015
- [16] Lu G *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2017, 110: 123507
- [17] Zhang J *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2017, 110: 233502
- [18] Guimaraes L G, Nussenzveig H M. *Opt. Commun.*, 1992, 89: 363
- [19] Liu Z *et al.* *Phys. Rev. B*, 2002, 65: 165116
- [20] Ruffa A. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1992, 91: 1
- [21] Kafesaki M *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 84: 6050
- [22] Liu Z *et al.* *Science*, 2000, 289: 1734
- [23] Lee S *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 104: 054301
- [24] Fok L, Zhang X. *Phys. Rev. B*, 2011, 83: 214304
- [25] Li J, Chan C T. *Phys. Rev. E*, 2004, 70: 055602
- [26] Brunet T *et al.* *Science*, 2013, 342: 323
- [27] Dehesa J S *et al.* *Phys. Rev. Appl.*, 2016, 5: 034012
- [28] Bretagne A *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2011, 99: 221906
- [29] Leroy V *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2009, 95: 171904
- [30] Noda S *et al.* *Nature*, 2000, 407: 608
- [31] Julsgaard B *et al.* *Nature*, 2004, 432: 482
- [32] Xia F *et al.* *Nat. Photonics*, 2007, 1: 65
- [33] Yanik M, Fan S. *Nat. Phys.*, 2007, 3: 372
- [34] Fiore V *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 107: 133601
- [35] Christensen J *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2008, 93: 083502
- [36] Robertson W M *et al.* *Am. J. Phys.*, 2004, 72: 255
- [37] Laude V *et al.* *Opt. Express*, 2011, 19: 9690
- [38] Zhu J *et al.* *Sci. Rep.*, 2013, 3: 1728
- [39] Ni X *et al.* *Sci. Rep.*, 2014, 4: 7038
- [40] Zhao D G *et al.* *Sci. Rep.*, 2015, 5: 9376
- [41] Chen Y *et al.* *Nat. Commun.*, 2014, 5: 5247
- [42] Durnin J *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58: 1499
- [43] Perez-Arjona I *et al.* *Phys. Rev. B*, 2007, 75: 014304
- [44] Li B *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2011, 99: 051908
- [45] Han H *et al.* *Phys. Rev. B*, 2014, 89: 180301
- [46] Han H *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 114: 145501
- [47] Moiseyenko R P *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2012, 111: 034907
- [48] Moiseyenko R P *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2013, 102: 034108
- [49] Qiu C *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2006, 89: 063106
- [50] Ke Z *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2007, 90: 083509
- [51] Soliveres E *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2009, 94: 083509
- [52] Quan L *et al.* *Nat. Commun.*, 2014, 5: 3188
- [53] Zhang X. *Phys. Rev. B*, 2005, 71: 241102
- [54] Christensen J *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2007, 99: 174301
- [55] Mei J *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2008, 92: 124106
- [56] Christensen J *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 101: 014301
- [57] Estrada H *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 101: 084302
- [58] Liang Z *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 108: 114301
- [59] Li Y *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 2013, 103: 063509
- [60] Fokin V *et al.* *Phys. Rev. B*, 2007, 76: 144302