

物理学咬文嚼字之九十九

西文科学文献中的数字

曹则贤[†]

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

2018-04-27 收到

† email: zxcao@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20180609

在生物学中, 三十条和十五对是不等价的

—— 曹逸锋¹⁾

I know numbers are beautiful. If they aren't beautiful, nothing is

—— Paul Erdős²⁾

Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk

—— Leopold Kronecker³⁾

Όλα είναι αριθμός

—— Πυθαγόρας⁴⁾

Non mi legga chi non e matematico

—— Da Vinci⁵⁾

摘要 英文的数字表达深受希腊语、拉丁语、德语和法语的影响, 更远的源头可能是梵语, 形成了多种表达方式共存的局面。弄清源头语言中的数字表达, 有利于理解西文文献中数字的不同用法。

数字表达是科学文献的重要组成部分。其实, 日常生活中也不乏基于数字的表达。因为是科学工作语言的缘故, 英文如何表达数字是科学工作者普遍关切的问题。又因为英文自身的复杂历史问题, 英文中的数字表达多样、繁琐, 容易产生误用。本文试图就西文科技文献中的数字表达给一个较为全面的介绍, 特别地, 造成英文数字表达混乱局面的语言源流问题会予以格外关注。限于作者见识短浅, 本文虽然历经 15 年酝酿之久仍难

免挂一漏万, 容以后再慢慢收集补充。

鉴于本文篇幅较长, 内容繁多, 叙述拉杂, 恐对读者们的耐心是个考验, 故作如下粗略章节划分: 1、数的来源; 2、0 的引入; 3、几种语言中数的写法; 4、关于零的表述; 5、数的进制; 6、西文的大数表示; 7、10 次方记号体系; 8、关于多重性的表示; 9、月份与星期中的数字与非数字; 10、具有特殊意义的数字; 11、关于数字的零星知识; 12、结语。

1 数的来源

数学是物理的语言载体, 所凭藉之物。限制我们在物理学领域的深入程度的, 除了理解物理的能力严重不足以外, 还有数学知识的严重不足。柏拉图学园的门上, 赫然刻着 ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω (不通几何者莫入)。这句话挂在物理的门上, 也一点没有违和感——如果物理学确实有门的话。物理学几何化所涉及的几何之深邃, 远高

1) 逸锋 2010 年说这话时 14 岁。有儿可为师, 不亦庆幸乎!

2) 我知道数字是美的。如果它们不是美的, 那就没别的了——厄尔多什

3) 上帝创造了整数; 其它的都是人类的杰作。出自 Heinrich L. Weber, Kronecker: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 2, 5-23 (1891/1892) p.19.

4) 万物皆数——毕达哥拉斯

5) 不通数学者, 莫读我作品——达芬奇。此句的流行英译有 Let no one read me who is not a mathematician.



图1 古代中国用竖杠和横杠表示数字1—9

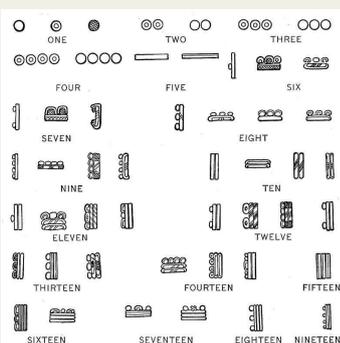


图2 玛雅文化中的数字1—19

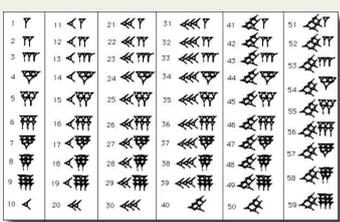


图3 古巴比伦的数字1—59



图4 可能的汉字经草书到阿拉伯数字的演变 (来自中文互联网)

于柏拉图时代对几何学的认知。当然了，物理学所需要的及其所带来的数学，岂止是几何学一门。欲治物理者，当知晓充分多的数学。这与其说是对物理学家的为难，不如说是对有志成为物理学家者的额外奖赏。

数学是一门符号语言，最基础的是数字的记号(notation)，来自自然和人的自然行为。不管是中文的一二三，还是罗马的I, II, III，它们首先都是划痕。可以想象，人类一开始计数，如同记事一样，用的是图形化的符号。数字，首先肯定应是划痕的简单重复，这划痕可以是短杠，可以是圆点，或者是楔形的痕迹。古代中国用的是短杠(图1)，圆点加短杠的计数见于玛雅文化(图2)，而楔形数字(文字)见于古巴比伦(图3)^[1-2]。

如今国际通用的是阿拉伯数字。据说阿拉伯数字1、2、3、4、5、6、7、8、9、0是在公元三世纪由印度婆罗米(Brahmi)人发明，在公元八世纪由阿拉伯人所创建的波斯帝国所采用，后流行于天下。然而，最近有学者认为，印度是拼音文字，不大可能单独为数字重新制定额外的10个字符。笔者以为这个观点有道理。中文的数字是现成的字，罗马数字是用现成的字母，都没有另外再创造数字字符。有中国学者猜测，阿拉伯数字可能是由汉字的草书(图4)进一步演化而来的。草书出现于汉初，比阿拉伯数字的出现早了500年。比较一下印度某地发现的数字写法(图5)，这种说法就更显得有道理了。印度文字能影响整个欧洲，有印欧语系的说法，汉字输入阿拉伯文化几个表示数字的字符，应该不过分。

阿拉伯数字可能是来自汉字草书的说法，不能细琢磨，笔者越琢磨越觉得有道理。图6是1956年在西安发现的“阿拉伯幻方”⁶⁾，比较图6和图4，是有那种发现了缺失的进化阶段证据的感觉。

科学的一部分努力就是构造符号体系，为数字构造符号，为化学元素构造符号，为电子元器件构造符号。一套好的符号让科学在其基础上的发展成为可能，并把科学引向我们不能想象的高度和新境界。关于这一点，比照一下用西方字母 a_{11} , a_{12} , a_{13} 和用甲乙丙表示的矩阵及其运算就能体会一二。没有对数字的灵活运用，那依赖于数字灵活运用的科学就要被耽误了。就算术运算来说，阿拉伯数字0, 1, 2, 3的发明具有至关重要的意义，它的字形同与其进化有关的Hindu—arabic number system (印度—阿拉伯数字体系) 相比较是最简洁的。就表达来说，简洁是硬道理。中文的壹、贰、叁、肆用来防止涂改账本或者支票无疑是科学的，用来进行三位数乘法都困难。罗马字母的I, V, X, L, C, D, M 数字记号体系，用来纪年凑合，用来计算就要了命了。埃及数字更复杂，100是一段盘绕的绳子，1000是一朵白色的睡莲，10000是一个竖起的手指，100000是一只青蛙(图7)。这样的体系的一个要命缺陷是，你看不到这样的数字既是一个个具体的量，但还是有序的、具有结构的体系。今天的人们不需要再创造数字体系，但是确实需要懂得其结构，从而发展出对数的感知与运算(Present day students do not have to create a number system, but they do need to understand its structure in order to deve-

6) 这是一个6×6的幻方。幻方有很多，其要求是沿行、列和对角线运算得来的数字是相同的。

lop number sense and operations)^{3]}。

说到数的结构，毕达哥拉斯学派认为 whole number as the critical foundation of all natural phenomena (整数是一切自然现象的关键基础)。The central position of number was everywhere evident (支撑数之中心地位的证据是随处可见的)。后世认为物理世界可以通过 mathematization 加以理解多少归于毕达哥拉斯学派的观点。整数概念的产生，来自物理上我们能够某些对象同环境分离开来，从而作为一个 unit (单元、一)处理。这种分离从来都是理想的产物。两个看似互相独立的对象，也许存在我们看不到的关联——但是看不到真好。人们能理想化出十进制的自然数是因为我们的手指头是分立的。对鸭子来说，这种可能就不是显然的。由对某些整数“三人组”(triad)成立的毕达

哥拉斯定理——古埃及人就知道(3, 4, 5)是这样的 triad——能得出无法表述成整数的东西，比如 $\sqrt{2}$ 。这突破了它赖以建立的基础的范围。难怪毕达哥拉斯学派的人对它避之如瘟疫。无理数，非公度，它带来的冲击源于我们的计数是以分立的整数为基础的，而整数来自于自然，属于直观的层面。

毕达哥拉斯学派重视数在认识自然中的作用。毕达哥拉斯说万物皆数固然没啥道理，但他发现了数在音乐中的重要性。他建立的音乐同算术之间的联系存在于 harmonic mean (调和平均数)，harmonic progression(调和序列)⁷⁾等概念中。毕达哥拉斯用形状思考数，这引

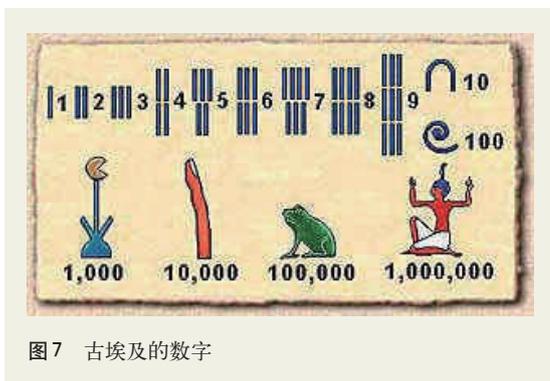


图7 古埃及的数字

的、研究线粒体的人们不能了然于胸，那相应的研究就不过是无头苍蝇的乱撞——而这竟然曾是科学史上真实的一幕。

计数问题，取决于语言自身的发展历史，也取决于文明发展的程度，在各种语言中会有不同的表现。以汉语为例，汉语的计数用表述有简写的一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万、亿(亿以后的词汇见下文)，还有大写的壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、佰、仟(古文和金融体系在用)，以及国际通用的阿拉伯数字。而在有些语言里，三就太多了，所以没有三以上的数字。注意，因为一、二、三以一般人的智力都是可以熟练运用的，稍有一点历史的文明的语言里，一、二、三就可能有多种说法，且说法也有多种花样，如汉语的俩(对、双)、仨(一对半)等。数字的形式是有具体的文化语境的，“咱二人年貌相当……”，“咱俩儿谁跟谁呀？”来自浓郁的乡土文化，而“2个人认识1年多了”的写法，据信是当今的出版标准。

洋文也同样有多套数字表述系统且体现不同文化底蕴的问题。以英文为例，试看 five-fold symmetry

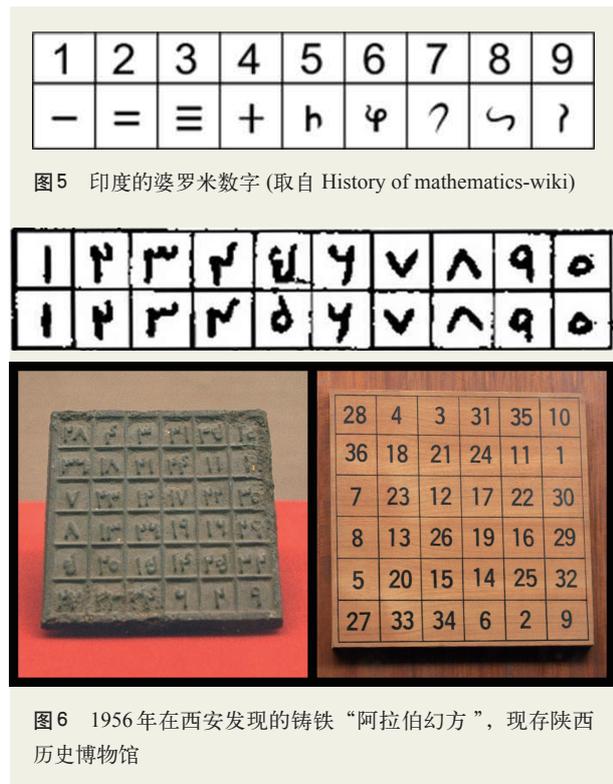


图5 印度的婆罗米数字(取自 History of mathematics-wiki)

图6 1956年在西安发现的铸铁“阿拉伯幻方”，现存陕西历史博物馆

7) Harmony, 本意是安装得当。把 hamony (hamonic)译成和谐、调和，妨碍了对相关问题的正确理解。说什么宇宙的和諧，其实人家是在讨论宇宙中的天体是如何恰当地装配的。

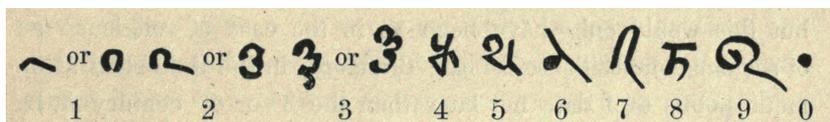


图8 发现于巴克沙利手稿里的数字，0是个实心的圆点

(五次对称性), cinquefoil (五叶植物), pentagon (五边形), quintuplet (五胞胎), 这四个涉及“五”的不同表达, 分别来自德语、法语、希腊语和拉丁语。读者由此可以感受到英语层次之低, 以及奉英语为圭臬的 non-english-speaking 科学家写英文文章该有多难。使用来自希腊语或拉丁语的表述, 对于说英语的人来说, 是一种心灵上的救赎。最近读到一个笑话, 说一个学新闻的英国姑娘在电视节目中用了 decade (十年, 源自希腊语) 这个词, 被老师臭骂了一通。老师的理由是, 电视是给没文化的人看的, 应该直接说 ten years 才对。英语用词层次之丰富, 实在让人无语——这也是国人学英文时不易准确把握的地方。英语用词层次丰富, 在数字表述上也给科学表达带来了极大的麻烦, 相信学习物理、化学、生物、医学等学科的人们感受会很深。满篇飞舞的来自各种语言的数字, 估计说英语的本土人都忘了其本源了。

2 0的引入

数是最有表现力的工具^[4]。从计数的萌芽, 经0概念的发明, 再到无穷大的发现, 这是一部惊心动魄的人类智力演化史。数字的功能是计数, 计数的前提是存在, 这样看来, 计数的体系中一开始没有0就可以理解了。当计数形成层次体系, 就会遭遇某个层次缺失的问题, 比如水泊梁山的将领数目是一百单八将。这百位数和个位数之间

就有个空, void, 汉语是用个“单”字连接的, 它是个位数的修饰词。“0”的发明, 首先是位数表达的需要(positional notation), 以区别比如54和504。直觉上这个标记应该和1—9的记法截然不同, 用圆点是个最自然的选择。据说古埃及数字还没有0, 0的概念由玛雅人最早提出来的。今天我们用的数字0是印度人发明的, 印度在公元前三世纪出现了比较有代表性的婆罗门式的数字1—9, 到了笈多王朝(公元320—550年)时期才出现0的写法。当时是实心小圆点, 后来才演化成为小圆圈“0”。近期对巴克沙利(Bakhshali)手稿(成书年代尚无定论)里的数字(图8)研究表明, 那时0不只是用来表示数位, 人们已经学会 thinking zero in a numerical way, 将0当作用于运算的数了。

从前没有0, 现在它有了, 它就是一个存在, 而且有非常重要的功能。比如作为代数加法的单位元素, 它是必不可少的! 这中间的深刻哲学, 值得玩味。

注意, 汉语的零, 在作为数字以外的用法都不是0的意思。零, 余雨也。零, 见于零碎、零星, 对应英文的 piece, fraction, scattered。

3 几种语言中数的写法

中文的数字写法为〇、一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万、亿、兆、京、垓、秭、穰、沟、涧、正、载、极, 等等, 不过, 兆以后的数

字笔者从未用过。汉字表示大数的字, 其所表示的数到底多大, 基本是没谱的。《风俗通》云“千生万, 万生亿, 亿生兆, 兆生京, 京生秭”, 天知道这“生”字对应哪个数学算法。具体地, 比如秭, 《广韵》说“秭, 千亿也”, 而《说文》则说“秭, 数亿至万曰秭”, 诚可谓莫衷一是。至于兆, 汉语解释是万亿为兆, 那是 10^{12} , 不过当前中文科学文献中, 兆是百万(10^6), 用于兆赫(MHz)、兆帕(MPa)。为了防止记账时篡改, 汉字的数字〇至千还有大写形式, 分别为零、壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、佰、仟。此外, 还有廿(20)和卅(30)。严格说来, 这不是新的数字体系。

中文的数字是单音节字, 且中文的数字是严格按照顺序排列和读出的, 因此用中文数和进行简单计算是可以迅速掌握的。这可能不是啥好事。入门容易, 常让学习者起轻蔑意, 以为那学问也不过尔尔, 而这是做大学问的大忌。数字入诗, 可以方便数字的教学。论及中文教数字, 北宋邵雍的《山村咏怀》是经典, 可用来教小儿唱歌加数数儿:

一去二三里, 烟村四五家,
亭台六七座, 八九十枝花。

数字入诗词, 还有助于提升表现力。带数字的诗词, 笔者最喜欢的是元朝张明善的小曲《水仙子·讥时》:“说英雄谁是英雄。五眼鸡岐山鸣凤, 两头蛇南阳卧龙, 三脚猫渭水飞熊!”。数字的使用满足 Benford 定律, 因此十进制的数字, 用一开头的比例高达 $\log_{10}2$, 故而中文中可见卖弄“一”字的诗就不奇怪了。清王士禛的《题秋江独钓图》乃其中上品, 有大情趣, 诗

云：“一蓑一笠一扁舟，一丈丝纶一寸钩；一曲高歌一樽酒，一人独钓一江秋。”

数字的一些常见西文语种的写法如下。认识不认识的，请耐心等待做到脸熟。

阿拉伯数字：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

希腊语：Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά, οκτώ, έννέα, δέκα.

拉丁语：Unus, duo, tres, quatuor, quinque, sex, septem, octo, novem, decem.

俄语：Один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять.

法语：Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix.

意大利语：Uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove, dieci.

德语：Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehn.

英文：one, two, three, four, five, six, seven, eight, nine, ten.

为了方便体会对英、德、法等语种与数字相关表达的影响，希腊语的0—10及其拉丁语转写罗列如下：μυδεν (meeden, 0), ένας (enas, 1), δύο (duo, 2), τρεις (treis, 3), τέσσερα (tessera, 4), πέντε (pente, 5), έξι (hexi, 6), επτά (hepta, 7), οκτώ (octo, 8), έννέα (ennea, 9), δέκα (deca, 10)。梵语的1—10，可惜我只看得懂拉丁语转写，也罗列如下：eka (1), dvau (2), trayas (3), catvaras (4), paca (5), sat (6), sapta (7), astau (8), ava (9), dasa (10)。西语同梵语的关系，从这些数字来看几

乎是显然的。顺便说一句，发现西语源于梵语，提出印欧语系这个概念的人是物理学家哈密顿，就是那个命名了Hamiltonian的Sir William Rowan Hamilton。物理学，如同数学，首先是一门语言，自然语言。这下你相信了吧！

德语的11—20是elf, zwölf, dreizehn, vierzehn, fünfzehn, sechzehn, siebzehn, achtzehn, neunzehn, zwanzig。这里elf 11是新词，zwölf 12和zwanzig 20是基于2构造的词，13—19用的是个位数字+zehn (10)的方式。再往后，dreißig 30, vierzig 40, fünfzig 50, sechzig 60, siebzig 70, achtzig 80, neunzig 90，则是个位数字+zig的形式，而zig就是zehn 10的变体。这个体系，大体和中文数字体系相同，但它别扭的地方是念两位数时要先念个位数。

英语是条顿化了的德语，自然其数字的表示也和德语有渊源。英文的11—20为eleven 11, twelve 12, thirteen 13, fourteen 14, fifteen 15, sixteen 16, seventeen 17, eighteen 18, nintein 19, twenty 20，可见eleven 11是新词(字面是10后1)，twelve 12和twenty 20是基于2构造的词(twenty，即意大利语的venti)，13—19用的是个位数字+teen的方式。这里的teen就是ten 10。因为13—19都以teen结尾，所以英文的teenager (teen+age+r)就是年龄在13—19岁的人。汉语把teenager译成少年，有失偏颇。

意大利语的11—20的说法是：undici 11, dodici 12, tredici 13, quattordici 14, quindici 15, sedici 16, diciassette 17, diciotto 18, diciannove 19, venti 20。注意，11—16都是把10放在后面，而自17

起，10放到了前面。30—90依次是trenta 30, quaranta 40, cinquanta 50, sessanta 60, settanta 70, ottanta 80, novanta 90。大数数字用cento, mille, milione, miliardo (10⁹)。

法语的11—20依次是onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize, dix-sept, dix-huit, dix-neuf, vingt，其中11—16是个位数+ze(比较德语的10, zehn)的结构，17—19是10(dix)+个位数的结构，vingt 20是基于2的新词。后面的数字，采用的是trente 30, quarante 40, cinquante 50, soixante 60分别加上1—9构成的。注意，它的six 6, seize 16, soixante 60的写法，字头也不尽相同。到了70，麻烦来了，法语采用的是60+的模式，用短杠连接，如soixante-trois 63, soixante-treize 73。因为un 1和onze 11是元音开头的，为了可读性，有soixante et un 61和soixante et onze 71的写法。到了八十，更麻烦了，八十被用20进制表示成了quatre-vingts (4个20)，81—99是用quatre-vingt+1—19构成的，如quatre-vingt-onze 91, quatre-vingt-dix-sept 97。其大数单位为cent, mille, million, milliard，与拉丁语同。法语的1%用的是centieme。一个货币单位，1元，的1%为1分。我记得中文的《我的叔叔于勒》等汉译法国文学作品里是把分分钱译成生丁的，其实没必要。

为了掌握西文数词，必须要深入、详细地了解拉丁语和希腊语数词，因为这是现代西文数词的基础。一些新出现的词如果包含数字，一般都会以拉丁语或者希腊语为基础构造，这显得有学问。虽然学习自然科学的人都非常熟悉希腊语的字母，但习惯阅读希腊文字的

人不是太多,因此在下面介绍希腊语数词时,注音符号大多时候就不加了,因为输入不方便。希腊语数字会加上相应的拉丁化形式(可能有误!),这样大家就能从英语、德语或者法语文献中的数词看到其可能的希腊语来源了。

希腊语的一些基数词(拉丁语转写)如下,注意与上节中略有出入,这是希腊语自己有变迁的缘故,转写也没有规范,还有随性的变化。许多希腊语词转入拉丁语就造成了谬误且流传了下来。ένα (ena) 1, δυο (dyo) 2, τρία (tria) 3, τέσσερα (tessera) 4, πέντε (pente) 5, έξι (eksi) 6, επτά (hepta) 7, οκτώ (octo) 8, εννέα (ennea) 9, δέκα (deka) 10, έντεκα (enteka) 11, δώδεκα (dodeka) 12, δεκατρία (dekatria) 13, δεκατέσσερα (dekate tessera) 14, δεκαπέντε (dekapente) 15, δεκαέξι (dekaeksi) 16, δεκαεπτά (dekahepta) 17, δεκαοχτώ (dekaoxto) 18, δεκαεννέα (dekaennea) 19, είκοσι (eicosi) 20, εκατό (hekato) 100, χίλια (xilia) 1000, εκατομμύριο (ekatommyrio) 1000000。拉丁语系的 mille 猜测是来自 χίλια, milliard 来自 μμύριο。另外,在 μια φορά (mia fora, once), δυο φορές (dyo fores, twice) 的表达中, μια 是比较特殊的。希腊语数字也有阴阳性的问题,比如 1, είς (阳性。让人想起德语的 eins), μία (阴性), εν (中性 en。让人想起英语的不定冠词 an); 2, δύο, (duo); 3, τρεῖς (阳性, 阴性, treis), τρία (中性, tria); 4, τέτταρες (阳性, 阴性, tettares), τέτταρα (中性, tettara), 等等。太麻烦了。

希腊语的序数词(拉丁语转写)如下: πρώτος (protos) 1, δεύτερος

(deyteros) 2, τρίτος (tritos) 3, τέταρτος (tetartos) 4, πέμπτος (pempptos) 5, έκτος (hectos) 6, έβδομος (evdomos) 7, όγδοος (ogdoos) 8, ένατος (enatos) 9, δέκατος (dekatos) 10, ενδέκατος (endekatos) 11, δωδέκατος (dwdekatos) 12, δέκατος τρίτος (dekatos tritos) 13, δέκατος τέταρτος (dekatos tetartos) 14, δέκατος πέμπτος (dekatos pempptos) 15, δέκατος έκτος (dekatos ektos) 16, δέκατος έβδομος (dekatos evdomos) 17, δέκατος όγδοος (dekatos ogdoos) 18, δέκατος ένατος (dekatos enatos) 19, είκοστός (eikostos) 20。如今英文里的源自希腊语的数字,可能字面上没有序数词的意思,但却又是来自希腊语的序数词,如 tetrahedron, (正)四面体,来自 τέταρτος (第四)。

注意,希腊人是把字母当作数字使用的, α 1, β 2, γ 3, δ 4, ε 5, ζ 7, η 8, θ 9, ι 10, κ 20, λ 30, μ 40, ν 50, ξ 60, ο 70, π 80, ρ 100, σ 200, τ 300, υ 400, φ 500, χ 600, ψ 700, ω 800, 注意 6, 90, 900 比较特别,看似更像希伯来语字母,或者是古字母弃置不用了? 输入不便,故此处不论。

拉丁语的基数词 1, 2, 3 有性的变化。1, unus (阳性), una (阴性), unum (中性); 2, duo (阳性、中性), duae (阴性); 3, tres (阳性、中性), tria (阴性)。四以后没有性的变化。4, quattuor; 5, quinque; 6, sex; 7, septem; 8, octo; 9, novem; 10, decem; 11, undecim; 12, duodecim; 13, tredecim (decim et tres); 14, quattuordecim; 15, quindecim; 16, sedecim; 17, septendecim; 18, duodeviginti (二十少二。或者 octodecim); 19,

undeviginti (二十少一。或者 novendecim); 20, viginti; 21, viginti unus; 22, viginti duo; 23, viginti tres; 30, triginta; 38 duodequadraginta (四十少二); 39 undequadraginta (四十少一); 40, quadraginta; 48, duodequinquaginta (五十少二); 49, undequinquaginta (五十少一); 50, quinquaginta; 60, sexaginta; 70, septuaginta; 80, octoginta; 90, nonaginta; 100, centum; 200, ducenti; 300, trecenti; 400, qudringenti; 500, quingenti; 600, sexcenti; 700, septingenti; 800, octingenti; 900, nongenti; (100 至 900, 是复数形式的,有性的变化。前面给出的是阳性复数形式,阴性复数形式结尾为 -ae; 中性复数形式结尾为 -a); 1000, mille。

拉丁语的序数词变化很烦,但是影响着现代西语中的序数词形式,所以还是应该知道。第 1, 2, 3 有性的变化。第 1, primus; 第 2, secundus 或者 alter; 第 3, tertius; 第 4, quartus; 第 5, quintus; 第 6, sextus; 第 7, septimus; 第 8, octavus; 第 9, nonus; 第 10, decimus; 第 11, undecimus; 第 12, duodecimus; 第 13, tertius decimus; 第 14, quartus decimus; 第 15, quintus decimus; 第 16, sextus decimus; 第 17, septimus decimus; 第 18, duodevicesimus (octavus decimus); 第 19, undevicesimus (nonus decimus); 第 20, vicesimus; 第 21, vicesimus primus (unus et vicesimus); 第 22, vicesimus secundus (alter et vicesimus); 第 30, trigesimus (tricesimus); 第 40, quadragesimus; 第 50, quinquagesimus; 第 60, sexagesimus; 第 70, septuagesimus; 第 80, octogesimus; 第 90, nonagesi-

mus; 第 100, centesimus; 第 200, ducesimus; 第 300, trecentismus; 第 400, qudringentismus; 第 500, quingentismus; 第 600, sescentismus; 第 700, septingentismus; 第 800, octingentismus; 第 900, nongentismus; 第 1000, millensimus; 第 2000, bis millensimus, 等等。

还有罗马数字的说法, 即拉丁语用字母表示数字, 这些表示法还见于钟表、墓碑以及一些文献中。具体地, 1, I; 2, II; 3, III; 4, IV, IIII; 5, V; 6, VI; 7, VII; 8, VIII; 9, IX, VIIII; 10, X; 11, XI; 12, XII; 13, XIII; 14, XIV, XIII; 15, XV; 16, XVI; 17, XVII; 18, XVIII; 19, XIX, XVIII; 20, XX; 21, XXI; 22, XXII; 28, XXVIII; 29, XXIX, XXVIII; 30, XXX; 38, XXXVIII; 39, XXXIX, XXXVIII; 40, XL, XXXX; 50, L; 60, LX; 70, LXX; 80, LXXX; 90, XC (一百少十), LXXX; 100, C; 101, CI; 200, CC; 300, CCC; 400, CD (五百少一百), CCCC; 500, D; 600, DC; 700, DCC; 800, DCCC; 900, CM (千少一百), DCCCC; 1000, M; 2000, MM。这里, X (10), 是两个 5 (V)。L (50), L 是字母 C (100) 的下半部; C (100) 是 centum 的首字母, M (1000), 是 mille 的首字母。

相较于拉丁语, 意大利文的序数词简单多了, 这代表的是该语系的正确演化方向。意大利文的序数词 1—10 为 primo, secondo, terzo, quarto, quinto, sesto, settimo, ottavo, nono, decimo。自 11 起, 序数词由基数词(略有变化)加词尾-esimo 构成, 如 sedicesimo 16, diciassettes-

imo 17, 等等。

英文中的多少周年周年纪念、植物多少年生等带数字的表达, 用的是拉丁语表示, 但也偶尔有希腊语和一些古怪的表达法, 兹罗列如下(括号里为对应的数字): Biennial (2), Triennial (3), Quadrennial (4), Quinquennial (5), Sexennial/Hexennial (6), Septennial (7), Octennial (8), Novennial (9), Decennial (10), Hendecennial (11), Duodecennial (12), Tredecennial (13), Quattuordecennial (14), Quindecennial (15), Sextodecennial (16), Septendecennial (17), Duodevigintennial (20 - 2), Undevigintennial (20 - 1), Vigintennial or vicennial (20), Trigintennial (30), Quadragennial (40), Semicentennial or Quinquagenary (半百, 50), Sexagennial (60), Septuagennial (70), Demisesquicentennial or Septuagesiquintennial (半一百五十, 75), Octogintennial (80), Nonagintennial (90), Centennial (100), Quasquicentennial (125), Sesquicentennial (150), Septaquinquacentennial or Terquasquicentennial or quartoseptennial (175, $3 \times 25 + 100$, $7/4 \times 100$), Bicentennial (200), Quasquibicentennial (225), Semi-quicentennial or bisemicentennial (250, 半个五百, 两个半百), Tercentennial or Tricentennial (300), Quadricentennial 或者 Quatercentenary (400), Quicentennial (500), Quinsemicentennial (550, 五个半百), Sexacentennial (600), Septuacentennial or Septcentennial (700), Octocentennial (800), Nonacentennial (900), Millennial (1000), Bimillennial (2000), Quindecimillennial (15000), etc.

4 关于零的表述

据说菲波那契在他的《算书》(*Liber Abaci*) 里把阿拉伯的 0 (sifr) 译成了 cephyrum, 在意大利语中它变成了 zefero, 最后变成了法文的 zéro 和英文的 zero。在德语里, 这个字变成了 Ziffer, 是数字的意思, 对应英语的 cipher。Cipher 作动词成了密写、解算术难题, 进一步地, decipher 是破解数字密码。德语里的 0 是 Null。电线接法里面的零线, 德语是 Nulleiter。测量仪器的零位是 Nullage。此外, 德语的 Nicht 是 not, nothing, 但表达 0.0 时会说 null comma nichts。

法语的 0, 既有 zéro, 也有 nul。Null 作为 0 在英语中也常见。Michelson—Morley 实验不能证实有地球相对于固定以太的运动, 但他们(或者持存在光以太观点的人们)原以为是有的, 因此这个实验被说成是 failed to detect the existence of ether, 或者 failure of the Michelson—Morley experiment to detect the existence of ether, 这里的 failure, fail, 不是说实验失败了, 而是指取得了 null-result, 零结果——那个期待的地球相对以太的运行速度得到的确实是零结果。另一个用法是 null method (zero method), 即将待测信号同已有信号同时引入探测器, 两者相等时会使得探测器零响应(zero response)。用 Wheatstone 电桥法测电阻, 用的就是这种策略。“安培于是切换到 null method, 他相信这个方法能提供精度和一般性, 其结果只能得到 zero。”^[5]

英语里源于 null 的词有不少, 如 nullification 归零, (法令)废止, nullable (可空的)。此外, ought 指任

何事物，零，见于 for aught I care. Naught 就代指 0，有 comes to naught 的说法。Nought 也是 0。在拉丁语中，nihil 是 nothing，是 0，量子力学中的 annihilation operator (湮灭算符)，其词干就是 nihil。Nihil 的缩写 nil 在英语里是 0，见于 nilpotential 等数学概念，“the nilpotent (0) ensures that they are unique (1) units (1)”。你看这里 0 作为单元和 1 联系起来。zero 是加法的 identity 元素，任何数加 0 等于自身。1 是乘法的 identity 元素，任何数乘以 1 等于自身。只有乘法的封闭体系构成了群，既有乘法又有加法的封闭体系构成了代数 (algebra，字面意思是阿拉伯语的加法)。

小时候在乡下读书，同学中考零分的事情时常发生，老师会诙谐地说“给你个大鸭蛋，拿回家去就着馍吃。”鸭蛋代表 0 绝对合格，西人也说“the resemblance between an egg and a nought。”Egg 代表数字算啥神奇，它还是行星绕太阳轨道的首选呢。有趣的是，在英语中还会用 love 代表零，在足球网球比赛中，三比零会说成 three love。一场 0:0 的比赛会被描述为 love-all。这里的 love，是对法语 l'oeuf，the egg (蛋)，的(故意?)误用。另一说法是英国在 17 世纪就有 play for love 的说法，意思是没有彩头的比赛，除了 love 以外没有别的考量——靠玩公益发财的都这么说。

5 数的进制

用有限的符号，表示无限个的数字，数系 (numerical systems) 就自然生成了。二进制 (base 2-, binary)，只用两个基数就够了。黑白、上下、左右、有无、开关等物理状

态，都可以赋予 0 和 1 的角色来实现二进制。但是，有无、开关这类的物理体系，无信号的状态是容易造成误判的，故可靠的体系都会选择有信号的状态再进一步区分两种状态出来，比如摩尔斯码用电磁波信号的长短来区分 0 和 1，而模拟电路会采用高低电平来区分 0 和 1。二进制是莱布尼兹 (1646—1716) 发展出来的，可见其出现之晚。它应该是属于抽象的、公理化层面的存在。

计数是人类最初的科学实践，最方便的工具就是自身的手指，故数字是 digital (来自 digitus，手指)。两手伸开，如果不出意外，我们会发现我们每只手有 5 个手指头。五是自然的进制，历史上军队以五人为一小组，设伍长，有队“伍”之说。我们两手共有 10 个指头，所以十进制最后成了最常用的进制。The decimal numeral system (also called base ten or occasionally denary) has ten as its base，这句话里的 decimal, ten, denary 都来自数字 10。在 10 不够用的场合，算算术要连脚丫子一起上的，所以有 20 进制 (vigesimal)。此外，一年有 12 个月，那是因为一年的天数 (~365.25) 除以一个月的天数 (~29.5) 约等于 12，是取整得来的。10 和 12 的最小公倍数是 60，西方有 60 进制 (sexagesimal)，中国的天干地支纪年也是采用 60 进制。一年有 365 天，取整，得 360。360 是一个有大量除数的数，好用。我们看到，一个圆被分出 360 度，或者分成 12 个扇面，每个扇面表示 1 小时。一个小时，或者一度，又被分成了 60 小部分，称为 pars minuta prima，字面意思是第一级小部分，以 minuta (小) 表示之，故 minuta 汉译为——或者说对应汉语的——分，很恰当。把第

一级小部分再细分成 60 小部分，称为 pars minuta secunda，字面意思是第二级小部分，以 secunda (第二) 表示之，secunda 汉译为秒 (小也。参照渺)。如果愿意，还可以定义 pars minuta tertia，第三级小部分。我们看到圆的度数 360 不是一个关于圆的好量度，你把它定义成 60 度也行。圆的正确度量是其弧度为 2π ，这是一个等曲率曲线之积分长度与其曲率半径的比值，是关于一个特殊几何对象的微分几何描述。

印度的数进制特别乱。有十进制，那是肯定的。在耶柔吠陀梵书 (Yajurveda Samhita) 中有 eka (1), dasa (10), sata (100), sahasra (1000), ayuta (1000), niyuta (10000) 等关键词。这些十进制的数字项被称为 dasagunottara samjna (decuple terms)。这些梵语词进入了西文中，比如 1 在希腊语和俄语 (ena, odin) 中，10 就是 deca，而 sata 就是 centa。门捷列夫曾用梵语的一、二、三 (eka, dvi, tri) 做前缀命名他所预言的八种元素。他精确地预言了他称为 ekasilicon ekaaluminium 和 ekaboron 的元素，就是今天的 germanium (锗), gallium (镓) 和 scandium (钪)。印度还有二十、六十和百进制。据《摩僧律》卷十七记载，一刹那者 (箭头穿过一片花瓣的时间定义为一刹那。这再再说明，时间不过是物理事件的计数!) 为一念，二十念为一瞬，二十瞬为一弹指，二十弹指为一罗预 (亦作罗豫、腊缚)，二十罗预为一须臾，一日一昼为三十须臾。又据《大智度论》卷三十载，六十念为一弹指。可见 20 进制和 60 进制在古代印度已然成形。此外还有百进制的。《佛说普曜经》(Lalitavistara) 中有百进制 (centesimal scale) 的数，在

那里 koti 是 10^7 , 100 kotis 是 1 ayuta (10^9), 100 ayutas 是 1 niyuta (10^{11}), 100 niyutas 是 1 kankara (10^{13}), 等等。

法语的数字是 10-, 20-, 60-进制混用的, 也算是奇葩。英语中也保留了表示 12 和 20 的专门的词 dozen 和 score。英语的 dozen, 字面就是 $2+10$, 故是 12, 汉语将之音译为“打”, a gross=a dozen dozen, 即 144。不知这可否看作是 12 进制的表示。在 A. E. Housman 的这首诗中, “Now, of my threescore years and ten, Twenty will not come again, And take from seventy springs a score, It only leaves me fifty more”, score 是 20。所谓 three-score years and ten, 就是汉语的 70 高龄。

二进制物理上容易实现, 但一个位(bit, a small piece)只能表示两个数, 这样表示的数字会很长。4 个 bits 可以表示 16 个数, 编程的时候就可以用 16 进制, hexadecimal system。在电子学和计算机科学领域, 会把 8 个 bits 称为一个 byte (字节), 可表示 512 个数。再多一位, 可表示 1024 个数, 1024 在这个语境下被表示为 1 k (kilo, 千)。

十进制用于表示小数, 便利明显。荷兰学者 Simon Stevin (1548—1620) 于 1585 年出版了小册子 *de Thiende* (荷兰语 1/10), 引入了十进制的小数 (decimal fraction)。有了十进制小数, 则比如 0.66 是当作 66 个 0.01 处理的。这个十进制用于重量/长度的测量、铸币以及弧的划分等。十进制的小数, 英文为 a decadic fraction, 长相类似 0.893425671; 二进制的小数, 英文为 a dyadic fraction, 形如 0.10010110; 而三进制的小数, 英文是 a triadic fraction, 形如 0.212201102, 等等。

数字用不同的进制表示, 结果是不同的, 但是数论研究的数自身的性质, 与进制无关。比方说 9 是个平方数, 用什么进制表示都不改变这个事实, 这叫科学。科学的特征是刚性, 跟科学家的脾气和性别无关。自然决定了数学的结构。

6 西文的大数表示

西文表示大数字, 一般是用拉丁语词头, 仍以英语为例讨论。在美国以及所谓的学术界 (scientific community), 大数字以 10^3 为单位分段, 词干 “llion” 对应的是 10^3 。在这个体系里, 大数依次是 thousand 10^3 , million 10^6 , billion 10^9 , trillion 10^{12} , quadrillion 10^{15} , quintillion 10^{18} , sextillion 10^{21} , septillion 10^{24} , octillion 10^{27} , nonillion 10^{30} , decillion 10^{33} , 等等。这里的规律是, n -llion 代表的数字, n 用拉丁语给出, 是 10 的 $(n+1) \times 3$ 次方。所以, 例如 novemdecillion 字面上是 19-llion, 代表的数字是 $10^{(19+1) \times 3} = 10^{60}$ 。在英国 (整个欧洲?) 的体系里, thousand 10^3 , million 10^6 , 1000 million or milliard 10^9 , billion 10^{12} , trillion 10^{18} , quadrillion 10^{24} …。这里的规律是, n -llion 代表的数字是 10 的 $6n$ 次方。在这个体系里, 举例来说, $10^{60} = 10^{10 \times 6}$, 所以是 decillion, 即 10-llion。

还存在关于其它奇葩大数的专门表述。Googol 是 10^{100} 。因为一个有钱没文化的主儿错签了支票, 这个字变成了 google (有钱是硬道理啊!)。因为更加没有文化, 这个 google 进一步地变成了谷歌。有趣的是, 谷歌的中文对应物为百度, 不知可否理解为 10 的一百度自乘, 这恰是 10^{100} 。Googolplex 是 $10^{\text{googol}} =$

$10^{10^{\text{googol}}}$, gigaplex 是 1 后面跟 1 trillion 个零, 更吓人。此外, zillion 表示任意大的整数。作为记号, n -plex 代表 $10^n = 10^n$, n -minex 代表 $10^{(-n)} = 10^{-n}$ 。据说数学证明用到了 $10^{\text{googolplex}}$ 这么大的数。

大数的产生, 如在印度与玛雅文化中, 是为了因应计时和天文学 (星星太多了) 的需求, 故大数有天文数字之说。遇到大数, 没有约定的数学计数体系的话, 可干脆就用具体的物理对象做类比来形象地加以描述, 如印度人的恒河沙数。含含糊糊也是一种策略, 如英文的 billions upon billions, miriads of millions, 以及中文的多如牛毛、数不胜数、不计其数, 等等。大数儿自然也见于微观世界, 如细菌的数目, 一滴水中水分子的数目, 这些都是大数。丹麦诗人 Piet Hein 写了一首名为 *atomyriades* 的诗, 这题目就是 atom+myriad。这首诗原文照录如下:

Nature, it seems is the popular name for millions and millions and millions of particles playing their infinite game of billiards and billiards and billiards. 看到没, 诗里有 millions and millions and millions 和 billiards and billiards 的说法。

就运算而言, 排列组合中时刻用到的阶乘 (factorial) 轻易就能产生大数。为了处理 $n!$, 引入了 Stirling 近似, $\ln n! = n \ln n - n + O(\ln n)$, 这个公式是统计物理学的灵魂。一个人人口大国, 让人们在同一时刻以传统节日的名义互访, 是对阶乘的蔑视。

7 10次方记号体系

在 10 次方记号体系中, 数字同数字前缀 (缩写。注意大小写!) 可总结如下, 10^{24} yotta- (Y), 10^{21} zetta-

(Z), 10^{18} exa- (E), 10^{15} peta- (P), 10^{12} tera- (T), 10^9 giga- (G), 10^6 mega- (M), 10^3 kilo- (k), 10^2 hecta- (h), 10^1 deca- (da), 10^{-1} deci- (d), 10^{-2} centi- (c), 10^{-3} milli- (m), 10^{-6} micro- (μ), 10^{-9} nano- (n. 小九儿), 10^{-12} pico- (p), 10^{-15} femto- (f), 10^{-18} atto- (a), 10^{-21} zepto- (z), 等等。负

10-次方的数, 常见于单位显得太大的物理量的表示中, 比如原子间距的典型值为0.2 nm (nanometer), 电容器常见单位 pF (picofaraday), 激光脉冲宽度 fs (femtosecond), 等等。记住, 即便是关于同一个物理量, 每一个尺度上也都是截然不同的物理。波长 500 nm 的可见光和波

长 0.5 nm 的 X-光, 光物理是不一样的。同样是波长 500 nm 的可见光, 脉冲宽度为 1 ps 和宽度为 1 fs 的脉冲激光束, 其光路上也在发生不同的故事。

新书资讯

剑桥大学卡文迪许实验室, 在 1904 年至 1989 年的 85 年间一共产生了 29 位诺贝尔奖得主, 这个数字真的令人惊叹! 卡文迪许实验室的前主任马尔科姆·朗盖尔教授, 这位国际公认的大才子, 这位仅靠一次讲座就可以吸粉无数的大科学家, 在剑桥大学传授物理学课程几十年, 针对大学物理教学中一些被忽略的重要方面, 综合与多位学者以及课堂上聪明且能言善辩的学生的讨论, 以全力以赴的工作态度加上热情洋溢的写作风格, 为全世界的读者奉献了这本《物理学中的理论概念》, 一直被剑桥大学卡文迪许实验室用作教材。它不仅限于解决实际的物理问题, 更注重物理概念的历史渊源、物理图像和物理本质。

一般的大学物理教材, 总是把知识分割成力学、热学、电磁学、光学、原子物理学来阐述。而本书打通了这些本不该被分立的知识体系, 模

糊了彼此的界限, 体现职业物理学家处理问题时用到的整体观, 以严谨的理论逻辑为主线, 7 大专题, 脉络清晰, 连续而深刻地对物理学整体进行了总结和提升。

本书以一种独创、新颖且全面综合的方法对物理学中的理论研究进行了探讨, 并以真实的物理学是科学家不断探索和实践的结果的视角阐述主题。作者试图将本书作为大学本科高年级物理课程的补充读物, 并假定读者对普通物理的知识已有所了解。利用对 7 个专题的系列研究, 作者着重描述了理论物理学中某些最难的观念、科学家们充满智慧的艰难探索, 以及研究和发现所带来的激动和欣喜。这些专题研究包括牛顿运动定律和万有引力定律起源、麦克斯韦方程组、线性/非线性力学与动力学、热力学与统计物理、量子概念起源、狭义相对论、广义相对论与宇宙学。

读者和编者



码上有书