

物理学咬文嚼字之一百

万物皆旋(下)

曹则贤[†]

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

2018-05-17 收到

[†] email: zxcao@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20180910

4 Spiral

Spiral, spire, 与 to turn 有渊源。大自然用 spiral 来创造许多结构, 比如植物的卷须(tendrils), 星系的旋臂(curling arms of galaxies), 还有螺壳, 所以汉语将之译为螺旋。弯曲是在有限空间获得长度的策略, 是动植物都会自动采用的策略。转动的流体, 常常会形成弯曲的花样, 不过区别于 vortexes, spirals not closed as circles (螺旋不会闭合为圆)。转动的物体喷流, 在实验室观察到的是甩出了很漂亮的 spirals。从旋转圆盘上飞出去的物体在实验室参照框架里看是匀速直线运动, 但从飞出去那点看就是一条螺旋线。

平面螺旋线总可以用极坐标写成 $r=f(\theta)$ 的形式, 最简单的莫过于阿基米德螺旋, $r=a\theta$, 卷曲的弹簧就是这样的螺线。稍复杂点的有对数螺旋, $r=r_0e^{a\theta}$, 笛卡尔 1638 年第一次引入这个概念。Logarithmic spirals are also congruent to their own involutes, evolutes, and the pedal curves (对数螺线的渐屈线和渐伸线都是对数螺线; 自极点至切线的垂足的轨迹也是对数螺线) (图 14)。圆的渐开线(involute, 讨论见下)的参数方程为 $x=a(\cos\theta+\theta\sin\theta)$, $y=a(\sin\theta-\theta\cos\theta)$, 这是一个绕圆柱不断缠绕的绳子的端点

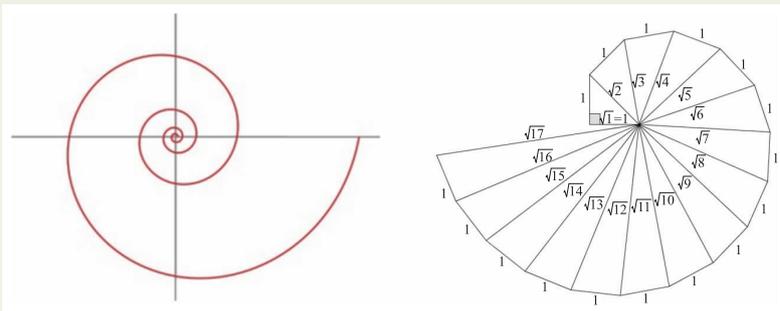


图 14 对数螺旋和西奥多罗斯螺旋

的方程。惠更斯在考虑机械表芯制造时想到了这个问题, 这应该是力学课程必须包含的内容才对^[20]。

一个有趣的螺旋是西奥多罗斯螺旋 (wheel of Theodorus), 也叫 square root spiral (平方根螺旋), 由共边的一系列直角三角形组成, 其中第一个三角形为边长为 1 的等边直角三角形(图 14)。此 spiral 不是光滑曲线。据说 Theodorus of Cyrene (生活在约公元前五世纪)借此证明了从 3 到 17 的所有非平方数都是无理数。

5 Spin & spinor

5.1 Spin 这个词

Spin 这个词来自德语的动词 spinnen, 远一点的词源有拉丁语的 pendere (to hang)。Pendere 的衍生词很多, 见于 appendix, dependence, suspension 等等, 此处不论。德语动词 spinnen, 意思是蜘蛛结网、蚕吐丝结茧以及人纺线、织布。Spin-



图 15 A spider spinning a web

ner, Spinnerin, 就是纺织工、纺织女工, Spindel 是纺锤, 阴性名词 Spinne 就是蜘蛛。蜘蛛会结网, 图 15 中是一只正在结网的蜘蛛, 英语表述为 a spider spinning a web。德语 weben 是织(布), Weber 是织工, 而 Webstuhl 就是纺车、织布机。所谓的 world-wide-web (缩写为 www) 里的 web 就源于此。纺车在我国出现的很早(图 16), 在现代工业出现以前, 纺线一直是很苦的活儿。德国诗人海涅(Heinrich Heine)1845 年的名篇 *Die schlesischen Weber* (西里西亚纺织工人) 是德国无产阶级对旧德国的诅咒, “Deutschland, wir weben dein Leichentuch, Wir weben hinein den dreifach Fluch. Wir we-

ben, wir weben (德意志, 我们织你的裹尸布, 我们织进去三重诅咒。我们织, 我们织)”。在物理中, Weber 是磁通单位, 来自德国物理学家 Wilhelm Eduard Weber (1804—1891)。英语的 spin 保留了 spinnen 纺织、抽丝的意思。康德曾写道: “Any change makes me apprehensive, even if it offers the greatest promise of improving my condition, and I am persuaded by this natural instinct of mine that I must take heed if I wish that the threads which the Fates spin so thin and weak in my case to be spun to any length (任何改变都让我感到惶恐, 哪怕是有改善吾之状况的可能, 本能告诉我必须小心谨慎, 如果我希望命运纺出的又细又不怎么结实的线头还能够延伸出一点儿长度的话)”, 所谓的 I wish that the threads which the Fates spin so thin and weak in my case to be spun to any length 就是希望生命



图 16 汉墓壁画上“纺线图”



图 17 旋转的陀螺和飞盘

能够绵长一点。

Spontaneous, of free will, 出现在 spontaneous symmetry breaking (自发对称性破缺)中的 spontaneous, 和 spin 是同源词, 没想到吧? 如果知道了 spontaneous 的 resulting from a natural feeling, impulse, or tendency 这层意思, 就不难理解了。

Spin, spinnen, 既然有编织的意思, 那就难免用于编故事。数学讲师 Charles Lutwidge Dodgson 先生, 笔名 Lewis Carroll, 1862 年在一个金色的午后云山雾罩地瞎侃的故事成就了文学史上纯文学家们无法理解的、以 *Alice's adventures in wonderland* (《爱丽丝漫游奇境记》) 为名的伟大一页, 英国人提及这件事时用到的动词就是 spin——“the fairy tale he began to spin ‘all in the golden afternoon’”。Spin, 编织故事, 有倾向性地陈述, 尤指以有利于自己的口吻描述, 例如 His grandmother spun him a yarn at the fire (奶奶在火炉边给他讲故事), The explorer spun many fantastic tales about his adventures in the primeval forests (那探险家杜撰了许多他在原始森林里历险的离奇故事)。如果编的故事充满 gross exaggerations and barefaced



lies (无边的夸张和赤裸裸的谎言), 这样的编故事就是 spin-doctoring (作博士状忽悠)。原谅我斗胆接着生造个字 spin-professing (作教授状忽悠) 或者 spin-professing (直接绕晕大白话), 这个我生活中倒是见得多一些。英国老牌科学家好象不怎么善于 spinning, 据说 nothing was more alien to his mental temperament than the spinning of hypotheses (再也没有比编造假说更与他(波义耳)的气质相悖的了), 而牛顿干脆宣称 hypotheses non fingo (俺不作假设)。就牛顿和波义耳这样的品行和学问, 搁俺们这儿估计连个副教授都评不上。

5.2 Spin 的经典物理意义

纺车的运动特征就是绕轴旋转, 轴在自身所覆盖的空间里。Spin 作为及物动词和不及物动词都是这个意思, 见于 a spinning top, a spinning disk (图 17), a spun coin comes up “heads” or “tails”。A spinning top, 将一根火柴穿过橡胶的瓶子盖就做好了, 笔者习惯的乡下话称之为拧拧转, 非常形象。陀螺的转动是 spun up by Coriolis force (陀螺受科里奥利力驱动)。盘旋大概是可以用来翻译 spin 的, a butterfly that dips and spins in the flowers (在花丛间上下翻飞、前后盘旋的蝴蝶)。Spin copter, 估计是仿照 helicopter 造的词。Helicopter, helio-, helix, 是螺旋, 而 ptero-, 是翅膀, helicopter 是旋翼机。Ornithopter, ornis-, 鸟儿, 是扑翼机。此外, a gyroplane or gyrocopter, 字面来看也是旋翼飞机。

Spinning 的物体, 因为惯性, 如果没有足够强的向心牵引是会飞出去的。一团流体滴到 fast spinning disk 表面上, 则除了吸附到固

体表面上的部分，其它的都会被甩出去(spun off)，留下一层厚度还算均匀的薄膜。这种制备薄膜的方法就称为 spin coating (旋涂)。街头摊鸡蛋饼也可以使用这套设备。Spin off，甩出去一块(建立分支机构)，spin-off 就是分支机构或者副产品，而The stars will spin out planets (恒星会甩出行星)，是行星的形成机理。

经典物理语境下的 spin，就是绕自身一个轴的转动，self-rotation，自旋、自转。The earth is in continual motion around the sun, spinning on its axis all the time (地球不停地绕太阳运动，且不停地绕轴自转)。It spins as it revolves around the sun (它绕着太阳 revolve 自己还 spin)。Every fifteen months to three years, Mars is engulfed in a dust storm that can last for months, and every day there are dust devils, tornado-like columns of spinning dust, 这里的 columns of spinning dust 是打着旋的尘埃柱。The Universe is seen as a giant clock, full of spinning wheels (宇宙被看作是一架巨型钟表，满是 spinning 的齿轮)。康德正确地推测银河系是 a large disk of stars, formed from a (much larger) spinning cloud of gas, 恒星形成自旋转的气体云，此即星云说。黑洞可以只用两个基本特征来描述：质量和自旋。Black hole spins, 愚以为还是用自转来翻译这里的 spin 比较好，当然啦，自旋也不该总被理解为现代意义上的 spin。自转的黑洞，其周围的物质也是打着旋飞向黑洞的，涡旋的物质所发出的 X 射线(X-rays emitted by swirling disks of matter)会透露关于黑洞自转速度(spin rate)的信息(图 18)。据信，中子星 spin 的周期跨度达六个

数量级，也是比较令人头疼的问题。

对于任何有限尺寸的存在，自身绕轴转动都是必然。而对于不考虑其尺度的电子之类的存在，有自旋(spin)的问题，确乎需要特殊的考虑。当 the spin corresponds to a one quantum rotation (spin 对应一个单量子的 rotation)时，它拥有了比 self-rotation 更丰富的内容。

5.3 近代物理意义下的 spin

设想电子也是有尺寸的，则围绕原子核运动的电子象围绕太阳运动的地球一样 spin 就是自然而然的。杨振宁先生曾撰文称自旋有趣又极难理解，自旋概念涉及三个方面的物理：1) 经典的转动，2) 角动量的量子化，和 3) 狭义相对论^[21]。电子自旋概念的起源，一个是铁磁性(A. H. Compton, 1921)，另一个是反常塞曼效应，与磁场下光谱线的分裂有关。1925年 Pauli 提出不相容原理，引入了描述原子中电子的第四个量子数(自旋的概念已是呼之欲出)。但物理史上有由 Stern—Gerlach 实验导出空间量子化的概念——银原子束在非均匀磁场下分成两束，这个二值问题(two-valuedness)是泡利要考虑的因素之一。据说 Uhlenbeck 和 Goudsmit 听了泡利的报告就提出了电子自旋的概念，但泡利反对 self-rotation 意义下的 spin，而几个月后 Uhlenbeck 和 Goudsmit 建议引入自旋这个 internal degree of freedom (内禀自由度，intrinsic degree of freedom)^[22]，此时原子中电子的第四量子数和自旋这个内禀自由度还不是一回事。1926年，Llewellyn Thomas 用自旋这个概念解释了自旋—轨道耦合(spin—



图 18 绕自转黑洞的whirling disk of matter 辐射X射线

orbital coupling)里的因子 2 (the ratio between magnetic moment and angular momentum due to the spin is twice the ratio corresponding to an orbital revolution)，自旋的概念迅速为人们所接受。^[23] 另一说法是，乌伦贝克和古德施密特的大胆而且有点不太合理的建议几乎是立马就被接受了。几次在火车站换车的间隙中进行的匆匆讨论，好象就说服了泡利和海森堡这样级别的科学家。这些年轻人充分认识到，自旋不可以用转动的词汇作字面上的解释。1928年，狄拉克的相对论量子力学方程表明自旋是带电粒子的相对论理论下的天然特征。Spin 不再是 self-rotation, it is truly “classically indescribable”，没有经典物理量与它对应。真的是这样吗？存在所谓的经典不可描述？They (particles) “spun”——whatever that meant——in more exotic dimensions(粒子在更诡异的维度上 spin, 不管 spin 到底是啥意思)。^[24]

粒子有电荷、质量和自旋等特征。电荷本身是内禀量子数，对应的对称性也是内部对称性；电荷耦合到外界的方法也是通过相位关系(所以有规范场是相位场的说法)而不是时空关系；自旋本身是个内禀量子数，但它对应的对称性是静止态下的空间旋转对称性；和外界参数耦合也是靠简单的角动量守恒关

系,或者是扩展到一般的旋转对称性。换句话说,自旋和电荷在内禀这个意义上还是完全不同的,电荷是一个内部参数,而自旋在内部、外部都有表现。自旋的存在代表了时空性质和内禀参数的一种耦合,代表时空性质的那一面是空间转动,代表内禀性质的那一面是表示有限性(只能用有限维度表示来描述粒子),然后相对论跟两边都联系在一起,至于两边是不是相对论的“部分”,这个倒不好说。电子的自旋,其意义是三重的:1)个体的,反映在磁矩上;2)时空的,反映在相对论度规和转动群上;3)群体的,反映在统计行为上——根据自旋是 $\hbar/2$ 的奇数倍或者偶数倍,粒子分别遵循 Fermi—Dirac 统计或者 Bose—Einstein 统计。自旋为 0 也算有自旋吗?自旋到底是局域的还是非局域的,笔者不懂。感觉上自旋应该与质量、电荷都不同。自旋更特别!

自旋同粒子物理有重要的关联。时空的 isometries 实际上没能穷尽所有转动粒子的方式。转动 0 和转动 2π 不是 (homotopic) (holotopic, 同伦的)的。在三维空间中一个电子转动 2π 后其相位是相反的^[25]。自旋为 $n/2$ 的粒子,在转动 $4\pi/n$ 下是不变的(可见自旋为 0 的粒子算进来会有麻烦)!外尔在他的 *The Classical Group* 一书中指出欧几里得几何肯定在深层次上同自旋表示的存在相联系。爱因斯坦曾为时空中的每一个点引入局域的一组坐标轴(即所谓的 Vierbein, 四条腿表示),而外尔在表述旋量场同广义相对论度规之间关系时,发现了四条腿表示(Vierbein)的一个用自旋语言(in terms of spin)的自然诠释。

电子在固体中作为一种流体,

输运性质长期关注的是电子的电荷特征。电气技术和信息技术所代表的两次工业革命都利用了电子的电荷特征。电子自旋受磁场影响,其传导可以被开关。近些年来,电子的自旋特征作为一种可输运、可操控的特征,得到了应用指向的系统研究,形成了自旋电子学(spintronics)此一新学科,出现了一大批自旋+概念和器件,包括 spin-valve (自旋阀), spin-battery (自旋电池), 等等。

5.4 质子与中子的自旋

电子、质子和中子是物质的三大构成单元。电子有自旋,质子、中子也有。大约在 1924 年泡利就假设原子核有自旋来解释光谱线的超精细结构。质子有自旋来自对氢分子的热力学—统计行为分析,在 *The story of spin* 一书的第四讲中有细节的讨论^[26]。中子是 1932 年发现的,应该说自旋的讨论是中子概念被构思的重要启发途径——自旋各为 $1/2$ 的质子—中子构成原子核的模型可以解释原子核的自旋问题,而卢瑟福的质子加上质子—电子中性体构成原子核的模型就遭遇了自旋难题。中子自旋(磁矩)是从原子核的统计行为得来的,从来就和电动行为无关。

近些年来理论有所谓夸克只携带了质子自旋很小的一部分的说法,造成了所谓质子自旋危机。相关内容笔者没有追踪,此处不论。不过,以为质子是由夸克组成的,则质子的自旋就该是夸克自旋之和,这个想法有点儿奇特。顺便问一句,组成是啥意思?

5.5 Isospin

Isospin (同位旋) 是 isotopic spin 的缩写,核物理学家也会用 isobaric spin (同重自旋)来描述这个性质。Isospin 是无量纲量,它不是任何自

旋(与角动量有关),只是参照 spin 曾描写电子能量状态的二值性类比而来的。就强作用而言,质量略有差异而带电荷不同的质子和中子可被看作是同一种粒子的两种状态,故 1932 年海森堡引入了 isospin 的概念来描述质子—中子作为粒子状态的角色互换对称性, Eugene Wagner 1937 年造了 isospin 这个词。同位旋对称性的研究导致了夸克概念的提出以及杨—米尔斯理论。

5.6 Spin 的数学描述

为了描述电子状态的二值性,泡利引入了一组三个泡利矩阵。以马后炮的观点,基于量子(矩阵)力学描述二值性,要求 1) 矩阵是 2×2 的酉阵; 2) 两个本征值分别为 1 和 -1 , 即它们是迹为 0 的矩阵; 3) 满足角动量的代数(乘法,转动), $m_i m_j - m_j m_i = 2\hbar \varepsilon_{ijk} m_k$, 则几乎可以随手写出 $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$; $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 。这组泡利矩阵成了描述电子自旋的基本工具。同单位 2×2 阵 $\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 一起,它们构成了 2×2 厄米特矩阵矢量空间的基。转动可表示为自旋矩阵的多项式。这四个矩阵的矩阵值是 $(1, -1, -1, -1)$, 这应该让你想起闵可夫斯基空间的度规,泄露了一点儿自旋同相对论的关系。此外,矩阵 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, 与 \mathbb{R}^3 空间的 Clifford 代数同构, $i\sigma_1, i\sigma_2, i\sigma_3$ 是李代数 $SU(2)$ 的基。

电子的相对论量子力学方程是狄拉克方程 $i\hbar \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi = 0$, 其中的 γ 矩阵是基于泡利矩阵构造的, $\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & 0 \end{pmatrix}$; $\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix}$; $\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{pmatrix}$, 另外加上 $\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$ 。

时空的单位体积元可以用这些矩阵表示, $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$, 此矩阵在讨论粒子的宇称时至关重要, 因为镜像变换下此体积元改变符号。

泡利矩阵作用于其上的列向量是 spinor, γ 矩阵或者狄拉克矩阵作用于其上的列向量也是 spinor, 有时候会说是 bispinor。Spinor, 汉译旋量。矩阵及其相联系的旋量, 算符与本征函数(矢量)对应了。量子力学, 从数学的角度看, 是 operator—eigenfunction association structure (算符—本征函数相联系的结构)。从此, 物理学需要有结构的数学了。其实, 数学从来是有结构的, 只是笔者没学到、没领悟而已。

Clifford 代数 $Cl(V, g)$ 是由向量 V 按照反对易关系 $xy+yx=2g(x, y)$ 所产生的代数, 其构成包括向量空间、双线性形式和反对易关系。它是狄拉克或者泡利矩阵所产生之代数的抽象版。如果 $n=2k$, $Cl_n(C)$ 代数与矩阵代数 $Mat(2k, C)$ 同构, 如果 $n=2k+1$, $Cl_n(C)$ 代数与矩阵代数 $Mat(2k, C) \oplus Mat(2k, C)$ 同构。这个表示意味着什么物理, 笔者不懂。

转动可以用群表述。群表示, 一个空间加上一个映射, 是群到另一个等同结构的映射。自旋带来自旋群的表示。Spin(3)与SU(2)有 isomorphism(同构)⁵⁾, 而作用在 C^2 上的SU(2)自然地是 Spin(3)的一个表示。自旋群的表示称为 spinor representation。这个表示的元素被称为 spinors⁶⁾。

自旋群会表示为 Spin(p, q), 意思是说这是一个 $n=p+q$ 空间里的线性变换群, 保持标签(signature)为 (p, q) 的对称双线性形式(即向量模

平方)不变^[27]。偶数维时, Spin(p, q)的一个表示是可约的, 可分解为左手的和右手的 Weyl spinor 表示。此外, 有时候(未予复化版的) non-complexified version of $Cl_{p, q}(R)$ 有一个小的实表示, 即 Majorana spinor 表示。这些内容有点儿太抽象, 可就简单的例子找点感觉。Clifford 代数 $Cl_{2, 0}(R)$, 其基为单位标量 1, 正交的单位矢量 σ_1, σ_2 , 和单位赭标量 $i=\sigma_1\sigma_2$, 共 4 个基。旋量作用于矢量 $u=a_1\sigma_1+a_2\sigma_2$ 上的形式为 $\gamma(u)=\gamma u\gamma^*$ 。Clifford 代数 $Cl_{3, 0}(R)$, 基为单位标量 1; 正交的单位矢量 σ_1, σ_2 和 σ_3 , 二矢量 $\sigma_1\sigma_2, \sigma_2\sigma_3, \sigma_3\sigma_1$, 单位赭标量 $i=\sigma_1\sigma_2\sigma_3$, 共 8 个基。偶数叶元素的子代数包括标量的膨胀因子 $u'=\sqrt{\rho}u\sqrt{\rho}$ 和矢量转动 $u'=\gamma u\gamma^*$, 其中 $\gamma=\cos(\theta/2)-iv\sin(\theta/2)$, 这是一个三维的绕单位矢量 v 转过 θ 角的转动的旋量(对照之前的四元数表示)。

5.7 Spinor

在上面的章节中, 我们多次遭遇了 spinor, 旋量, 这个概念。旋量是 Élie Cartan 于 1913 年引入几何学的。在研究单群的线性表示时, Cartan 发现了旋量提供了转动群的一个线性表示^[28]。转动群的投影表示之中不成其为表示的, 就被称为 spinors。旋量总可以在复数域上定义, 当然也有实的旋量, 比如 Majorana spinor。

自旋 1/2 的费米子可以用旋量描述。非相对论电子的波函数是二分量的旋量, 在三维无穷小转动下变换。狄拉克方程是 4-分量旋量的方程, 其在无穷小洛伦兹变换下变换。1920 年代, 物理学家明白了

spinor 可以描述 “spin”。

当欧几里得空间作无穷小转动(rotation)时, 旋量作线性变换。给定空间 V 的合适的归一化基, Clifford 代数由一组 γ 矩阵表示, γ 矩阵要满足一组正则反对易关系。每一个 Clifford 代数表示也定义了李代数和自旋群的一个表示。此处对易与反对易才是关键, 这和自旋对应粒子的统计行为相契合。在三维空间的情形下, 泡利矩阵就是一组 γ 矩阵, 作用于其上的列矢量就是旋量。泡利矩阵对应三坐标轴的角动量算符。这个情形下的 γ 矩阵是非典型的, 因为不仅满足反对易条件, 还满足对易条件。在 R^3 空间构造旋量, 可将空间的三个轴对应三个泡利矩阵。自旋群和 2×2 酉阵群同构。此群通过共轭作用在泡利矩阵所张的实矢量空间上。

需要关注矢量转动与旋量转动的不同。从表示论来看, 一些正交群的李代数的表示不能够通过常规的张量构造得到。这些漏掉了的表示被贴上了自旋表示的标签, 它们构成旋量。旋量属于广义 $SO^+(p, q, R)$ 群((p, q) 是空间的 metric signature)的二重覆盖的表示。这些二重覆盖是自旋群 Spin(p, q)。所有旋量的性质都体现在自旋群中。当从一个正交归一基(frame, 框架)转到另一个正交归一基时, 张量的元素按照同样的转动变换, 与经过的框架空间(the space of frames)中的路径无关。但框架空间不是单连通的。可以给每一个框架贴上一个新的分立不变量作标签, 名为 spin, 有值为 ± 1 , 来纳入变换的路径依赖。Spinor, 在框架里的转动作用

5) 同胚是 homeomorphism, 同态 homomorphism, 同构是 isomorphism。其实人家那里都是在谈论 morphism, 结构、构型, 不同的是三个前缀的“同”。

6) 原来, 循环定义也是定义。

下,如同 tensor 一样变换,但多了由 spin 所决定的符号。设想坐标系(框架)在某些初始—终态构型间连续转动。Spinor 的转动会表现出路径依赖,取决于其是如何到达终态的,会表现出两种可能性,此一“两可”被称为连续转动的 homotopy class (同伦类)。

Spinor 在一般的量子力学文献中几乎是不会碰到的概念,但为了理解量子力学,因为数学上的困难总躲着旋量走也不是正确的态度。连麦克斯韦方程组也有旋量表示了。1930年代,Dirac 等人在玻尔研究所制作称为 tangloids 的玩具辅助旋量的计算与教学。Tangloid,来自动词 tangle,它的同源词 entanglement(纠缠),如今火了。

关于 spinor, Michael Atiyah 爵士曾坦言(大意):“没人完全理解旋量。它们的代数形式上好懂,但它们的意义还是个谜。某种意义上它们描述了几何的平方根,但正如理解 -1 的平方根花了人类好几个世纪一样,估计理解旋量也得这么长的时间。”这才是懂行的人说的话。套用杨振宁先生关于狄拉克方程表明自旋是带电粒子的相对论理论的自然属性时的感叹:“What insight!”

Stern—Gerlach 实验的两条劣质香烟熏出来的银斑痕(导致自旋概念的空间量子化源于此),在数学上能引出这么多、这么复杂的内容,谁曾想到呢?

5.8 类转动特征

与 rotation, spin 不同的但与(内禀)空间转动有关的概念还有 inversion (反演), parity (宇称), helicity (螺旋性), and chirality (手性)等。Helicity, 描述动量和自旋间的关联,是中微子物理的关键

词。Wigner 定理说, n -维空间中,带质量粒子形成空间转动的 $SO(d-1)$ 群的自旋多重态,而无质量粒子形成横向转动的 $SO(d-2)$ 群的 helicity 多重态。粒子的手性和宇称性质,也在那个 γ 矩阵中,笔者没系统学过,不论。

6 Vortex

拉丁语动词 vertere, to turn, 衍生了很多含-version 的英文词,意思还是转、反转。Conversi 不管用于天文学还是西塞罗将之用来指代人世间的动荡,都与 revolution 同义。由 vertere 而来的 versus, verse 是常用的英文词, right versus left (右对左), a few lines of verse 是几行诗的意思,这是说英文诗的形象就是句子的 verse (起承转合)。Vertere, verse, 进而衍生出 vertex 一词,意思是最高点,如太阳、月亮在天空中的回转点,或者汇聚点,如多面体的顶点。著名的欧拉公式 $V-E+F=2$ 中, V 就是 vertex 的首字母。Vortex, 涡流、涡旋,和 vertex 是孪生兄弟,它们俩的复数形式都是 vortices, 在意的作者会分别写成 vertexes 和 vortexes, 这一点我们在阅读英文文献时要特别注意。

在流体中,一个小区域内的流体会 revolve around an axis, 形成 vortex。A vortex can be regarded as a spinning point particle。万物皆流,则 vortex 随处可见。Kármán vortex cascade (卡门涡街)是非常炫酷的自然景观(图19)。如果只对着 vortex dynamics 这两个字看,你

不知道那是讲大气、水流还是谈论超导体里的磁通的。描述涡旋动力学的量是 vorticity, 是一个描述 local rotary motion at a point in the fluid (流体里某点处的局域转动)的矢量,定义为速度场的旋度(curl), $\nabla \times \vec{v}$ 。在核心区以外的地方 vorticity 不为零的是 rotational vortexes, 为零的是 irrotational vortexes。强调一下 curl 的算符是反对易的, vorticity tensor 是反对称的。

Vortex 这种宏观现象还被拿来当作微观模型。麦克斯韦就把电磁场图画为 mechanical structures composed of a multitude of little wheels and vortices extending throughout space (在空间中扩展的大量小轮子或者涡旋)。而麦克斯韦1870年讲话中提到的开尔文爵士的 vortex theory of molecules (分子的涡旋理论),是基于亥尔姆霍兹的流体理论的。一个完美流体里的 whirling ring(打着旋的环),一旦产生了,就会一直 whirling 下去,且没有自然因素可以将之一截为二。The ring-vortices are capable of knotted self-involutions (环状的涡流可是打结的自缠绕?), 则不同方式扭结的涡旋就有不同性质,跟分子似的。原子(atom)是不可分割的,而光谱学分明揭示原子具有内部结构,所以原子论走入了困境。与此相反,以太的 vortexes, 一方面是软的、有内部结构的,但根据流体理论又是不可分割

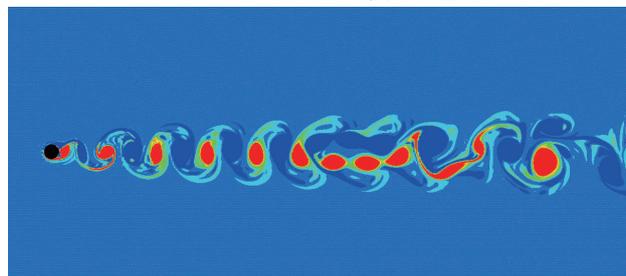


图19 卡门涡街

的,所以以太中的涡旋可以作为分子
的模型。当然这套理论是个笑话^[29]。

7 Volvo

拉丁语动词 *volvere*, to roll or turn about (滚动、绕圈), 比如见于 *volve pronto mi amor* (快回来吧, 我的爱)。拉丁语原词第一人称单数形式 *volvo* (I roll, 我滚), 作为汽车的品名, 再贴切不过了。由 *volvere* 衍生出了成堆的西文词。常用英文词 *walk* (行走) 依稀还透着它的身影。相应地, 德语的 *walzen*, 用辘子碾压、跳华尔兹舞, 也源于这个词。*Volvere* 的形容词形式 *volute* (也作名词), 见于 *volute pump* (螺旋泵), 名词 *volution*, 汉译为螺旋形、旋圈、螺环等, 反正跟绕圈圈有关。由 *volvere* 加前缀构成的词包括 *convolve*, *devolve*, *evolve*, *involve*, *revolve*, 等等, 都是涉及面宽广的科学概念。

7.1 Convolve

Convolve, *convolvere*, to roll together, 一起卷、一起滚动。比如将两种不同热膨胀系数的金属 *convolve*, 可以作自动开关用。当温度改变时, 因为 *convolved* 的两片金属相对长度不一样, 就可以造成不同的卷舒状态。阴谋可以是 *deeply convoluted*, 即被隐藏得很深的。The statement appears *convoluted*, 是说那话很绕人。在流体中阻挡物的下游, *streamlines become highly convoluted, forming a vortex* (流线变得高度缠绕, 形成漩涡)。*Convolution*, 汉译为卷积时, 是一个重要的数学物理概念。对函数 f, g , 定义积分 $(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t-\tau)d\tau$, 这就是这两个函数的 *convolution*。这样定义的卷积有如下性质: 函数

f, g 之卷积的傅里叶变换, 为函数各自傅里叶变换之积。对于定义在 $[0, \infty)$ 上的函数的卷积 $(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$, 则适合使用拉普拉斯变换处理。格林函数 (Green's function) 方法的基础就是卷积。其 (物理) 思想是, 考察线性微分算符 L , 若函数 $G(x)$ 是由点源 $\delta(x)$ 引起的分布 (或曰 L 作用下的响应函数), 则对于任意函数 $f(x)$ 所描述的源分布, 其引起的响应为卷积 $\int G(x-s)f(s)ds$ 。

7.2 Devolve

Devolve, *devolvere*, to roll down or onward, 滚上滚下。*devolve* 用于 *responsibility or duty* 之后, 是说责任、义务发生了转移。可参照 *development* (*de-velop-ment*) 和 *envelopment* (*en-velop-ment*) 来理解 *devolvement*。*Cultural devolution* 是文化退化。在生物学意义上, *devolution* 是 *evolution* 的逆过程, 或曰 *backward evolution*。

7.3 Evolve

Evolve, *e-volvere*, to roll out or forth, to develop by gradual changes; *unfold to set free or give off* (gas, heat, etc)。从字面上看, *evolve* 是 (转着) 慢慢地露出头、溜走。玉米、棉花等叶子之间有相对转角的植物, 其嫩芽从土中冒出来那肯定是 *evolve*。*Duodenal ulcers evolve from early superficial mucosal disease*, 是说十二指肠溃疡是由早期粘膜表面病变一点一点转变而来的。*Evolved gas analysis* 是研究加热样品时自己慢慢溜出来的气体, 而 *how much heat evolved* 是关于放热反应 (*exothermal reaction*) 的常见题, 问多少热量跑出去了, *how much heat is released or liberated* 才是释放了多少热。*Evolve* 也可以作

为及物动词, 如见于 *evolve truth from confused evidence* (从纷乱的证据中梳理出真理)。

严复把 Thomas Henry Huxley (1825—1895) 的 *Evolution and Ethics and other Essays* 一书译成《天演论》之后, *evolution* 如今在中文中基本上都是被译成演化的。演, 水长流曰演, 水潜行曰演。又, 水浸润为演, 见于“周泽不浹, 水土无所演”。演, 通衍, 敷衍 (敷衍) 出一段传奇, 就是这个意思。到了“若演真经, 需寻佛地”, 这和今日的表演者、演员中的演字就接近了。*Evolve*, (旋着) 长出来, 与之相对的是 *emerge* (从流体里) 冒出来。维纳斯的诞生就符合这个词的意境, 但 *emergency* 是突发事件, 要强调一下子冒出来。*Emerging phenomenon* 近期成了显学, 有仿照演化将之译成演生现象的建议, 不知“演”字与 *merge* (*mergere, immerse*) 是极相契合的, 但却没了 to develop or evolve as something new 的强烈对比意境。笔者唐突地建议将之译为骤生。*Evolve* 强调过程的连续性, 予人以缓慢的印象, 但更重要的是它的词干是 *volvere*, 给出转动之义才是重要的。For *evolving astrophysical accretion disks to concentrate their mass and still conserve angular momentum, turbulent flows are crucial* (为了使得演化着的吸积盘不断集中质量又保持角动量守恒, (物质流成为) 湍流才是关键), 你看, 将 *evolving* 译成演化着的, 原始的物理图像荡然无存——那个盘子是往外转着的 (图 20)。

Evolve 的同源名词是 *evolute* (渐屈线), 这是个几何概念, 给定一条曲线, 其上每一点处曲率中心的所在位置所构成的曲线 (所划过的

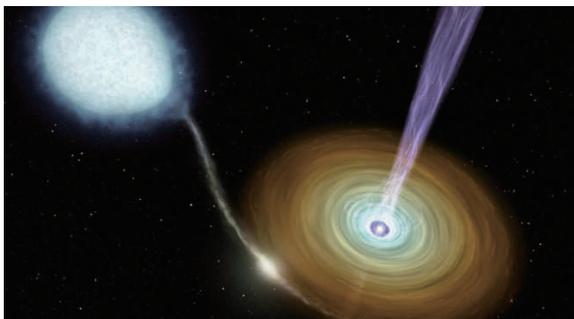


图20 An evolving accretion disk

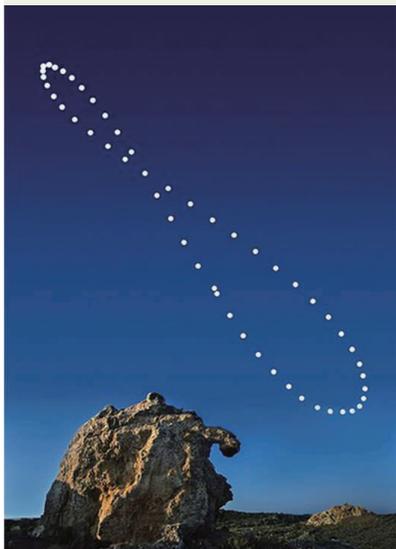


图21 把我们的脚下看作宇宙的固定点，可以看到太阳是如何绕着地球revolve的

轨迹)，或者说曲线之法线的包络，为 evolute。圆的 evolute 就是一个点，即圆心。Cycloid is the evolute of another cycloid (摆线的渐屈/开线是摆线)，the evolute of a nephroid is another nephroid (肾形线的渐屈/开线是肾形线)。与 evolute 对应的词是 involute (渐开线)。A curve is the evolute of any of its involutes (任何曲线都是其渐屈线的渐开线)。Evolute 作为形容词在植物学等领域被译为反卷的。

把 involute 译成渐开线，evolute 译成渐屈线，让人无语。先不说这两个词与渐字无关 (volve 的形象应该是旋、快)。单说 involute 和

evolute 这一对曲线之间的相对关系。内卷的，也就是屈的，那个是 involute；外卷的，也就是开的，那个是 evolute。Involute 内卷得到了 evolute，而 evolute 外卷得到了 involute——人家这样描述，其字面

逻辑与图像都是契合的。不知道用中文学数学的人在读到“渐开线逐渐屈卷得到了渐屈线，而渐屈线逐渐开放得到了渐开线”时，要多么马虎才能无视这里逻辑上的别扭？

7.4 Involve

Involve, involvere, to roll, 引申义是包裹、卷入，如 fog involved the shoreline (浓雾吞噬了海岸线)，一本书 involving virtual history and analogy (融入了虚构和类比)，someone is involved in conspiracy (某人被卷入了阴谋的旋涡)，等等。从转动的意义来说，to involve is to wind spirally, to coil up. 名词 involution, 汉译有对合、内卷、内旋、内包、退化等等。形容词 involutorial, 那是更年期的，如 involutorial depression and anxiety (更年期抑郁与焦虑)。在简单算术语境中，evolution 是开方，involution 是乘方。数学上还有 anti-involution 的说法，指函数关系 $f(xy)=f(y)f(x)$ (两个函数的卷积的傅里叶变换满足的关系是 $f(x \circ y)=f(x)f(y)$)，是四元数语境下的问题。一个 involutory 函数是自身的逆函数，即 $f(f(x))=x$ 。泡利矩阵满足关系 $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma_3^2=-i\sigma_1\sigma_2\sigma_3=I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，因此是 involutory 的。在经典力学中，为了满足刘维尔可积性，哈密顿动力学系统应该

有 n 个独立的运动积分，而且 in involution, 即这些第一积分 $I_1 \cdots I_n$ 都有泊松括号 $[I_i, I_j]=0$ 。关于 involution 有 self-involution 的说法。

7.5 Revolve

Revolve, revolvere, re + volvere, 意思是 to turn over in the mind; reflect on (思来想去，辗转反侧)，to cause to travel in a circle or orbit, to cause to rotate, or spin around an axis (引起盘旋或者转动)，to recur at intervals, occur periodically (定期再现)。Revolve 的日常意思就是围着转、绕着转，见于 revolving fund (滚动基金)，one person about whom her world had revolved (某人是她的世界的主轴，她的主心骨)，scientific life that does not revolve around Nobel prize (不是围着诺奖转的科学生涯)，等等。The Universe revolves around me (宇宙绕着我转)，愚以为是最直白的相对论宣言。以脚下为固定点，我们可以看到这样的太阳绕地球的轨迹(图21)。Revolve, 是一再绕，挺讨人嫌的一种动作。It (discussion of equilibrium state of gas in gravity) revolved around a mysterious entity called “phase space”，这句是说关于重力场中气体平衡态的讨论一直在围着相空间打转转，语气上就有一种不耐烦。Revolt 是来自 revolve 的名词之一，骚乱、暴动，用于 childish revolt 大约正应了谚语“六月天，孩儿脸，说变就变。”名词 revolution 的常见汉译之一为革命，据说是日本人用“汤武革命，顺乎天而应乎人”(语出《易革》)里的这个词来翻译法语的 revolution。Revolutionary 意思是带来重大变革的(bringing up radical change)，counterrevolutionary 则是试图翻转变革结果的。中文的革命本义为改

变天命而非草菅个人的性命或者命运，原本没有过于血腥的内容。Revolution，本义还是转动。A surface of revolution，是将一条曲线绕轴转动 (to revolve continuously around a wire) 得到的曲面 (图 22)，那曲面所包裹的整个空间若看成一个实体形象就是 a solid of revolution。The surface of revolution of the catenary curve, the catenoid, is a minimal surface, specifically a minimal surface of revolution (由悬链线而来的悬链曲面是一个最小面，特别地，它是旋转最小曲面)。旋转面是非常重要的数学对象，也是一个车工整天要面对的现实——工人关于旋转面的数学知识的深浅多寡，是一个国家工业水平的关键指标。

印象中读到过 a revolute action 的说法，好像是电动力学史的哪本书上的，想不起来啦。

7.6 Vernation

描述 vernation (幼叶卷叠)，即

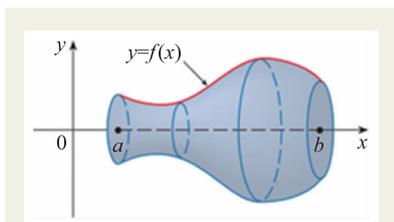


图 22 旋转面

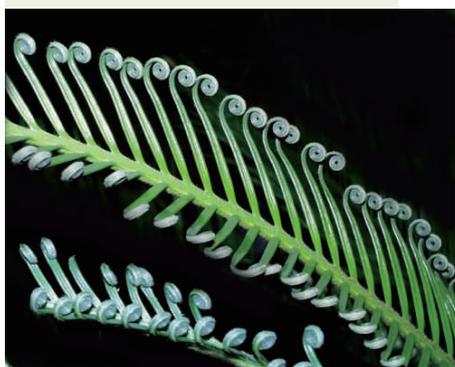


图 23 新叶的芽型

叶蕾里新叶的安排问题，就总用到 volute。Circinate vernation (环状芽型) (图 23)，有 convolute vernation (一片叶子的边缘压着另一片)，有 involute vernation，而 involute vernation 的反面是 revolute vernation 却不是 evolute vernation，有趣。

8 结语

物理学试图理解运动，运动不过是平动与转动。与平动相比，转动更复杂、更加花样繁多。一些实在的体系，都被卷入各种转动中。笛卡尔云：“cogito, ergo sum (我思故我在)”，这是说人的。放之于一般存在之上，这宣言愚以为当是 volvo, ergo sum (我旋故我在)！猛然了悟，懂得转动才算入了物理学的门。转动总给人以惊奇，别不服。

由于作者没系统学过转动表示相关的物理和数学，包括刚体转动、相对论量子力学、量子场论、四元数、各种代数以及群(表示)论，本篇内容可能充满错误，恳请读者保持警惕。在具体的问题上笔者显然不能作有效的深入，内行的读者很容易发现行文的闪烁其辞。这篇文章里，满满的是作者的遗憾，遗憾未能学会群的表示论，不能从群表示的角度讲清楚各种转动

问题；遗憾没能弄懂魔方玩法的数学表示，这个若能和多面体对称性、晶体学、色群放到一起讲，该多有趣。数学大家 Felix Klein 于 1895—1896 年间开始关于 rotating bodies 的讲座，这导致他和索末菲撰写了四卷本的 *Über die Theorie des Kreisels* 《陀螺理论》。这两位大师花费 13 年之力写出的著作，从事与转动相关问题研究的专业人士估计很少有人读过。想当年笔者只学了一个学期的浅薄不着调的经典力学课，关于转动的内容估计不过几个学时，要是学会了如何处理转动问题，那才叫见了鬼了。接下来的时光里，我一定要抽时间阅读 Sir William Rowan Hamilton 的 *Elements of Quaternions*, William J. Thompson 的 *Angular momentum*, Hermann Weyl 的 *The classical groups*, Elie Cartan 的 *The theory of spinors*, 朝永振一郎的 *The story of spin*, V. I. Arnold 的 *Mathematical methods of classical mechanics*, 以及 William Kingdon Clifford 和 Leonhard Euler 的文集，这算是我给自己的承诺。不懂转动，就会被物理的 revolving door 给挡在物理的美妙之外。

想起了那个发动机的问题。发动机设计与制造的基础问题，那该首先是个多连通刚体加流体之复杂体系的转动问题吧。可惜，笔者未能有幸结识哪怕一位能讲好经典力学(含流体力学、天体力学)⁷⁾ 的物理老师。发动机的研制固然会遭遇材料问题和燃烧问题，相较于它们，转动这样的基本问题似乎更让人为难。发动机研发的困境，能唤起我们对基础物理问题和物理的基础问题的重视否？只知道拿空竹抖机灵而不思如何理解陀螺动力学的民族，注定会对着买来的发动机一筹莫展。

7) 北京城里有个力学胡同，不知缘起何故。是说我们从历史上就重视力学吗？

补 缀

1. 说话故意文绉绉的，叫转(zhuǎi)文。在我老家，如果明白了对方是在绕着弯儿骂自己，会说：“你这是赚(zuǎn)我的就是了！”赚(zuàn)某人上梁山，则是欺骗。这些字，慢慢地文化人就不会念不会写了。

2. 唐时舞蹈，《胡旋》与《柘枝》、《胡腾》，还有公孙大娘的剑器舞等，都属于健舞。旋、腾，倒是有关联。

3. 关于 spin and rotation 的描述，泡利矩阵是关键。

4. 相对论中的一些张量方程可以写成旋量的形式(spinoformalism)。

5. 刚体转动用欧拉角描述，此描述有三宗缺点：i) 麻烦；ii) 不唯一；iii) 不构成群。我学欧拉角时，就觉得别扭，看来我是对的——不好学的学问，一定有哪儿不对劲。是Olinde Rodrigues给出了转动的正确描述。

6. 关于四元数如何表示转动，

以及四元数—旋量系统的数学，可参阅 Simon L. Altmann, *Rotations, quaternions and double groups*, Oxford university press (1986)。处理三维转动的两篇原始文献，不可不知。尤其是后一篇 Rodrigues 的文章，带来了转动群的概念。由于作者是个银行家，这篇文章长期未被提起。

i). Leonhard Euler, Problema algebraicum ob affectiones prorsus singulares memorabile, *Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae* 15, 75—106(1770)。

ii). Olinde Rodrigues, Des lois géométriques qui régissent les déplacements d'un système solide dans l'espace, et de la variation des coordonnées provenant de ces déplacements considérées indépendamment des causes qui peuvent les produire, *J. Math. Pures Appl.* 5, 380—440 (1840)。

7. 关于角动量，读读大家的表述也许是有帮助的。参阅 Roger Penrose, *Angular momentum: An approach to combinatorial space-time*, in *Quantum Theory and Beyond*, edited by Ted Bastin, Cambridge University Press (1971)。

8. 旋还会让某些努力变得容易。以路程换来省力，山路就需要盘旋而上。所谓庐山的“跃上葱茏四百旋”，此其谓也。粒子有没有这样的自觉，或者磁场下的运动就是这样的自觉？

9. 旋转有一个安排多余自由度的问题。三维空间，往一个方向的流动，在垂直平面上就会有旋转。在空气中往一个方向冲出一股气流，就会形成涡环。用数学的语言来说，对于矢量场 \vec{v} ， $\nabla \times \vec{v}$ ，vorticity，一般不为零。

10. 四元数的作用对象为 spinor，不过晚出现了60年。

物理学咬文嚼字百篇纪

转脸间12轮寒来暑往，“物理学咬文嚼字”系列一路踉跄走来终于见到了第100个里程碑。回首来时路，其间酸甜苦辣不足为外人道，就说几点感慨吧：1) 物理学是真博大精深啊；2) 物理真是人类文明最璀璨、最具挑战的贯穿性存在啊；3) 我是真不懂物理啊；4) 我是真学不会物理啊；5) 学物理真是一件能带来身心愉悦的欢乐事儿啊；6) 太多的物理还真没有融入中华文化为我所用啊；7) 自今往后的时代，每一个号称受过教育的人真应该多少学点儿物理啊，云云。

在撰写“物理学咬文嚼字”系列的过程中，笔者有幸领略了一些物理、数学大家的思想、成就及著作，由是反观我所受的那些物理教育和所做的那些物理研究，感觉连笑话都算不上。惜乎痛哉！搁笔之际，欲对这12年的荒唐经历做一总结，一言以蔽之，就是我挣扎着写下了自己的一些困惑。

感谢《物理》杂志前副主编刘寄星教授，是他发起了此专栏并审阅了前期的部分稿件。感谢《物理》编辑部的王进萍、王海霞诸编辑多年来不厌其烦地催稿、校稿，并为《物理学咬文嚼字》的推广宣传费尽心力。必须声明的是，本系列中的所有错误，都是作者因为才疏学浅、马虎大意造成的，而与宇宙内禀的时空结构、作者所处的时代背景或者其它任何具体因素都不相干。作者为其中未能避免的错误预先致歉，并恳请读者朋友们批评指正。

参考文献

- [1] Brown D. The lost symbols. Doubleday Books, 2009. p. 41
- [2] Arnold V I. Mathematical methods of classical mechanics. Springer, 1989
- [3] Borisov A V, Mamaev I S. Rigid Body Dynamics. de Gruyter, 2018
- [4] Hamilton W R. Elements of Quaternions. Longmans, Green & Co., 1899. volume I, (1901) volume II
- [5] Altmann S L. Rotations, quaternions, and double groups. Dover publications, 2005
- [6] Kuipers J B. Quaternions and rotation sequences: a primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality. Princeton university press, 2002
- [7] Weyl H. The Classical Groups: Their Invariants and Representations. Princeton university press, 1939
- [8] Weyl H. Gesammelte Abhandlungen, vol. III. Springer, 1968. p. 118
- [9] Porteous I R. Clifford algebras and the classical groups. Cambridge university press, 1995
- [10] Conway J H, Smith D A. On quaternions and octonions: their geometry, arithmetic, and symmetry. A. K. Peters, 2003. p. 25
- [11] Hetherington N S. Planetary Motions: A Historical Perspective, Greenwood Guides to Great Ideas in Science. 2006
- [12] Thompson W J. Angular momentum. John Wiley & Sons, Inc., 1994
- [13] Biedenharn L C, Louck L D. Angular Momentum in Quantum Physics Theory and Application. Cambridge University Press, 1981
- [14] Srinivasa Rao K N. The Rotation and Lorentz Groups and Their Representations for Physicists. Wiley, 1989
- [15] Tassoul Jean-Louis. Relativity in Rotating Frames: Relativistic Physics in Rotating Reference Frames. Springer, 2003
- [16] Penrose R. The Apparent Shape of a Relativistically Moving Sphere. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1959, 55: 137
- [17] Terrell J. Invisibility of the Lorentz Contraction. Physical Review, 1959, 116 (4): 1041
- [18] Dunham W. Euler: The Master of Us All. The Mathematical Association of America, 1999
- [19] Nowick A S. Crystal properties via group theory. Cambridge university press, 1995. p.17
- [20] Pickover C A. Mathematics and Beauty: A Sampling of Spirals and 'Strange' Spirals in Science, Nature and Art. Leonardo, 1988, 21(2): 173
- [21] Yang C N. The spin. AIP Conf. Proc., 1983, 95: 1
- [22] Uhlenbeck G E, Goudsmit S. Naturwissenschaften, 1925, 13: 953; Nature, 1926, 117: 264
- [23] Mehra J, Rechenberg H. The historical development of quantum theory, vol.1, vol. 3. Springer, 1982
- [24] Stewart I. Why beauty is truth: a history of symmetry. Basic books, 2007
- [25] Griffiths D J. Introduction to quantum mechanics. 2nd ed. Pearson Prentice Hall, 2015
- [26] Tomonaga Sin-itiro. The story of spin. The University Chicago press, 1997
- [27] Gallier J H. Clifford algebras, Clifford groups, and a generalization of the quaternions: The pin and spin groups. 2013 (未发表)
- [28] Cartan E. The theory of spinors. Hermann, 1966
- [29] Dyson F. Why is Maxwell's theory so hard to understand (无详细出处)

读者和编者

订阅《物理》得好礼

——超值回馈《岁月留痕——<物理>四十年集萃》

部特推出优惠订阅活动：向编辑部连续订阅2年《物理》杂志，将获赠《岁月留痕——<物理>四十年集萃》一本。该书收录了1972年到2012年《物理》发表的40篇文章，476页精美印刷，定价68元，值得收藏。

希望读者们爱上《物理》！

为答谢广大读者长期以来的关爱和支持，《物理》编辑

订阅方式(编辑部直接订阅优惠价180元/年)

(1) 邮局汇款

收款人地址：北京市中关村南三街8号中科院物理所，100190
收款人姓名：《物理》编辑部

(2) 银行汇款

开户行：农行北京科院南路支行
户名：中国科学院物理研究所
帐号：112 501 010 400 056 99

(请注明《物理》编辑部)

咨询电话：010-82649470；82649277

Email: physics@iphy.ac.cn

Innovative SPM Solutions for Surface Analysis

INFINITY

Closed Cycle UHV SPM

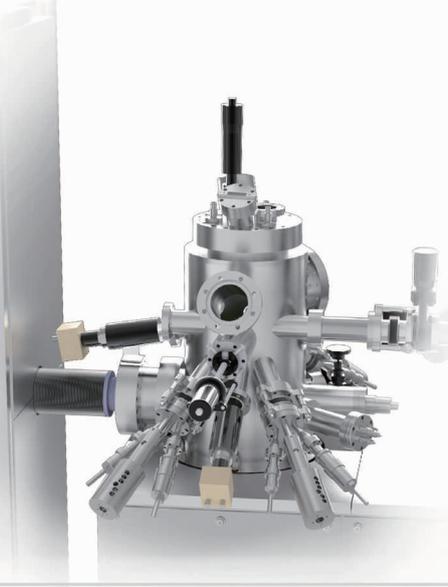
STM, qPlus®-AFM & Spectroscopy

Integrated TRIBUS Head

Temp: 10K to 300K

Zero Helium Consumption

Long Measurement Time



'Feel the power of silence,
quietest in lab CC-SPM'

TRIBUS

Compact UHV SPM

STM, AFM & Spectroscopy

Excellent Stability

Orthogonal 3D Coarse Motion

Independent Tip & Sample Exchange

Easy Handling



'The heart of the
low temperature
INFINITY SPM'

SXM

The Next Generation SPM Control System

24 Bit A/D & D/A Converters

Fast 22 Bit D/A Converter for Z

Integrated Lock-in Amplifiers

PLL for Tuning Fork Based
NC-AFM

Easy Access to all Signals



'A state-of-the-art
UHV SPM
controller'

Designed for Unrivalled Performance

www.ucvac.com
info@ucvac.com



Working in partnership with

SIGMA Surface Science
Partnered with MANTIS Deposition