阿伏伽德罗常数的测量及物质的量的新定义

沈乃澂[†] (中国计量科学研究院 北京 100029)

The measurement of Avogadro's constant and redefinition of amount of substance

SHEN Nai-Cheng⁺ (National Institute of Metrology, Beijing 100029, China)

摘 要 自1971年以来,物质的量摩尔(mol)确定为国际单位制(SI)的7个基本单位 之一,由0.012千克碳-12的原子数目定义为1摩尔,由此它与千克的定义具有相关的特 性。在千克采用普朗克常数重新定义后,摩尔将采用阿伏伽德罗常数重新定义。文章介 绍了重新定义所做的工作及新定义使用的原理和实验测定。这些结果对物理学、化学和 计量学均有重要的意义。

关键词 物质的量摩尔,阿伏伽德罗常数,晶格常数,原子量

Abstract Since 1971, the amount of substance mole has served as the definition of one of the seven fundamental units in the International System of Units(SI). One mole is defined as the atomic constant of 0.012 kg of the ¹²C carbon atom, so it is correlated with the definition of the mass kilogram. With the redefinition of the latter based on Planck's constant, the mole will be redefined using Avogadro's constant. This paper describes the principle of the new definition and its experimental determination. These results are of great significance for physics, chemistry and metrology.

Keywords amount of substance mole, Avogadro's constant, lattice constant, atomic weight

1 引言

由于克劳修斯、麦克斯韦和玻耳兹曼等人通 过对物理学中气体动理学的发展,以及化学中对 原子和分子的深入了解,在18世纪末出现了阿伏 伽德罗常数的雏形。1808年,道尔顿(J. Dolton)^[1] 提出每一类元素的原子与其他类元素的原子并没 有不同,它们具有相同的性质,并且具有特征的 原子量。这些发现对化合物也是适用的。原子的 质量通过其原子量相对于氢原子质量来测量。 1809年,盖吕萨克(J. L. Gay-Lussac)^[2]研究了气体 的化学反应,他在实验上发现理想气体的内能与 其体积无关,而反应气体的体积比是一个小的整数。阿伏伽德罗对反应粒子以及作为分子一部分的各个原子之间的区别给出了更精密的描述。 1811年,他提出了著名的阿伏伽德罗原理^[3]。

2 阿伏伽德罗的猜想

阿伏伽德罗(图1)是意大利著名的物理学家、 化学家,1819年当选为都灵科学院院士。1820 年,意大利设立第一个物理讲座职位时,他荣任 这一讲座的教授职位。不久,担任了意大利度量 衡学会会长。经过他的努力,使公制在意大利得

2018-01-12收到 email:shennaicheng0910@163.com DOI:10.7693/wl20181007 到推广。

阿伏伽德罗毕生致力于化学和物理学中关于 原子论的研究。他受盖吕萨克定律的启发,1811 年提出了一个对近代科学有深远影响的假说: "在相同的温度和相同的压力条件下,相同体积中 的任何气体总具有相同的分子个数。"¹³由于当时 的科学条件所限,这个假说长期未被科学界接 受。直到他逝世后的1860年,才为当时的科学界 普遍接受,称其为阿伏伽德罗定律。

为了纪念这位杰出的科学家,后人将标准状态下1摩尔(mol)物质中所含的分子数目称为阿伏伽德罗常数。由此可见,如果准确地测量阿伏伽 德罗常数的数值,就可以确定摩尔的定义。2011 年是阿伏伽德罗提出假说的200周年,200余年 来,科学家用各种方法企图准确地测量阿伏伽德 罗常数,但是由于这个常数的数值非常巨大,约 为6.022×10²³ mol⁻¹,想要测准这个数值确非易事。

3 历史上的测量方法与数据

3.1 早期测量的方法与结果

早在17—18世纪,西方的科学家就已经对 6×10²³这个数字有了初步的认识。他们发现,1个 氢原子的质量等于1克的6×10²³分之1。但是直到 20世纪初,"阿伏伽德罗常数*N*_A"的概念才正式 由法国科学家让·贝汉·佩兰(Jean B. Perrin)¹⁴提 出,而在1865年,*N*_A的值才首次通过科学的方法 测定得出,测定者是德国人约翰·洛施密特(J. J. Loschmidt)¹⁵¹,他是根据气体和液体的布朗运动测 得的。因此该常数在一些国家(主要是说德语的国 家)也叫洛施密特常数。

20世纪初,爱因斯坦^[6]根据扩散系数计算了 阿伏伽德罗常数,结果为 6.56×10²³ mol⁻¹;1908 年,法国实验物理学家佩兰^[4]将爱因斯坦的高度 分布公式改写成乳浊液分布方程。为验证此方 程,选择了适当的物质做成乳浊液,并用离心分 离方法测定各种颗粒的半径,进而确定了阿伏伽 德罗数的数值。上述方程和布朗运动的位移公 式,为原子的存 在提供了直接证据,由此佩兰因物质结构的不连 续性方面的工作 获得了1926年诺 贝尔物理学奖。

1917年,美 国物理学家密立 根⁽⁷⁾用著名的油滴 实验精确地测定 了基本电荷的数 值。实验结果肯



图1 意大利科学家阿伏伽德罗 (1776—1856年)

定了爱因斯坦的光电效应方程,并测出了当时最 佳的普朗克常数的数值,由此导出的阿伏伽德罗 常数数值为 $6.062(6) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$,不确定度为千 分之一。1924年,DuNouy^[8]在水中薄膜实验中 获得的 N_{A} 值为 $6.004 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$,不确定度为千分 之1.5,1931年,J.A.Bearden^[9]在油酸纳稀释溶 液的表面张力研究中获得 N_{A} 值的测量结果为 $6.05 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ 。

阿伏伽德罗常数可用很多种不同的方法进行 测定,例如电化当量法、布朗运动法、油滴法、 X射线衍射法、黑体辐射法和光散射法等。这些 方法的理论根据各不相同,但结果却几乎一致, 差异都在实验方法误差范围之内。这说明阿伏伽 德罗常数是客观存在的重要数据。还应指出,X 射线晶体学的发展更加有利于阿伏伽德罗常数的 测量。1895年,伦琴发现了X射线,1912年和 1913年,劳厄和布拉格先后发现X射线在晶体中 的衍射效应。利用衍射效应可以得到计算晶格常 数的公式:

$$a = (nM/\rho N_{\rm A})^{1/3}$$
, (1)

式中*a*是晶格常数,即晶格之间的间距,ρ为晶体 密度,M为晶体的摩尔质量,n为单位晶胞体积 内的晶格数,对硅晶体而言*n*=8,*N*_A为阿伏伽德 罗常数;同时可得晶格常数的测量公式为

$$a=(\lambda/2\sin\theta_{\rm B})$$
, (2)
式中 λ 是射入晶体的X射线波长, $\theta_{\rm B}$ 是晶体衍射的



图2 X射线干涉仪示意图



图3 X射线干涉仪结构示意图^[12]

布拉格角。将(1)式和(2)式结合可得阿伏伽德罗常数*N*₄的测量公式为

$$N_{\rm A} = (n M_{\rm mol} / \rho \ a^3) , \qquad (3)$$

式中 N_A 的下标A是指阿伏伽德罗的简称, M_{mol} 的下标 mol 是明确此物理量是晶体的摩尔质量。

3.2 20世纪后期测量的方法上的突破

1965年,Bearden^[10]根据(3)式首次测量了阿伏 伽德罗常数 N_A 的数值为 $6.022088(120) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, 测量不确定度达 2×10^{-5} 。当时,他根据硅晶体的 完美程度估计这已是测量的极限不确定度。

50多年前,科学家曾设想质量单位采用原子质量基准。1965年,德国的Bonse和英国的Hart联合研制成第一台X射线干涉仪^[11],如图2所示,该干涉仪提供了实现上述设想的路径。

1970年后,计量科学家用硅晶体材料来实现 精密测量阿伏伽德罗常数的任务。1974年,美国 国家标准局(NBS)的Deslattes等人^[12]用X射线干涉 仪(图3)在天然硅晶体中,首次采用原子计数方法 得到 № 的测量值为 6.0220943×10²³ mol⁻¹,其测量 不确定度降低到 10⁻⁶量级。硅晶体具有以下几个 优越的条件:硅晶体材料无杂质,具有无位错的 规则排列;硅原子间距约为 0.192 nm,是天然的 纳米标准;自然生长的硅晶体有三种稳定的同位 素²⁸Si,²⁹Si和³⁰Si,其中以同位素²⁸Si的含量为 最多。图 3 为 X 射线干涉仪结构示意图,其中的 S,M和A 是用三块硅晶体制成的,分别称为分 束器、镜子和分析器。图中的细线是 X 射线,*d* 是晶格间距,D是接收 X 射线并转化为电信号的 计数器,当分析器作平移时,可以记录硅晶格移 动的数目。

4 阿伏伽德罗常数的精密测量

4.1 实现精密测量条件的分析

为了精密测量阿伏伽德罗常数,必须测量硅 晶体密度、硅晶格间距和硅的同位素丰度3个参 量。其中硅晶格间距的精密测量是一项关键而又 十分复杂和艰巨的工作。我们设想将硅晶格间距 增大到人眼能看见的尺寸,就可以置身于一所巨 大的硅晶格大厦中,如图4所示[13]。图中的圆球 就是硅原子,原子之间的细杆代表硅晶格间距。 由于硅晶格的排列是非常规则的,其间隔也可能 是极其稳定的一个数值。人们不禁会问,硅晶格 间距是否是一个自然不变量? 美国国家标准局的 Deslattes 所做的第一个杰出的测量,开创了用参 考X射线数据得出绝对标度的先河,成为所有其 他实验方法的里程碑。1987年 Deslattes^[14]进行了 硅晶格间距测定的实验。装置的干涉仪部分所用 的光源是一台633 nm 碘稳定的氦氖激光器。激光 的频率稳定在碘吸收峰上,其相应的激光真空波 长是632990.079 pm,不确定度为410⁻⁹。激光的 输出功率约为100μW。激光通过模匹配光学 元件、圆偏振片和衰减片后进入法布里——珀罗 (F-P)干涉仪,用于测量位移。高反射膜用于产 生精细度接近1500的窄带F---P干涉条纹信号,

每一个条纹的全宽相应于平面间隔为激光的半波 长,即约316 nm的变化。由于X射线的条纹周期 近似为0.2 nm,因而可以实现0.001 nm的定位精 度。上述实验给硅晶格参量是否是一个自然不变 量的问题作出了肯定的回答。随着测量技术的 不断改进,硅晶格参量的测量不确定度逐渐减 小。现已达到10⁻⁹量级,国际上已将它看作一个 基本参数,称为硅的晶格参数或硅的|220|晶格 间距,(|220|是指硅晶格某种特定的排列方向)。

为了统一测量条件,以利于相互比对,按国际规定,硅晶格参量和硅的|220|晶格间距这两个数值都是在真空中和22.5℃的恒定温度下进行测量的。硅晶格参量是指无杂质和缺陷的自然生长的理想硅单晶的晶格参数,即单位晶胞的边长a,这是对极纯和近乎完美的单晶硅进行的测量,并通过对杂质的影响进行修正后得到的数据;硅|220|晶格间距是指在硅的|220|晶格排列方向上的间距 $d_{220}=a/\sqrt{8}$ 。根据国际上各国的测量数据, $a\approx0.543102088$ nm, $d_{220}\approx0.192015584$ nm。由此可得,1987年阿伏伽德罗常数 $N_{\rm A}$ 的测量值^[14]为6.022134×10²³ mol⁻¹,不确定度为1×10⁻⁶。1986年国际科学技术数据委员会(CODATA)的 $N_{\rm A}$ 国际推荐值^[15]为6.0221367×10²³ mol⁻¹,不确定度为6×10⁻⁷。

4.2 阿伏伽德罗常数的准确测量方法——X射 线晶体密度(XRCD)法

在测定阿伏伽德罗常数的国际合作中^[16.17],确定了目标及准确度,采用X射线与光学结合干涉仪对Si (220)晶格平面间距测量的方案,其相对不确定度必须减小到3×10⁻⁹。2008年,根据这个目标和方案,意大利计量研究所(简称INRIM)研制了一台能测位移长达5 cm的X射线干涉仪^[18],该仪器具有原子尺度的定位要求,由此可使干涉仪晶体准直相应的导轨误差也达到了相应的量级。这项技术上的突破使X射线干涉仪的运行范围及测量能力比原先超过一个量级。为了试验该装置,评估其性能并能与以前的测量值相衔接,将其研制的MO*4参考硅晶体组成一体,进行了



图4 硅晶格排列示意图

一系列试验测量,并评估其试验极限。

作为连接原子和宏观尺度的阿伏伽德罗常数 Na代表一个摩尔的无量纲实体数。要准确得出这 个数值,需要以高精度对单晶体进行直接计数。 这种方法是采用上述X射线干涉仪对硅晶格密度 进行精密测量,称为X射线晶体密度法。X射线 干涉仪以X射线作为光源,其干涉光路如图5右 下方所示,从X射线源射出的X射线进入X射线 干涉仪右侧的第一晶片,X射线在第一晶片上分 离后,经第二晶片重新合成,在称为分析器的第 三晶片上汇合。X射线干涉仪的第三晶片是移动 晶片,它每移动一个晶格间距,X射线干涉仪就 计一个数,因此晶片移动的距离记录了晶格间距 的数目。图5右上方的红线代表氦氖激光器发出 的红光,将移动晶片粘贴在F-P干涉仪的一个镜 面上(F--P干涉仪在红光的垂直位置上,图中未 画出), 它同时用激光干涉条纹记录了移动的距 离,从而使晶格间距可用nm 来表示。这台X射 线和激光联合干涉仪实现了晶格间距用长度单位 米表示的绝对测量。

X射线在第一块晶体上分离后经第二块晶体 重新合成,在第三块称为分析器上汇合。当分析 器沿着垂直于(220)平面方向运动时,观测到透过



图5 X射线与光学结合干涉仪的测量原理图^[18]

和衍射的X射线强度的周期变化(如图5中左下侧 箭头所示,X射线条纹192 pm),其周期就是衍射 平面的间隔。分析器晶体插入前镜和后镜内,因 此,它的位移可用光学干涉仪测量(图5中右上侧 为F—P干涉仪);用偏振编码和光学调制器(optical modulator)可实现必要的pm分辨率。晶格间距 的测量方程为

$$d_{220} = (m/n) \lambda/2$$
, (4)

式中n是在晶体位移扫描λ/2 周期的m个光学条纹 (图5中左上侧光学条纹为316 nm)时,晶格间距 d220的X射线条纹数,为了兼顾其灵敏度和准确 度,位移增大至5 cm就可保证其测量优势。X射 线晶体干涉仪的成功运行对实验人员是一项挑 战:固定和运动晶体时必须允许原子在其初始 移动时精确定位,又必须与分析器的位移保持 准直。

X射线和激光联合干涉仪能将X射线源入射的17 keV的X射线聚焦成(10×0.1) mm²,通过第一块晶体时分离,然后通过第二块透射镜晶体及第三块称为分析器晶体后会合。与以前所有的装

置相比,这台装置关键的发展是:干 涉仪运行的位移扩展到了5 cm,测量 能力得到提高。这项测量的能力是用 导轨获得的,在准光学导轨上装配一 个L形运输滑板。一个具有3个压电 传感器的可动三角架装在此运输滑 板上。

阿伏伽德罗常数 N_A 可以用(3)式 的硅晶体的参数表示,式中的 N_A 是 摩尔体积nM与原子体积 $V_{at}(V_{at}=\rho a^3)$ 之 比,相当于摩尔质量 M_{mol} 与原子质量 m_{at} 之比,摩尔质量是 N_A 个原子的质 量,原子质量是一个原子的质量,两 者之比即阿伏伽德罗常数 N_A ,

$$N_{A} = nM/V_{at} = M_{mol}/m_{at} ,$$

$$N_{A} = V_{mol}/V_{at} = M_{mol}/m_{at} .$$
(5)

在20世纪末,用X射线晶体密度 (XRCD)法,测量 N_A 的不确定度均达 到了 1×10^{-6} 至 10^{-7} 量级。如1992年,

P. Seyfried 等人^[19]测量值为6.0221363×10²³ mol⁻¹,不确定度为1×10⁻⁶; 1994年,G. Basile 等人^[20]测量值为6.0221379×10²³ mol⁻¹,不确定度为4×10⁻⁷; 1995年,P. De Bievre 等人^[21]测量值为6.0221365×10²³ mol⁻¹,不确定度为6×10⁻⁷; 1999年,K.Fujii等人^[22]测量值为6.0221365×10²³ mol⁻¹,不确定度为6×10⁻⁷; 1999年,K.Fujii等人^[22]测量值为6.0221365×10²³ mol⁻¹,不确定度为6×10⁻⁸。由此可见,测量*N*_A的不确定度迈入了10⁻⁸量级的大门。

5 阿伏伽德罗常数的精密测量研究的 新进展

5.1 中国单晶摩尔质量测量研究的新突破

2012年第一期的*Metrologia*上,发表了中国 计量科学研究院、中国科学院地质与地球物理研 究所及香港科技大学联合完成的关于单晶硅摩尔 质量准确测量的最新成果^[24],题为《物质的量测 量均匀性原理:X射线晶体密度法和功率天平法 测量结果的不一致性》的研究论文。文中,中国 计量科学研究院易洪等人提出了准确测量化学组 成的基本原理——物质的量测量均匀性原理。该 原理揭示了物质的量测量准确度的理论极限值是 由样品分子本征布居的均匀性所决定,物质的宏 观量值和微观状态是有内在联系的。准确测量物 质的组成一直是化学研究的基础课题之一。物质 的量测量均匀性原理支配着化学测量的采样过 程、样品化学制备过程和检测过程,它对在分子 水平上和最高准确度情况下测量物质的量具有普 遍的指导意义。

阿伏伽德罗常数是一个联系宏观世界和微观 世界的基本物理常数。准确测量阿伏伽德罗常数 要求人们准确测定1千克完整单晶硅球中所含原 子的个数,做到每测量1亿个原子误差在2个原 子以内。这是一项极富挑战性的课题,包括中国 在内的国际上少数几个国家组成的国际阿伏伽德 罗常数合作组,正在进行阿伏伽德罗常数精密测 量研究。如上所述,多年来,国际上用自然丰度 单晶硅X射线晶体密度法和功率天平法测量阿伏 伽德罗常数,存在1.1×10⁻⁶的不一致性。

针对上述问题,论文作者在理论上提出了准确测量硅摩尔质量的新判据,即:(1)化学反应完 全转化;(2)无分馏效应;(3)分子水平上的均匀 性;(4)更少的污染。在实验中发现了原先国际阿 伏伽德罗常数合作组所采用的碱溶法制样过程中 存在有分馏效应,并且准确测量了这一分馏效应 的大小,它导致自然丰度单晶硅摩尔质量偏小 1.0×10⁻⁶。修正后,自然丰度单晶硅X射线晶体 密度法测量阿伏伽德罗常数的结果和功率天平法 得到阿伏伽德罗常数的结果非常接近。图6示出 了 2003 年至 2012 年间阿伏伽德罗常数的测量数 据的比较。

5.2 涉及硅晶体测量研究的新进展

使用近乎完美的单晶天然硅以及使用高丰度 硅时,得到的一个新的实验结果的相对标准不 确定度为2×10⁻⁸。对于这种材料,其同位素丰度 *x*(²⁸Si)≈0.99996,而天然硅晶体是由²⁸Si,²⁹Si和 ³⁰Si三种同位素组成的,²⁸Si的同位素丰度*x*(²⁸Si)≈ 0.92。

2010年的N_A推荐值^[25]6.02214129(27)×10²³ mol⁻¹ 使用了前4年及2006年平差中的天然硅的测量结 果, 它们是自20世纪90年代起以尽量小的不确 定度获得的。其中包括阿伏伽德罗常数合作组 (IAC)和国际计量局(BIPM)的质量咨询委员会 (CCM)的工作。为了用物理方法测定普朗克常 数, 共有6个计量实验室建立了瓦特天平的装 置,其中有英国国家物理研究所、美国国家标准 与技术研究院、瑞士联邦计量局(METAS)、法国 国家计量研究所(LNE)、中国计量科学研究院和 国际计量局。用化学方法测定阿伏伽德罗常数是 通过阿伏伽德罗数合作组计划实施的,该计划有 德国、日本、意大利、美国、加拿大及中国等在 内的8个国家参加。其中心思想是通过对硅原子 计数、测定硅的密度、测定硅的同位素和原子量 来确定阿伏伽德罗常数。由于 $N_{\rm A}$ 与h成反比(两者 与其他已知量光速*c*,精细结构常数α等相关),这 两项研究既是互补的、也是独立的。

经过多年的努力,两者测量的结果均已达到 了10^{-*}的精度,但两者之间却仍存在1×10^{--*}或10^{--*}



图6 阿伏伽德罗常数的测量数据与国际推荐值的比较¹²⁴(图中的IAC 2003是国际阿伏伽德罗常数合作组在2003年测量的数据,²⁸Si 2010是用²⁸Si同位素测量的数据,NIST是美国国家标准与技术研究院简称,NPL是英国国家物理研究院简称,NIM是中国计量科学研究院简称)

量级的差异。而重新定义基本单位的要求是,必须使两者在10⁻⁸量级上达到一致。

5.3 加拿大国家研究委员会关于 h和 M 比较研 究的突破

2012年初,加拿大国家研究委员会(NRC)发 表了他们卓有成效的测量结果^[26],他们用瓦特天 平测量普朗克常数*h*的结果为

h(NRC-Wb)=

(6.62607063±0.00000043)×10⁻³⁴ J s; (6) 他们用同位素²⁸Si测量阿伏伽德罗数常数*N*_A并由 其推算的普朗克常数为

$$h(NRC-^{28}Si) =$$

$$(6.62607055\pm0.0000021)\times10^{-34}$$
 J s . (7)

上述两个数值的相对不确定度分别为6.5×10⁻⁸和 3.2×10⁻⁸。

 $h(NRC-Wb) - h(NRC-^{28}Si) =$

$$0.00000022 \times 10^{-34} \,\mathrm{J}\,\mathrm{s}\,,\tag{8}$$

但两项独立测量的相对不确定度差值仅为 3.3×10^{-8} , 处于 2010 年 CODATA 国际推荐值(6.62606957± 0.00000020)×10⁻³⁴ J s 的的不确定度范围之内,其 测量的相对不确定度也小于国际推荐值的不确定 度 4.4×10^{-8} 。

NRC的上述结果来之不易,他们的瓦特天平 装置 Mark II 是 1990 年由英国 NPL 转让的,经过 20 年的努力,不但在瓦特天平方法上有所提高, 而且在提高测量阿伏伽德罗数常数精度的同时, 将两种方法的差异减小到 3.3×10⁻⁸的量级。

经过易洪等人对以前用天然硅测量阿伏伽 德罗常数值的修正值(图6上方的第一个数据), 与CODATA 2010年的推荐值在2×10⁻⁸以内达到 一致。由于本文第4节所列的突破性成果均发表 在2012年初第一期的*Metrologia*上,虽然早于 CODATA 2010年国际推荐值发表日期2012年3 月15日,但由于已在该数据的截止期2010年 12月31日之后的一年以上,因此未能予以考虑 在内。

对CODATA 2010年国际推荐值发表时的评论

如下:一个问题是与用于测量在各种硅晶体中的 硅同位素²⁸Si,²⁹Si和³⁰Si的物质的量比例的实验 测定的质谱仪的校准因子相关。这个因子是临界 的,因为摩尔质量是从这些比值和比较熟悉的同 位素的相对原子质量计算的。另一个问题是在采 用的晶体间的摩尔质量值尚存有较大不能解释的 7×10⁻⁷的发散。

从1994年至2005年,比利时参考物质与测量研究所(IRMM)用WASO17.2的摩尔质量测量了 自然硅的摩尔质量,这是用现在估计的校准因子 测定的。根据校准因子新的测定,Valkiers等人在 2011年报道了WASO17.2的摩尔质量值,其相对 标准不确定度为2.4×10⁻⁷,与1994年所用的值的 不确定度为1.3×10⁻⁷,比以前的值要大1.34×10⁻⁶。 中国计量科学研究院的易洪等人在文献[20]中也 指出,在对硅的同位素比例差异做修正后,测量 值之间就可以相互符合。

5.4 国际阿伏伽德罗常数合作组(IAC)的研究 进展

2011年,国际阿伏伽德罗常数合作组发表了 用通过同位素²⁸Si富集的硅单晶计数原子的方法 测量阿伏伽德罗常数 N_{A} 的报告^[26],根据IAC对测 量 N_{A} 的预期目标,其测量不确定度是 2×10^{-8} ,由 (5)式推算,对测量硅晶体的密度的测量不确定度 是 1×10^{-8} ,对测量摩尔质量 M_{mol} 的测量不确定度 是 0.8×10^{-8} ,对测量晶格常数a的测量不确定度是 4×10^{-9} 。

关于硅晶体的密度ρ的测量,需要制作一个 接近1kg的硅球^[27],如图7所示,硅球的直径为 93.6 mm。经过精心抛光和研磨,使球的不圆度 达到43.2 nm,即在各个方向测量直径的差异达 5×10⁻⁴量级。通过精密测量硅球的质量和用激光 干涉方法测量平均直径就能得到硅球密度的准确 值,不确定度达10⁻⁸量级。

2015年,5个国家计量研究院(日本国家计量 研究院(NMIJ),国际计量局(BIPM),德国联邦技 术物理研究院(PTB),美国国家标准与技术研究 院(NIST)和意大利计量研究院(INRIM))组成的 IAC的29位计量学家联合发表了新的测量结果, 与以前各国的测量结果的比较如图8所示^[28]。表1 列出了各项测量结果及其不确定度。

表 1 中的样品 AVO28-S5c 和 AVO28-S8c 是 2013 年对样品 AVO28-S5 和 AVO28-S8 的表面进 行重新抛光后新设计的。表 1 中列出的各项参数 的测量是在 20℃和0 Pa条件下进行的^[26]。

表2是按阿伏伽德罗常数合作组计划实施的 实验获得的测量值^[28]。

量	单位	样品 AVO28-S5c	样品 AVO28-S8c
М	g mol ⁻¹	27.97697009(15)	27.97697009(15)
а	pm	543.0996219(10)	543.0996168(11)
V	cm ³	430.8912891(69)	430.7632225(65)
т	g	999.698359(11)	999.401250(16)
$\rho = m/V$	kg m ⁻³	2320.070943(46)	2320.070976(51)
NA	10^{23} mol^{-1}	6.02214072(13)	6.02214080(14)

表1 一个硅原子质量*M*、晶格常数*a*、硅球的体积*V*、 原子质量常数*m*和硅球的密度ρ以及 阿伏伽德罗常数*N*_A的测量结果^[28]

表2 基于重新抛光硅球的²⁸Si富集硅球的 阿伏伽德罗常数测量值*^[28]

²⁸ Si富集硅球	$N_{\rm A}/10^{23}~{ m mol}^{-1}$	<i>u</i> /10 ⁻⁹
AVO28-S5c	6.02214072 (13)	21
AVO28-S8c	6.02214080 (14)	23
平均值	6.02214076 (12)	20

* 表中第二栏数据末尾括号中的数值是指测量值的不确定度,第三行的 u/10°是指以10°表示的相对不确定度。

6 物质量单位摩尔的概念和新定义

摩尔是moles的译音词,起源于希腊文,原 意为堆量。在1971年正式定义为一个基本单位 之前,科学家和计量学家曾采用克分子、克原 子等术语来表述原子或分子集体的含量。当时, 克分子或克原子的定义是:在数值上与元素的 原子量(或化合物的分子量)相同,而以克为单



图7 硅球的质量1 kg, 直径93.6 mm, 不圆度43.2 nm



图8 国际阿伏伽德罗常数合作组(IAC)2015年*N*₄的新测量 结果及其与以前各国测量结果的比较^[28]

位表示其量值。在西文中,就是用 mole 来表示 的。原子量的概念并不是原子的质量,而是相 对原子质量。它是相对于某个元素的质量,最 早采用的标准元素是氢元素,后来采用氧原 子,最后采用碳原子的同位素¹²C的原子量12作 为原子量的新标准,于1962年1月起实行。又 经过1967年和1969的两次讨论,作出了定义一 个新的基本单位的决定。1971年第14届 CGPM 通过决议,以摩尔为物质的量单位,其定义 如下:

摩尔是一系统的物质的量,该系统中所包含的基本单元数与0.012千克碳-12原子数目相等。 在使用摩尔时,基本单元应予指明,可以是分子、原子、离子、电子及其他粒子,或是这些粒子的特定组合。

根据摩尔的上述定义,可以导出它与原子质 量单位、相对原子质量和宏观质量千克之间的 关系。



历史发展中有过一些重要步骤和原理,例如 1662年的玻意尔定律、1803年的道尔顿分压定 律、1806年的Proust正比定律,直到1811年出现 的阿伏伽德罗定律。上述4个定律是发展现代化 学一些最重要的原理。1993年,国际纯粹与应用 化学联合会(IUPAC)通过以下定义:

物质的量与物质某个系综的数目成正比;正 比因子对所有物质是相同的,是阿伏伽德罗常数 的倒数。IUPAC的定义并不完全令人满意,因为 它需要一个直接的参考,通过参考与阿伏伽德罗 常数的连接,来定义物质的量的某个单位。量的 定义应具有更大的广泛性,它应该具有单位的独 立性。2009年,物质的量的定义又作了修改,其 表述如下:

物质的量是度量与某个实体系综的数目的 量,它与某个实体系综的数目成正比,正比常数 对所有物质是相同的。实体可以是原子、分子、 离子、电子及其他粒子,或是这些粒子的特定 组合。

1995年,国际计量委员会(CIPM)首次建立了 物质的量咨询委员会(CCQM),其首要问题就是 如何将测量溯源到国际单位制?

物质的量单位摩尔的新定义如下:

摩尔(mol)是国际单位制中的某种单元实体的 物质的量单位,实体可以是原子、分子、离子、 电子,或任何其他粒子,或这类粒子的群体;其 量值是固定的阿伏加德罗常数,精确值为 6.022141…×10²³,并以mol⁻¹表示。因此,有以下 精确关系式:

$$V_{A} = 6.022141 \cdots \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$
 (9)

戓

mol⁻¹=N₄/6.022141…×10²³. (10) 这个定义的实质是: 摩尔是包含6.022141…×10²³ 某种单元实体系统的物质的量。

例如,在目前的定义中,1摩尔纯同位素 碳-12的质量是精确已知的,而每一个1摩尔其他 元素的质量具有该元素的原子量的不确定度。但 是,受目前定义的支配,我们不能表述1摩尔实 体的精确数;它等于阿伏伽德罗常数,但具有一 定的不确定度。如果采用基于阿伏伽德罗常数为 固定值的新定义,1摩尔任何元素的实体数将可 以精确得知,但1摩尔任何元素的质量具有一定 的不确定度,它与该元素的原子量的不确定度 相等。

7 阿伏伽德罗常数测定的重要意义

虽然,未来的千克定义将基于普朗克常数 h,但h的值可以用摩尔普朗克常数hN_A通过N_A计 算,而不损失任何不确定度。其原因是,转换公 式中的里德伯常数、精细结构常数和电子摩尔质 量的不确定度分别为6.6×10⁻¹²,6.8×10⁻¹⁰和4.2× 10⁻¹⁰,光速是精确值。因此准确测量N_A具有非常 重要的意义,它能提供独立于h的旁证值^[28]。图9 示出了1989年至2014年普朗克常数和阿伏伽德 罗常数的测量值^[29]。

7.1 摩尔质量

硅晶体物质的摩尔质量由下式给出:

 $M = \sum_{n} M("Si) x_n = \sum_{n} M("Si) R_{n/m} / \sum_{n} R_{n/m}$, (11) 式中 n = 28, 29, 30, M("Si)是硅同位素 "Si 的摩尔 质量, x_n 是 "Si 物质的量分数, $R_{n/m} = x_n / x_m$ 是分数比 例, 下标 m是所选的参考同位素。

为了测定摩尔质量,从每个球的两边选取

样品,例如用同位素稀释质谱仪(IDMS)方法可 以进行高分辨测量。经过观测,样品的同位素 成分与其定位之间并无关联。球的摩尔质量只 有相对很小的1×10⁻⁹的差异,由此证实:整个 晶体中的摩尔质量是相同的。然而,由于仅有 球周围的很小区域内的样品用于测量,还应考 虑在晶体端部未检测到的附加不确定度贡献的 因素。

根据PTB, NMIJ和NIST的24个结果综合的 AVO28计算的摩尔质量为27.97697009(15)g mol⁻¹, 其相对不确定度为5.4×10⁻⁹。

7.2 晶格参数

*d*₂₂₀(XINT)=*a*(XINT)/8^{1/2}=192.01471198(34)pm, (12) 式中XINT是X射线干涉仪的缩写。下面用*t*_{ITS-90} 表示1990年建立的温标温度,在*t*_{ITS-90}=20°C和*p*= 0 Pa时,(12)式表示X射线干涉仪的移动晶片 在移动46 mm距离时与晶体轴垂直的平均晶格 间距。

每个球的平均晶格参数为

 $a(S)=(1+\Sigma_i \beta_i \Delta N_i) a(XINT)$, (13) 式中的S是球 AVO28-S5c或 AVO28-S8c, 下标 *i* 是点缺陷, β_i 是应变系数, ΔN_i 是球与干涉仪之间 点缺陷*i*的浓度差。与过去的测定不同的是, 要 考虑到碳、氧和硼的污染。

7.3 晶体表面

为了清除硅球表面的金属污染,进行了重新 抛光。硅球的表面层必须准确的表征和测量, 以提高球的质量和体积测定所要求的修正值的 精度。经分析新的硅球表面仍有四层:物理吸 附的水层(PWL)、化学吸附的水层(CWL)、含碳 层(CL)和氧化层(OL)。采用X射线荧光和X射 线反射法分析测量了表面层的厚度,分别估计 如下:

AVO28-S5c和AVO28-S8c的PWL的厚度为 0.39(9)和0.43(9)nm, CWL的厚度为0.60(18)和 0.49(16)nm, OL的厚度为0.76(27)和0.64 (25)nm。

7.4 硅球的直径和体积

硅球的核心直径和体积测量结果的加权平均 值如下:

AVO28-S5c 和 AVO28-S8c 平均直径分别为 93710811.21(50) nm 和 93701526.26(47) nm; 两 者的平均体积分别为: 430.819289(7) cm³和 430.763223(7) cm³。

7.5 晶体质量

为了从硅球的质量中扣除表面层的质量,而 测定硅核心的质量。此外,由于点缺陷,在硅原 子占有的所有规则位置处,球质量与被测质量值 之间的差值为

 $m(欠缺)=V \Sigma_{i}(m_{2s}-m_{i})N_{i}$, (14) 式中 m_{2s} 和 m_{i} 分别是²⁸Si原子和第i个点缺陷的质量(空位质量为零), V是球的体积, N_{i} 是点缺陷i的浓度。

经检测得到的 AVO28-S5c 和 AVO28-S8c 的 PWL 的硅核心质量分别为 27.97697026(22)和 27.97697029(23)g mol⁻¹。

7.6 阿伏伽德罗常数与普朗克常数的关系

IAC项目的第一个富集硅结果是在2011年正 式发表的^[26],包含在CODATA-10的平差中^[25]。在 IAC工作中,硅样品是精抛光、高纯度的晶面完 美球体,其名义质量为1kg,最初设计定名为 AVO28-S5和AVO28-S8。XRCD用完美硅晶体测 定*N*₄的基本方程为

 $N_{A}=A_{r}(Si)M_{u}/8^{12}d_{220}^{3}\rho(Si)$, (15) 式中 $A_{r}(Si)$ 是硅原子的平均相对原子质量, M_{u} 是 摩尔质量常数, d_{220} 是理想硅晶体的|220|晶格间 距, $\rho(Si)$ 是宏观的硅质量密度。

在 IAC 实验中, 宏观的硅质量密度 ρ (Si)是从 关系式 ρ (Si)= m_s/V_s 得出的, 其中 m_s 是通过衡量测 定的球的质量, V_s =($\pi d^3/6$)是球的体积, 由球的平 均直径 d_s 得出, d_s 由光学干涉测量方法测定。 硅梨晶的晶格间距 d_{220} 是从梨晶有代表性的 硅样品用XROI方法测量的。硅原子的平均相对 原子质量 A_r (Si)是用同位素稀释质谱仪,通过测 量样品的物质的量之比获得 $R_{29/28}=n(^{29}Si)/n(^{28}Si)$ 和 $R_{30/28}=n(^{30}Si)/n(^{28}Si),从已知值<math>A_r(^4Si)$ 计算 $A_r(Si)$ 。 我们知道, $A_r(^4Si)$ 中Si的左上标A=28,29,30, 由 $R_{29/28}$ 和 $R_{30/28}$ 以及3个 $A_r(^{4}Si)$ 就可以计算 $A_r(Si)$ 。

该实验的其他两个方面也是很重要的。(15) 式只能用于纯硅球。实际上,球的表面有物理吸 附的水层、化学吸附的水层、含碳层和SiO₂层。 必须测定层上物质的质量和厚度,使球的质量 值*m*_s和球的平均直径*d*_s以及晶格间距{220}得以 修正。

IAC的专家在发表第一次结果后继续工作, 由Azuma 等人^[28]做了详细描述,其中特别值得关 注的有下列两点:2011年的结果中的硅晶体具有 诸多表面金属污染,这增加了表面层需要修正的 不确定度。

为解决这些问题,第一项改进是球经过精心 地重新腐蚀和抛光。第二项改进包括测定物质的 量之比和A_t(Si)的量值。它们是由德国PTB,日本 NMIJ和美国NIST用等离子体质谱仪和同位素稀 释方法各自独立测量的。

由 Azuma 等人^[28]报道的两个新值用于 2014 平 差的输入数据^[29],这两个新值是:

 $N_{\rm A}$ =6.02214099(18)×10²³ mol⁻¹ [3.0×10⁻⁸]; (16)

 $N_{\rm A}$ =6.02214076(12)×10²³ mol⁻¹ [2.0×10⁻⁸]. (17)

第一个新值是 CODATA-10 中所用的 2011 年 的数值,其不确定度为 3.0×10⁻⁸,反映了在测定 中所用的质量标准与千克国际原器作为额外比对 的重新检定。

第二个新值是由 Azuma 等人^[28]报道的数值, 这是四年内 IAC 专家努力的成果,是由球 AVO28-S5c和球 AVO28-S8c 加权平均的结果得出

参考文献

- [1] Dalton J. A New System of Chemical Philosophy , 1808, 1:189
- [2] Gay-Lussac J L. Mem. Soc. d'Arcueil, 1809, 207:32
- [3] Avogadro A. J. Phys. Paris, 1811, 73:56

的(附加字母c表示早期工作所用的球经研究者重 新腐蚀和抛光)。

由球 AVO28-S5c 和球 AVO28-S8c 得到的 N_A 数值指定的不确定度分别为 2.1×10^{-8} 和 2.3×10^{-8} 。 正如前述,新的硅球表面仍有四层,因此必须对 硅球进行准确的表面表征。AVO28-S5c 的两项最 大的不确定度分量是表面表征分量: 1.0×10^{-8} ,从 平均直径计算球体积为 1.6×10^{-8} 。应该注意 到,在两个 N_{A} 的修正中,Mana 等人^[30]报道的修 正系数为 0.17。(16)和(17)式中 N_{A} 的两个数值是 与 IAC-11和 IAC-15 报道的数值相符,h的值也 可以从其中导出,这些数据可以与其他数据相 比较。

作者在本刊2014年曾著文介绍普朗克常数的 测量进展^[31]。表3列出了此后的进一步发展。由 表3可见,多数测量的不确定度已达到10⁻⁸量 级,CODATA 2014年的国际推荐值的不确定度已 达到1.2×10⁻⁸,实现了重新定义质量单位千克的 预定目标。

2014	美国NIST ^[32]	6.62606979(30)	4.5×10 ⁻⁸
2014	中国NIM ^[33]	6.626104(59)	8.9×10 ⁻⁶
2015	法国LNE ^[34]	6.6260688(20)	2.9×10 ⁻⁷
2015	加拿大NRC(修正值) ^[28]	6.62607034(12)	1.7×10 ⁻⁸
2015	加拿大NRC(修正值) ^[28]	6.62607011(12)	1.7×10 ⁻⁸
2015	美国NIST(修正值) ^[35]	6.62606936(37)	7.7×10 ⁻⁸
2015	IAC ^[28]	6.62607015(13)	2.0×10 ⁻⁸
2016	中国 NIM ^[36]	6.626069(17)	2.6×10 ⁻⁶
2016	美国NIST ^[37]	6.62606983(22)	3.4×10 ⁻⁸
2014 ²⁾	CODATA ^[29]	6.626070040(81)	1.2×10 ⁻⁸

表3 2014年后普朗克常数 h 测量进展一览表¹⁾

1) 作者包括德国PTB、日本计量研究所、瑞士计量局、美国NIST、意大利INRIM、国际计量局和比利时IRMM等7个国家的计量研究院所的25位 专家。

2) 2016年9月正式发表,其中阿伏伽德罗常数 $N_{*}=6.022140857(74)\times 10^{23}$ mol⁻¹不确定度为 1.2×10^{-8} 。

- [4] Perrin J B. C. R. Acad. Sci. Paris, 1909, 149:477
- [5] Loschmidt J. Sitz. Kais. Akad. D. Wiss. (Wien), 1865, 395:407
 Loschmidt J. Z. Math. U. Physik, 1865, 10:511

- [6] Einstein A. Ann. Phys. Lpz., 1906, 17:549
- [7] Millikan R A. Phil. Mag., 1917, 34:1
- [8] DuNouy P L. Science, 1924, 59:580
- [9] Bearden J A. Phys. Rev., 1931, 37:1210
- [10] Bearden J A et al. Phys. Rev., 1965, 137: B181
- [11] Bonse U, Hart M. Appl. Phys. Lett., 1965, 6:155
- [12] Deslatess R D et al. Phys. Rev. Lett., 1974, 33:463
- [13] Becker P. 2007(内部资料)
- [14] Deslatess R D et al. IEEE Trans. Instrum. Meas., 1987, 36:166
- [15] Cohen E R, Taylor B N. Rev. Mod. Phys., 1987, 59(4):1121
 沈乃澂 编译. 1986年基本物理常数国际推荐值. 北京:科学出版社, 1987
- [16] Becker P. Metrologia, 2003, 40: 366
- [17] Becker I P et al. Metrologia, 2007, 44:1
- [18] Ferroglio L, Mana G, Massa E. Optics Express, 2008, 16:16877
- [19] Seyfried P. (内部资料)
- [20] Basile G et al. Phys. Rev. Lett., 1994, 72:3133
- [21] De Bievre P et al. Metrologia, 1995, 32:103
- [22] Fujii K et al. Metrologia, 1999, 36:455
- [23] Mohr P J, Tailor B N. J. Phys. Chem. Ref. Data, 1999, 28:1715
 沈乃澂 编译, 聂玉昕 审校. 基本物理常数 1998 年国际推荐值. 北京:中国计量出版社, 2004
- [24] Yi H, Li T, Wang X et al. Metrologia, 2012, 49(1):62
- [25] Mohr P J, Taylor B N, Newell D B. Rev. Mod. Phys., 2012, 84:1527
- [26] Massa E, Nicolaus A. Metrologia, 2011, 48:S1
- [27] Andreas B et al. Phys. Rev. Lett., 2011, 106:030801
- [28] Azuma Y et al. Metrologia, 2015, 52:360
- [29] Mohr P J, Newell D B, Taylor B N. Rev. Mod. Phys., 2016, 88:035009
- [30] Mana G et al. J. Phys. Chem. Ref. Data, 2015, 44:031209
- [31] 沈乃澂. 物理, 2014, 43(9):606
- [32] Schlamminger S D, Seifert H F, Chao L S et al. Metrologia, 2014, 51: S15
- [33] Zhang Z et al. Metrologia, 2014, 51:25
- [34] Sanchez CA, Wood BM, Green R.G et al. Metrologia, 2015, 52: L23
- [35] Schlamminger S, Steiner R L, Haddad D et al. Metrologia, 2015, 52:L5
- [36] Xu J et al. Metrologia, 2016, 53:86
- [37] Haddad D, Seifert F, Chao L S et al. Review of Scientific Instruments, 2016,87:061301

