# 光子芯片中类比引力的研究\*

盛冲<sup>1,2,†</sup> 刘辉<sup>1,2</sup> 祝世宁<sup>1,2</sup>
(1 南京大学物理学院 固体微结构物理国家重点实验室 南京 210093)
(2 南京大学 人工微结构科学与技术协同创新中心 南京 210093)

### Analogical gravitation on photonic chips

SHENG Chong<sup>1,2,†</sup> LIU Hui<sup>1,2</sup> ZHU Shi-Ning<sup>1,2</sup>
(1 National Laboratory of Solid State Microstructures, School of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)
(2 Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

2019-06-11收到

† email: csheng@nju.edu.cn DOI: 10.7693/wl20190701

**摘 要** 探索和理解引力场弯曲时空的本质一直是人类孜孜不倦追求的目标。尤其 最近天文学上两大事件:激光干涉引力波天文台探测到引力波信号以及事件视界望远镜拍 到黑洞的影子,进一步激发人类对古老而神秘引力的兴趣。尽管人类在探测引力现象的天 文实验技术上取得了巨大的进步,但是对于有些引力现象的研究仍然面临着挑战,特别是 与引力有关的量子效应。另一方面,类比引力系统为人类研究引力效应提供了一个新的实 验平台,它可以在实验室环境下研究目前天文观测仍面临挑战的引力现象,例如黑洞附近 引力场的量子效应。文章将介绍以光子芯片作为一种类比引力的实验体系而实现的引力场 弯曲时空的模拟与研究。

关键词 引力,类比引力,光子芯片,弯曲时空

**Abstract** Exploring and understanding the nature of gravity has always been a human endeavour. In particular, two recent achievements in astronomy, the laser interferometer gravitational-wave observatory (LIGO), which has detected gravitational-wave signals, and the event horizon telescope (EHT), which has captured black hole shadows, have further stimulated broad interest in ancient and mysterious gravity. Despite the tremendous advances in experimental astronomy techniques for detecting gravity, the study of some gravitational phenomena still faces challenges, especially the quantum effects related to gravity. On the other hand, analogical gravity systems provide a new experimental platform for studying gravitational effects; they can be used to study in a laboratory environment those gravitational phenomena that still present challenges for current astronomical observation, for example the quantum gravitational effect near black holes. This paper introduces the simulation of various phenomena in curved space-time realized by photonic chips, which portray a good analogical gravitational system.

Keywords gravity, analogical gravity, photonic chips, curved space-time

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 11690033)、国家重点研发计划(批准号: 2017YFA0303702)资助项目

## 1 引言

引力作为四种基本相互作用力(引力、电磁 力、强核力、弱核力)的一种,起源于人类对天上 日月星辰的运动以及地面上苹果落地的重力现象 的认识。尽管人类很早就知道引力,从牛顿提出 万有引力定律到爱因斯坦提出广义相对论再到最 近的引力全息理论,时间已经跨越了三百多年。 但是人类还没有完全驯服引力。譬如利用量子力 学已经成功整合电磁力、强核力以及弱核力,但 是如何将引力和其他三种自然力进行统一仍面临 着巨大的挑战。引力的本质是什么这个物理学的 终极难题一直萦绕在无数科学家的心中。尽管步 履蹒跚,人类在探索和理解引力本质的天文观测 手段上仍取得了很多令人惊喜的成果。2015年9 月14日分别位于美国华盛顿州的汉福德和路易斯 安那的利文斯顿两个相距3000多公里的臂长为4 千米的L型激光干涉引力波探测仪(Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory, 简称LIGO), 成功探测到质量大约分别为36个太阳质量和29 个太阳质量黑洞组成的双黑洞系统由于相互绕转 并合所发出的能量大约为3个太阳质量的引力波 信号<sup>[1]</sup>。这一引力波事件开启了引力波天文学的 新时代。随后越来越多的引力波事件被LIGO所探 测到。尤其是引力波事件GW170817首次探测到 双中子星旋近并合产生的引力波信号[2],同时其 产生的电磁波对应体更是被全球几十家天文机构 观测到。这些观测到的引力波事件验证百年前爱 因斯坦关于引力波存在的猜想,同时也验证爱因 斯坦广义相对论这一经典理论的正确性。最近, 由全世界横跨几大洲8台毫米波射电望远镜组成 的事件视界望远镜(Event Horizon Telescope, 简称 EHT)成功拍到重约65亿个太阳质量,位于距离 地球5500万光年的梅西耶(M87)星系中心黑洞的 影子。这一天文学事件一经媒体所报道,激起大 众广泛的兴趣。LIGO让人类第一次听到黑洞的 声音, 而EHT让人类第一次看到黑洞的影像。但 是,到目前为止对一些极端天文学现象的观测还 缺乏有效的技术手段。譬如,理论学家预言黑洞

作为一个强引力场,本身就会有很丰富的量子引 力的效应。1974年,霍金考虑由于黑洞外部量子 效应产生的涨落,发现黑洞并不是完全的黑体, 而是具有对外热辐射的"灰体"。这种黑洞附近 的量子现象被称为霍金辐射<sup>13</sup>。黑洞的霍金辐射 关联着量子理论、引力理论和热力学的"罗塞塔 石碑(Rosetta Stone)"受到物理学家们广泛关注, 被认为是揭开量子引力之谜的关键。但是在天文 上如何观测黑洞的霍金辐射却存在着巨大的挑 战。我们知道,一个太阳质量的黑洞辐射温度约 为10<sup>-7</sup>K,比宇宙微波背景辐射温度2.73K低了 7个数量级。同时根据霍金的理论,黑洞的质量 越大,辐射的温度会更低。而通常黑洞的质量是 几倍甚至数亿亿倍太阳质量,因此表面上在实验 技术上观察到霍金辐射是毫无可能的。另外,更 有意思的是,理论学家为了解决黑洞的信息佯谬 问题,提出了ER=EPR的假说<sup>[4]</sup>。这里的ER和 EPR分别是爱因斯坦在1935年提出的时空的虫洞 结构(爱因斯坦一罗森桥)和质疑量子力学正确性 的量子纠缠态。众所周知,物理学的发展是靠着 理论和实验这两条腿前进的。如何在实验上检验 ER=EPR假说的正确性,到目前为止还没有可行 性很高的实验方案的报道。

类比思想是物理学研究中一个重要的思想方 法,其背后的物理思想是,虽然是不同的物理系 统,但是它们的动力学演化方程却是相同的。以 霍金辐射为例,尽管天文学上直接测量基本不可 能,但是不妨在实验室的环境中开展类比霍金辐 射的研究。在这个方面,其实在霍金提出黑洞辐 射不久,物理学家安鲁在1981年提出了类比引力 黑洞的声学黑洞模型<sup>[5]</sup>,其直观的物理图像是用 流体中的声波来类比弯曲时空中的电磁波。对于 逆流而上一定速度的声波,当流体的速度超过声 速时,由于流体对声波的拖曳声波会困在该流体 超声的区域,可以把这个区域类比视界。同样可 以在这个声学的视界上观测声子的霍金辐射。在 数学上,这种声学黑洞建立在黑洞的几何时空的 标量波传播方程与流动液体中波的运动方程的数 学等价性上。当安鲁提出声学黑洞模型后,人们在

不同的实验体系中,譬如超导电路<sup>16</sup>、 玻色--爱因斯坦凝聚体(BEC)<sup>[7]</sup>、<sup>3</sup>He 超流体<sup>[8]</sup>、简并的Fermi 气体<sup>[9]</sup>、离子 阱<sup>[10]</sup>,研究了声学黑洞的霍金辐射。 除此之外,在光学体系中, Philbin 等 人<sup>[11]</sup>在光纤体系注入超快的脉冲,引 起光纤中间介质的克尔效应,从而改 变介质的折射率,随后注入传播速度 稍快一点连续的弱光作为探测光。其 中脉冲光相当干流动的水流,探测光 相当于在水流中传播的波,在速度较 快的探测光靠近脉冲光过程中, 探测 光的速度会变小,如同逆流而上的水 波。当探测光靠近脉冲光一定的距离 时,探测光相对于脉冲光静止,产生

类比的视界,同时观察到在视界附近探测光的蓝 移。最近同样在光纤体系中,人们成功观测到电 磁波信号的类霍金的受激自发辐射<sup>[12]</sup>。Belgiorno 等人<sup>[13]</sup>也基于类似的光学实验体系,将激光脉冲 细丝注入到透明的熔融的二氧化硅玻璃中,观察 到类霍金的自发辐射。

当然,除了霍金辐射之外,很多广义相对论 的弯曲时空效应可以在可控的实验室的环境下开 展类比研究。尤其在光学领域中,由于超构材 料141以及变换光学115-181的兴起和发展,人们可以 人为控制材料的电磁参数来模拟引力的弯曲时空 效应以及实现一些新奇的变换光学器件,例如电 磁波段的黑洞<sup>[19]</sup>、虫洞<sup>[20]</sup>、de Sitter时空<sup>[21, 22]</sup>以及 膨胀宇宙四等。变换光学类比引力的出发点是基 于麦克斯韦方程的等价性<sup>[24]</sup>:在引力场弯曲时空 中与平直时空的非均匀光学介质中的电磁波的传 播在数学上是等价的,亦即"弯曲时空"等价于 "非均匀介质"。虽然变换光学的理论设计很巧 妙,可以实现很多新奇的功能,但是变换光学对 材料的制备工艺要求很高,在实验上面临很大的 挑战,特别是在可见光波段,变换光学的实验进 展非常缓慢。2013年,南京大学的研究小组在可 见光变换光学的实验技术上取得了突破,在类比 引力方面取得了系列成果。他们以光子芯片作为



散射场强分布图

球

球

学微腔周围光线弯曲;(c)微腔中光捕获效应的实验与理论的比较<sup>[25]</sup>

(c)

(a)

(b)

的方法以及前沿的微纳加工技术制备出变换光学 波导、超构表面波导,以及一维超构材料纳米孔 阵列等变换光学结构,在实验上实现了可见光波 段黑洞的引力透镜效应<sup>[25]</sup>、爱因斯坦环<sup>[26]</sup>、共形 变换光学波导的自聚焦[27]、一维拓扑缺陷——宇 宙弦<sup>[28]</sup>和弯曲时空中加速粒子轫致辐射<sup>[29]</sup>。

#### 模拟黑洞捕获光子 2

2013年,南京大学研究小组在可见光变换光 学的实验技术上取得了突破,小组成员采用简单 而巧妙的旋涂加热工艺,利用微球表面与聚合物 薄膜接触的自组织表面张力效应,在一块微小的 光子芯片上,实现了折射率具有类似黑洞引力场 分布的光学微腔(图1(a),(b))<sup>[25]</sup>。光子在这种微腔 中的传播特性可以模拟出光子在黑洞引力场中传 播受引力场吸引所产生的弯曲。研究组在理论上 采用广义相对论的爱因斯坦方程, 计算了不同人 射光子的传播路径,实验中利用量子点荧光激 发,测量了不同入射距离的光束在微腔周围的传 播路径。结果证明,与黑洞周围引力场"视界" 类似,这种微腔也存在一种临界半径,当光子的 传播路径通过临界半径包围的区域,光子就会被 微腔捕获,而当光子的传播路径在临界半径区域 之外,光子不会被捕获,只是路径发生弯曲,实 验结果与理论很好地符合(图1(c))。与此同时,这 种类比黑洞的光学微腔相比较大多数窄带共振光 学微腔具有宽波段特性,可以捕获较宽的连续波 段内的光子。这种方法也为发展新型光学微腔提 供了一种新的途径,可以应用于光子芯片上的宽 波段激光器、光电探测、光伏器件等。

#### 3 模拟爱因斯坦环控制光子波前

根据波动光学的惠更斯原理,光子在空间中 的传播是通过光子波前的运动来描述。因此,如 果能够控制光子的波前,就能控制光子的运动。 最近几年,随着集成光学的发展,人们越来越需 要在微小的光子芯片上控制光子波前,实现光子 的操控。为此提出了各种人工微结构材料实现光 子波前控制,例如光子晶体、超构材料和金属表 面等离激元等。南京大学研究小组在集成光子芯 片上,通过模拟广义相对论的引力透镜效应,实 现了非欧弯曲时空中光子的波前控制<sup>[26]</sup>。实验 中,通过液滴的表面张力效应,制备出了一种模 拟天体中心引力场的聚合物波导(图2(b)),并利 用量子点荧光显微成像技术,直接观察到了光子 波前在引力场弯曲时空中的传播过程。实验结果 表明,这样设计的光子芯片可以模拟爱因斯坦环 这种罕见的天文现象(图2(a))。爱因斯坦环是广义 相对论的一个重要预测,并且在天体物理中利用 天文学手段已经被观测到,它的形成原因是点光 源发出的发散光由于引力透镜效应重新聚焦,远 方观测者在合适的观测位置上会在产生引力透镜 效应的大质量天体周围观察到一系列点光源的像。



图2 (a)爱因斯坦环的艺术效果图: 点源发出的光由于大质量天体产生引力透镜效应而重新 聚焦; (b)实验样品示意图, 图中蓝色箭头代表入射的激光; (c)和(d)为点光源发出来的光经 过两个不同尺寸"天体"的实验结果图; (e)和(f)是光束传播到不同位置的横场的强度分布 图, 其对应的位置由(c)和(d)图的黄色虚线所示; (g)实验结果中提取了光束的宽度与传播距 离的关系; (h)爱因斯坦环角半径的大小,实线是按爱因斯坦公式拟合的曲线,三角形的标 志是实验数据<sup>26</sup>

在实验中,由于需要模 拟点光源发出来的发散光经 过该"天体",也就是需要 球面波的波前,研究小组利 用弧线形激发光栅在波导中 产生球面波的波前。当球面 波的波前经过"天体"后, 从点光源发射出的发散光由 干引力透镜效应重新聚焦, 并且重新聚焦的光束的宽度 正比于传播的距离。图2(c) 和(d)比较了点光源经过两个 不同尺寸"天体"(液滴的 尺寸不同)的结果:研究小 组发现"天体"越大,光束 收敛得越厉害,但是最终收 敛光束的宽度也较宽。图2 (e)和(f)比较了距离"天体" 相同的位置,光束垂直于传 播方向的横场的强度分布: 图 2(g)从实验结果中提取了 光束的宽度与传播距离的关 系。这些都说明对于较大的

"天体",点源发射出来的发散光束由于引力透镜 效应重新聚焦后有较大的光束宽度。研究小组同 时比较实验所得的结果与爱因斯坦所预测环的角 尺寸的大小  $\beta = \sqrt{\alpha_0 R_0/z}$ ,其中  $\alpha_0$  是光线的偏折 角度,  $R_0$  是天体质量分布的半径, z 是观测者所 在的位置与天体中心之间的距离。为了对照爱因 斯坦的公式,研究小组比较两个不同质量的"天 体"的爱因斯坦环。图 2(h)比较实验数据与理论 数据,两者基本吻合。

## 4 模拟麦克斯韦鱼眼实现光子自聚焦 和Talbot效应

作为变换光学的分支理论, 共形变换光学正 逐渐受到人们的关注,因为共形变换光学仅要求 材料非均匀但各向同性,实现起来比较容易。早 在1854年, J.C. Maxwell就研究了著名的麦克斯 韦鱼眼透镜,但在实验上很难实现。南京大学研 究小组利用共形变换光学理论,将麦克斯韦鱼眼 透镜通过指数共形变换映射到物理空间,并结合 黎曼页支割线分析(图3(a)),得到了Mikaelian透 镜<sup>[27]</sup>。借助于聚合物溶液表面张力自组织过程, 精确地制备出了共形变换光学波导——Mikaelian 透镜,并且演示了几何光学条件下的自聚焦特性 和类正弦曲线。另一方面, Talbot 效应是指当周 期性物体被相干光照射后,在物体后方一定区域 该物体的图像会周期性地出现的现象,又称为自 成像或者无透镜成像。该现象于1836年被Henry Fox Talbot 首次发现,于1881 年被 Lord Rayleigh 首次从理论上解释。传统的 Talbot 效应由于光源 尺寸有限,只能在物体后方一定区域内产生。因 为随着传播距离增加,边界衍射效应变得突出, 就无法再现物体图像。但是在该研究小组利用共 形变换光学波导实现了非衍射的Talbot效应(图3 (b)),可以将图像无损耗地传递到远方。更为有 趣的是,通过进一步研究,发现该器件在数据编 码方面具有潜在的应用价值,可以利用Talbot效 应进行信息编码并将信息无衍射地长距离传输(图  $3(c))_{\circ}$ 



图3 (a)黎曼面上光线的传播;(b)共形Talbot效应的实验照 片;(c)共形Talbot效应的数字编码功能演示<sup>[27]</sup>

#### 5 模拟时空拓扑缺陷控制光束偏折

宇宙起源是现代物理学的基本科学问题。虽 然爱因斯坦广义相对论成功地描述了宇宙的演 化,但是宇宙起源的时空奇点需要量子力学来解 释。因此,为了解释目前很多观测的宇宙现象, 特别是早期宇宙起源,理论物理学家采用量子场 论模型描述宇宙时空的性质,认为宇宙时空像是 一种"凝聚态量子物质",宇宙从大爆炸诞生、 演化到现在,随着温度的降低,宇宙时空会经过 一系列量子相变过程,这种相变会导致时空真空 场的对称性破缺,而在宇宙中留下各种拓扑缺 陷,例如磁单极子和宇宙弦等。通过探测这些时 空的拓扑缺陷,人们不但可以追溯早期宇宙的诞 生过程,还能观测量子引力效应和研究时空的本 质。虽然人们已经开始尝试寻找时空拓扑缺陷, 但由于太空量子探测技术的局限,目前尚未成功。

南京大学的研究小组制备了一种二维弯曲超 材料,实现一种新型的具有轴向旋转对称的各向 异性变换光学介质,旋转对称中心可以模拟一维 时空拓扑缺陷:宇宙弦(图4(a))<sup>[28]</sup>。虽然宇宙弦不 会像其他质量的天体在周围时空中直接产生引力 场,但是会造成周围时空拓扑结构的改变,导致 时空角度的缺损或盈余(图4(b)),光在这种拓扑 时空中传播的时候,无论光子的入射位置、传播 方向、波长、偏振方向如何,都会产生一个确定 的偏转角 $\Delta\theta=4\pi G\mu/(1-4G\mu)$ ,偏转的角度数值

只决定于宇宙弦的质量密度 $\mu$ ,这是宇宙弦拓扑 时空鲁棒性的体现。对于负质量密度的宇宙弦  $\mu < 0$ , 偏转角度为  $\Delta \theta < 0$ , 光线将被宇宙弦排斥 (图 4(c)): 对于正质量密度的字审弦  $\mu > 0$ , 偏转角 度为 $\Delta\theta > 0$ ,光线将被宇宙弦吸引(图4(d))。实验 中,研究小组通过调节结构参数,制备得到了对 应负质量和正质量密度的宇宙弦的光学芯片,并 通过显微荧光探针技术直接观察到了光束经过拓 扑缺陷产生的偏折,实验测量的偏折角度具有时 空拓扑保护的鲁棒特性,与入射光束的位置、方 向等因素都无关(图4(e-g), (h-i))。普通的光学 介质在对光场进行操控时,总会改变光场的部分 性质,让光场携带的信息丢失,例如最简单的光 学反射会翻转光场的左右分布, 普通天体引力透 镜会导致光场的形变和发散,而宇宙弦拓扑时空 中光场的传递具有很好的鲁棒性,光场的分布被 整体地保护起来,光信息的传递基本没有损失。

除了研究宇宙弦时空对电磁场拓扑非平庸的 散射,人们还利用了材料的非线性光学的特性研 究宇宙弦时空光锥的涨落<sup>[30]</sup>。



**图4** (a)宇宙弦拓扑时空的嵌入图;(b)宇宙弦拓扑时空的角度缺损;(c)负质量宇宙弦对光 线的排斥;(d)正质量宇宙弦对光线的吸引;(e-g)模拟负质量宇宙弦的实验结果;(h-j)模 拟正质量宇宙弦的实验结果<sup>[20]</sup>

## 6 模拟引力场中自旋粒子轫致辐射调 控等离激元波束

根据量子力学理论, 粒子具有内禀自由度, 并且会与外部空间相互作用从而产生很多丰富可 观测的效应<sup>[31-34]</sup>,譬如弯曲空间的自旋霍尔效 应<sup>[35, 36]</sup>。光子是自旋为1的玻色子。最近,南京 大学研究小组将光自旋引入变换光学芯片,通过 同时改变超构材料整体的弯曲形状和结构单元局 域的旋转角度(图 5(a)),调控时空中自旋光子态的 几何位相(图 5(b)),模拟弯曲时空中粒子的加速 运动和轫致辐射(图 5(c))<sup>[29]</sup>。研究组在实验中采用 聚焦离子束技术,制备了超表面/介质/金属板的 变换光学结构,超表面是由金属纳米孔作为结构 单元(图 5(d)),纳米孔与金属板之间的耦合可以 产生强的局域磁共振,以便增强等离激元的激发 效率。实验中,小组成员在一块具体样品中设计 和构造了广义相对论中的伦德勒时空,模拟了黑 洞周围加速粒子的轫致辐射,实现了自由空间自

> 旋光子激发光子芯片上等 离激元伦德勒波束的过程 (图5(d—i))。

的自由度,而且更容易通 过实验实现。

#### 7 总结与展望

光子芯片作为一种很 好的类比引力系统可以在 微米量级的尺度上去模拟 字观的广义相对论现象。 尽管这个过程只是一种模 拟,但是其与真实的宇宙 弯曲时空有很好的对应关 系。很多广义相对论所预 言的现象很难被观察到, 也很难重复细致的研究, 在实验室环境下模拟这些 过程,人们可以很精确研



图5 (a)自旋光子激发等离激元波场,(b)光自旋的几何位相,(c)超构材料模拟弯曲时空中 粒子的加速运动和轫致辐射,两个满足广义协变变换关系的等价超构材料之间的理论与实 验比较:(d)和(g)为实验样品照片;(c)和(h)是理论模拟的等离激元波束;(f)和(i)为实验测量 的等离激元波束<sup>[29]</sup>

究这些现象来验证广义相对论。在未来的工作 中,基于光子芯片的类比引力研究可以去拓展一 些更具有挑战性的工作,尤其是量子引力方面的 工作。众所周知,光子本身就是一个很好的量子 系统,可以构造出丰富光量子态。尤其是将光的 量子态与弯曲时空相结合可以研究弯曲时空的量

参考文献

- [1] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D et al. Phys. Rev. Lett., 2016, 116:061102
- [2] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D et al. Phys. Rev. Lett., 2017, 119:161101
- [3] Hawking S W. Nature, 1974, 248:30
- [4] Maldacena J, Susskind L. Fortschritte Der Physik-Progress of Physics, 2013, 61:781
- [5] Unruh W G. Phys. Rev. Lett., 1981, 46:1351
- [6] Nation P D, Blencowe M P, Rimberg A J et al. Phys. Rev. Lett., 2009,103:087004
- [7] Garay L J, Anglin J R, Cirac J I et al. Phys. Rev. Lett., 2000, 85: 4643
- [8] Jacobson T A, Volovik G E. Phys. Rev. D, 1998, 58:064021
- [9] Giovanazzi S. Phys. Rev. Lett., 2005, 94:061302
- [10] Horstmann B, Reznik B, Fagnocchi S et al. Phys. Rev. Lett., 2010,104:250403

子现象。还有些理论方案提出,利用非线性光学 晶体产生的量子纠缠态来模拟引力子。物理学家 一直梦想着如何统一引力和量子力学,构造一个 万物统一的理论。相信在光子芯片上开展类比引 力的工作会为人们探索和理解引力的本质带来很 多有意思的思考。

- [11] Philbin T G, Kuklewicz C, Robertson S et al. Science, 2008, 319:1367
- [12] Drori J, Rosenberg Y, Bermudez D et al. Phys. Rev. Lett., 2019, 122:010404
- [13] Belgiorno F, Cacciatori S L, Clerici M et al. Phys. Rev. Lett., 2010,105:203901
- [14] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J et al. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1999, 47:2075
- [15] Leonhardt U, Philbin T G. New Journal of Physics, 2006, 8:247
- [16] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Science, 2006, 312:1780
- [17] Leonhardt U. Science, 2006, 312:1777
- [18] Chen H, Chan C T, Sheng P. Nature Materials, 2010, 9:387
- [19] Cheng Q, Cui T J, Jiang W X et al. New Journal of Physics, 2010, 12:063006
- [20] Greenleaf A, Kurylev Y, Lassas M et al. Phys. Rev. Lett., 2007, 99:183901

- [21] Li M, Miao R X, Pang Y. Optics Express, 2010, 18:9026
- [22] Li M, Miao R X, Pang Y. Phys. Lett. B, 2010, 689:55
- [23] Smolyaninov I I, Hung Y J. Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics, 2011, 28:1591
- [24] Plebanski J. Phys. Rev, 1960, 118:1396
- [25] Sheng C, Liu H, Wang Y et al. Nature Photonics, 2013, 7:902
- [26] Sheng C, Bekenstein R, Liu H et al. Nature Communications, 2016,7:10747
- [27] Wang X, Chen H, Liu H et al. Phys. Rev. Lett., 2017, 119: 033902
- [28] Sheng C, Liu H, Chen H et al. Nature Communications, 2018, 9: 4271
- [29] Zhong F, Li J, Liu H et al. Phys. Rev. Lett., 2018, 120:243901

- [30] Hu J, Yu H. Phys. Lett. B, 2018, 777: 346
- [31] Batz S, Peschel U. Phys. Rev. A, 2008, 78:043821
- [32] Lustig E, Cohen M I, Bekenstein R et al. Phys. Rev. A, 2017, 96:041804
- [33] Schultheiss V H, Batz S, Peschel U. Nature Photonics, 2016, 10: 106
- [34] Bekenstein R, Kabessa Y, Sharabi Y et al. Nature Photonics, 2017,11:664
- [35] Liang G H, Wang Y L, Lai M Y et al. Phys. Rev. A, 2018, 98: 062112
- [36] Wang Y L, Lai M Y, Wang F et al. Phys. Rev. A, 2018, 97: 042108

