

希尔伯特与广义相对论场方程*

卢昌海[†]

2020-01-16收到

[†] email: lu_changhai@yahoo.com

DOI: 10.7693/wl20200206

1 引言

在爱因斯坦对物理学的诸多贡献中，广义相对论一向被认为是最没有竞争对手的。如果我们把视野放宽一点，那么在二十世纪前三十年的那场物理学革命里，主要有三个理论：量子理论、狭义相对论和广义相对论。这三个理论的创立过程如果用最简单的话来概括，那么量子理论可以说是“群雄并起、共襄盛举”，狭义相对论是“水到渠成、瓜熟蒂落”，而广义相对论，则除了一度得到过爱因斯坦的老同学格罗斯曼的协助外，几乎是爱因斯坦“一个人的战斗”，是没有爱因斯坦就没有广义相对论。这不仅是多数物理学家和科学史学家的共识，也是爱因斯坦本人的看法。

比如美国物理学家奥本海默(J. Robert Oppenheimer)在纪念爱因斯坦逝世十周年时所撰写文章里曾经

这样写道：

量子的发现必定会以这种或那种的方式出现……对没有任何信号能运动得比光更快的含义的深刻理解也必定会出现……广义相对论则除他以外，在很长很长时间内都不会有人能提出。

爱因斯坦晚年的合作者，波兰物理学家英菲尔德(L. Infeld)则在爱因斯坦传记里记叙过他与爱因斯坦的一段对话。英菲尔德这样写道：

我曾对爱因斯坦说：“无论您是否提出，我相信狭义相对论的问世都不会有什么延误，因为时机已经成熟了。”爱因斯坦回答说：“是的，这没错，但广义相对论的情形不是这样，我怀疑直到现在也未必会有人提出。”

这样一场“一个人的战斗”，从优先权的角度讲，照说是不该有什么悬念的，其实却不然。因为在爱因斯坦创立广义相对论的最后几个月的时间里，希尔伯特也涉猎了这一领域，从而与爱因斯坦之间展开了一场无形的竞争。

希尔伯特涉猎广义相对论研究并非心血来潮，而是他对物理学的长期兴趣使然。在希尔伯特的学术轨迹中，与物理学之间存在着一系列交叠，比如：

• 1900年，希尔伯特在

题为“数学问题”的著名演讲中，将物理学的公理化列入了“希尔伯特第六问题”；

• 1902年，希尔伯特开始讲授物理学；

• 1912年，希尔伯特设立物理学助手职位，并招收了理论物理研究生；同一年，希尔伯特与爱因斯坦互赠了著作——当时的爱因斯坦离开专利局才不过几年，知名度可以说还主要是限于物理学界之内，与爱因斯坦互赠著作显示出希尔伯特对物理学界相当了解；

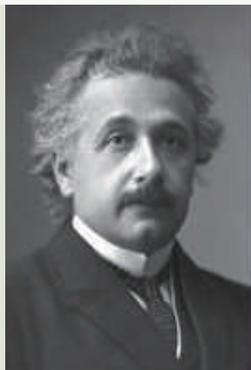
• 1913年，希尔伯特组织了“哥廷根周”的活动，邀请了普朗克(M. Planck)、德拜(P. Debye)、能斯特(W. Nernst)、索末菲(A. Sommerfeld)、洛仑兹(H. Lorentz)等从事前沿研究的物理学家来做报告。他也邀请了爱因斯坦，但后者婉拒了；

• 1914年，希尔伯特邀请德拜开设了有关物质结构的讲座。物质结构是当时的一个热门领域，因为前一年——也就是1913年——玻尔(N. Bohr)刚刚提出了玻尔原子模型。组织“哥廷根周”活动和邀请德拜开设有关物质结构的讲座都显示出希尔伯特对物理学前沿相当关注。

接下来是关键的一年。那一年，希尔伯特再次邀请了爱因斯坦。这一次，爱因斯坦接受了邀请，于6月28日至7月5日访问哥廷根，做了6次每次两小时的报告，介绍他的广义相对论研究。



希尔伯特 (1862—1943)



爱因斯坦 (1879—1955)

* 本文是笔者2019年7月28日在“第九届全国数学文化论坛学术会议”上所作邀请报告的文字版，刊登时略有删减。

那次访问给爱因斯坦本人留下了非常好的印象。在1915年7月15日给同事索末菲的信里，爱因斯坦这样写道：

在哥廷根，我非常愉快地看到所有的东西都在细节上得到了理解。我对希尔伯特很是着迷，他是一个重要人物！

在给其他同事的信里，他也写下了类似的观感。

但这种蜜月般的好印象只维持了很短的时间，仅仅4个多月后，爱因斯坦就在给两位朋友的信里写下了语气很重的抱怨。在1915年11月26日给仓格尔(H. Zangger)的信里，他这样写道：

这一理论的美丽是无可比拟的，然而只有一位同事真正理解了它，而他正以一种聪明的方式试图“分享”它。在我的个人经历中，从未有比这一理论及相关一切所遭遇的更好地让我见识到了人性的卑劣。

在1915年11月30日给挚友贝索(M. Besso)的信里，他则表示：

我的同事在此事中表现得很难看。

这两封信里的“同事”指的都是希尔伯特。

关于这两封信，有一点可以略作说明，那就是这两封信的语气虽然很重，在收信人的选择上却是很有分寸的：仓格尔是法医学教授，贝索是专利局职员，两人都不是数学物理圈的，而且爱因斯坦在信中隐去了希尔伯特的名字。但尽管在收信人的选择上很有分寸，这几封信的前后对比所体现出的爱因斯坦在印象或情绪上的剧烈转变却是非常明显的。

造成这种剧烈转变的，正是他与希尔伯特之间的那场无形的竞争。

后来有漫画家为那场无形的竞

争画了一幅漫画，标题是：希尔伯特与爱因斯坦，谁先抵达？这幅画画得很技巧，我每次看到都会忍不住想要目测一下两人的笔尖谁的离终点线更近，还确实分不大清。不过这只是漫画，接下来我们要通过对史料的分析，来看看希尔伯特与爱因斯坦，谁先抵达？——当然，这个“抵达”指的是得到广义相对论场方程。

2 早期研究

受爱因斯坦哥廷根报告的影响，希尔伯特的研究兴趣向引力理论做了显著倾斜，并且于1915年11月20日在哥廷根作了一个报告，介绍他的引力理论研究。11月20日这个日期非常微妙，因为五天后的1915年11月25日，爱因斯坦在普鲁士科学院也作了一个报告，在那次报告中，爱因斯坦首次给出了正确的广义相对论场方程——爱因斯坦的广义相对论研究一直是以场方程为中心的，但在11月25日之前，他的场方程一直是错误的。因此，爱因斯坦得到广义相对论场方程的时间是1915年11月25日。那么，如果希尔伯特在1915年11月20日的报告中也给出了场方程，他就是先于爱因斯坦得到了广义相对论场方程。

但遗憾的是，跟爱因斯坦11月25日的报告于报告当天就提交论文，于一周

后的12月2日就发表论文不同，对于希尔伯特的11月20日的报告，我们不仅没有会议记录或论文提交记录之类的第一手资料，连听众回忆之类的二手资料也没有。

不过，4个多月后的1916年3月31日，希尔伯特发表了一篇题为“物理学基础”的论文，那篇论文注明了曾在1915年11月20日的会议上作报告。虽然原则上讲，在从报告到论文的4个多月的时间里，希尔伯特的观点及论文的内容都有可能发生过变化，但在缺乏其他旁证的情况下，早期的研究者们普遍凭借希尔伯特自己所注的曾在1915年11月20日的会议上作报告这一说明，将这篇论文视为了代表希尔伯特11月20日报告的内容。

那么，这篇论文包含了什么内容呢？首先是提出了两条公理：

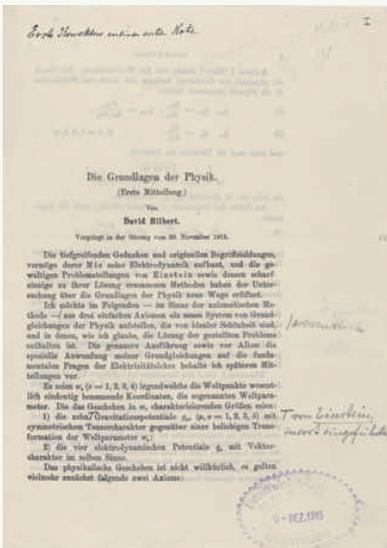
一条是引力场的作用量只含度规张量及一、二阶导数；

另一条是引力理论的作用量是任意坐标变换下的标量。

希尔伯特这篇论文的标题“物理学基础”跟他的名著《几何基础》可谓遥相呼应，而从公理出发



希尔伯特与爱因斯坦，谁先抵达？



希尔伯特论文校样的首页

构筑物理理论的做法则跟他在1900年的“数学问题”演讲中将物理学的公理化列入“希尔伯特第六问题”遥相呼应。因此这篇论文在很大程度上可视为是希尔伯特本人试图解决“希尔伯特第六问题”的一次尝试。具体到这两条公理的内容上，则这两条公理很明显是受到了爱因斯坦的影响，甚至说是来自爱因斯坦也并不为过：其中第一条公理，“引力场的作用量只含度规张量及一、二阶导数”，体现的是爱因斯坦将引力场视为度规场的思想——当时研究引力理论的不止爱因斯坦一家，从这个角度研究的却只有爱因斯坦；第二条公理“引力理论的作用量是任意坐标变换下的标量”体现的则是爱因斯坦的广义协变原理。因此，希尔伯特的理论框架可以说是来自爱因斯坦。

在这两条公理的基础上，希尔伯特得到了一系列结论，其中对我们来说最重要的是这样两条：

一条是引力理论的作用量——确切地说是作用量密度——是 $R + L$ ，其中 R 是时空的曲率标量， L 是物

质场的作用量；

另一条则是引力场方程： $R_{\mu\nu} - 1/2g_{\mu\nu}R = -\kappa T_{\mu\nu}$ ——这是正确的引力场方程。

这里我们采用了现代记号（在希尔伯特的原始论文里，比如时空的曲率标量是用 K 表示的）。

由于希尔伯特的这篇论文被视为代表了他11月20日报告的内容，而论文包含了场方程，因此，早期的研究者们普遍得出了一个结论，那就是希尔伯特先于爱因斯坦得到了广义相对论场方程。只不过考虑到希尔伯特的理论框架来自爱因斯坦，因此早期研究者在措辞上采用了比较委婉的说法。比如美国物理学家派斯（A. Pais）在他著名的爱因斯坦传记里是这样表述的：

爱因斯坦是广义相对论物理理论的唯一提出者，基本方程式的发现则应同时归功于他和希尔伯特。

那些早期研究大都完成于二十世纪七八十年代。如果大家阅读有关广义相对论或有关爱因斯坦的教材、专著或传记，那么早于二十世纪七八十年代或不侧重历史的大都不会提到希尔伯特，晚于二十世纪七八十年代且侧重历史的，则直到今天，援引的大都是这一早期结论。

但这一结论其实只维持到了1997年。那一年，一份新史料的发现改变了研究格局。

3 校样之辨

1997年，几位研究者在哥廷根档案馆发现了一份希尔伯特论文的校样。这份校样的打印日期为1915年12月6日——图片上显示的是这份校样的首页，打印日期在右下角的椭圆框内。这份校样与论文一样，注

明了曾在1915年11月20日的会议上作报告——这句话注在希尔伯特的名字下方。由于12月6日这一打印日期跟11月20日这一报告日期只差了两个多星期，比论文与报告所相隔的4个多月近得多，因此这份校样的发现立刻改变了研究格局，取代论文成为了判定希尔伯特11月20日报告内容的凭据。

那几位研究者于是对校样展开了研究，结果发现校样与论文存在多处显著差异，其中对我们来说最重要的差异是：校样只包含引力理论的作用量，以及场方程可通过变分而得到的泛泛说明，却并未给出场方程。

由于校样的打印日期12月6日已经晚于爱因斯坦得到场方程的日期——11月25日，甚至晚于爱因斯坦发表场方程的日期——12月2日，因此校样并未给出场方程意味着希尔伯特并未先于爱因斯坦得到广义相对论场方程。于是那几位研究者就得到了一个新结论：希尔伯特并未先于爱因斯坦得到广义相对论场方程。

这一新结论由于有希尔伯特的论文校样为凭据，称得上是铁证如山。然而出人意料的是，这一新结论提出之后，很快就陷入了争论，而争论的切入点恰恰就在铁证上。

受这一新结论吸引，几位其他研究者也到哥廷根档案馆查阅了希尔伯特的论文校样，结果发现，校样的第7、8两页——那是同一张纸的正反两面——的上方有一块是缺失的。更糟糕的是，所谓校样只包含作用量的那个作用量，恰好位于第8页的缺失部分里。

这样一来铁证就消失了。

而铁证一旦消失，争论就产生了——于是就有人提出：既然希尔

伯特论文校样的关键部分缺失了，那就没有理由认为校样只包含作用量，因为缺失部分完全有可能包含场方程——于是他们重新提出：希尔伯特先于爱因斯坦得到了广义相对论场方程。并且他们指控：有人蓄意裁去了场方程，意在抹煞希尔伯特的贡献。这个指控火药味很重——虽没有点名，矛头显然是指向了前一组研究者。双方于是展开了争论，一度还闹得很不愉快。

粗看起来，校样的关键部分既已缺失，那就是死无对证了，整个问题将会成为悬案。但其实却不然，因为这是希尔伯特的论文，而不是散文诗——如果是散文诗，缺失一块那就真的是死无对证了，因为你不可能推断出散文诗的作者在缺失部分里写什么，但希尔伯特的论文有极强的内在逻辑。通过对这种内部逻辑的分析，同时考虑到缺失部分的篇幅，史学界提出了极强的分析理由，可以裁定：缺失部分不可能包含场方程。

主要的理由有4条：

首先是篇幅不允许——场方程比作用量复杂得多，相应地，引进场方程所需的推导和说明也比引进作用量所需的多得多，缺失部分的篇幅不足以容纳。希尔伯特1916年3月31日论文中相应部分的篇幅也印证了这一点；

其次是逻辑结构不允许——希尔伯特论文的逻辑结构明显是以作用量为基础的，这从它的两条公理都是关于作用量的就可以看出。因此缺失部分如果包含场方程，就必须同时也包含作用量，必须是先有作用量再有场方程。

而这不仅在篇幅上更不可能，与公式编号也是矛盾的。希尔伯特论文校样里的公式都是编了号的，

第8页缺失部分之前的最后一个公式的编号是(16)，之后的第一个公式的编号是(18)，中间只缺了一个(17)，因此缺失部分只包含一个主要公式，不可能同时包含作用量与场方程。而既然只包含一个公式，那么从逻辑结构上讲这个公式只能是作用量，而不可能是场方程。

最后一条理由则是缺失部分包含场方程与后文相矛盾——论文校样在后文第11页提到了缺失部分的公式，提到时用该公式的变分表示了场方程，从而清楚地显示出缺失部分包含的是作用量而不是场方程——因为作用量的变分才是场方程。

这4条理由每一条都非常强，都足以单独确立校样不包含场方程的结论，4条合在一起，堪称不是铁证的铁证，可以极有把握地裁定：缺失部分——从而希尔伯特的论文校样——不包含场方程。

4 信件疑云

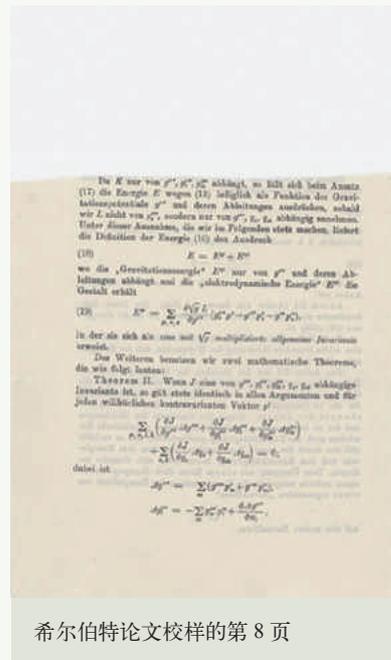
接下来再介绍一下对希尔伯特与爱因斯坦的信件的分析。在争论过程中，那一时期希尔伯特与爱因斯坦的通信也得到了排查，其中下面这几封信件引起了一些关注。

在1915年11月20日的报告之前，希尔伯特曾于11月13日给爱因斯坦写了一封信，邀请后者出席自己的报告，爱因斯坦在两天后回信，以胃痛和疲惫为由婉拒了。次日——也就是11月16日——希尔伯特又给爱因斯坦发了一张明信片。那张明信片现已不存——起码是迄今未被发现，但爱因斯坦两天后——也就是11月18日——的回信则被收录在了《爱因斯坦全集》里。在那封回信里，爱因斯坦写了这样一句话：

您给出的体系——就我所见——与我最近几个星期发现并向科学院报告过的完全一致。

这句话很耐人寻味，因为我们在前面说过，爱因斯坦的广义相对论研究一直是以场方程为中心的，因此，除非希尔伯特在明信片里给出了场方程，否则爱因斯坦似乎不会说出“您给出的体系……与我……的完全一致”这样的话。有人也确实以此为理由，认为爱因斯坦的这句话意味着希尔伯特在明信片里给出了场方程。由于明信片不仅比论文校样更早，甚至比11月20日的报告还早，因此如果希尔伯特在明信片里给出了场方程，那他就依然是先于爱因斯坦得到了广义相对论场方程。

但细究起来，事情却又不那么简单，因为11月18日，当爱因斯坦写下那句话时，他自己尚未得到正确的场方程——我们前面说过，爱因斯坦是11月25日才第一次得到正确的场方程。在11月18日，爱因斯坦以为的场方程其实是一个错误的场方程： $R_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}$ ，它与希



希尔伯特论文校样的第8页

尔伯特的场方程相比还差了一项： $-1/2g_{\mu\nu}R$ 。

当然，这里我们忽略了一种可能性，那就是希尔伯特的明信片包含场方程，但包含的是错误的场方程，且错得跟爱因斯坦一模一样，从而使爱因斯坦以为跟自己的场方程完全一致。之所以忽略这种可能性，是因为我们要讨论的是谁先得到广义相对论场方程——这个场方程当然是指正确的场方程，对这一目的来说，如果在某个环节上希尔伯特与爱因斯坦都得到过一个错误的场方程，那对讨论是没有影响的。因此对我们的目的来说，唯一值得讨论的情形是希尔伯特的明信片包含正确的场方程，认为希尔伯特在明信片里给出了场方程的人所主张的也正是这种情形。

因此我们只讨论这种情形。

在这种情形下，如果认为明信片包含场方程，那就必须解释两个问题：一个是爱因斯坦为什么会漏看一项；另一个是比明信片更晚的校样为什么不包含场方程。这两个问题都没有足够合理的答案。广义相对论场方程如果是一个有十项八项的复杂方程式，那漏看一项还情有可原，可是广义相对论场方程虽然的确是一个复杂的方程式，形式上却非常简单，总共只有三项，再怎么老眼昏花，也不可能把三项看成两项。因此第一个问题说不通。第二个问题就更说不通，因为明信片不过是一张小小的纸片，如果希尔伯特在明信片里都不忘记写上场方程，这意味着在他眼里，场方程是那一轮研究的主要成果，既然如此，就根本没有理由在详尽得多的论文校样中反而不包含的，而且第一个问题若是咬定为一时失察，别人倒也没辙，第二个问题甚至都不

能用一时失察来开脱，因此更加说不通。

这两个问题只要有一个找不到合理解释，明信片包含场方程的可能性就很难确立，两个都说不通，则明信片包含场方程的可能性就基本可以排除了。

一旦排除了明信片包含场方程的可能性，那么剩下最有可能的，是明信片与校样一样，只包含作用量及场方程可通过对作用量的变分而得到这一泛泛说明。这时也必须解释一个问题，那就是爱因斯坦所说的“完全一致”到底是什么意思。对此，有两种可能的解释。一种解释是：爱因斯坦有可能将 R 对 $g^{\mu\nu}$ 的变分视为了唯一的几何项。由于引力场的作用量 $R + L$ 只有两项，其中 L 对 $g^{\mu\nu}$ 的变分是物质场的能量动量，如果爱因斯坦将 R 对 $g^{\mu\nu}$ 的变分视为唯一的几何项，那他就会以为希尔伯特的体系所对应的场方程只包含两项，从而跟自己的错误场方程相一致（爱因斯坦缺掉的那一项是不变体积元对 $g^{\mu\nu}$ 的变分）。另一种解释是：爱因斯坦有可能直接通过广义协变性作出判断——爱因斯坦的场方程虽然是错误的，但他当时认为自己的错误场方程是广义协变性所允许的唯一场方程，由于希尔伯特用变分原理表示的场方程也是广义协变的，因此爱因斯坦有可能仅凭两者都广义协变这一特点，就判断出两者相互一致。这两种解释都是说得通的，而且彼此间并不冲突。

因此在希尔伯特的明信片包含场方程和不包含场方程这两种可能性中，前一种是两个问题都说不通，后一种则是一个问题有两种解释都说得通。因此结论是：希尔伯特的明信片不包含场方程。

关于这一结论，还可以给出一条补充理由，那就是1916年1月，爱因斯坦自己也对广义相对论的作用量表进行了研究，但没有成功。由于爱因斯坦的广义相对论研究一直是以场方程为中心的，因此如果希尔伯特曾在明信片里给出过场方程，那么无论此前爱因斯坦出于什么理由认为那个场方程与自己的错误场方程相一致，1916年1月，在他自己也已得到了正确的场方程时，他应该意识到希尔伯特的场方程是正确的。那样的话，希尔伯特对作用量表的研究就已经完成了，爱因斯坦应该不至于重起炉灶，来研究希尔伯特已经完成了的课题。因此，爱因斯坦对广义相对论的作用量表进行研究，从一个侧面显示出起码到那时为止，他还没有从希尔伯特那里见到过正确的场方程，这也意味着希尔伯特的明信片不可能包含场方程。

以上就是对有关希尔伯特与广义相对论场方程的史学研究结果的一个简述，结论是：希尔伯特并未先于爱因斯坦得到广义相对论场方程。或者说，希尔伯特与爱因斯坦，是爱因斯坦先抵达。

5 延伸话题

接下来再谈两个延伸话题。

第一个话题是：给出作用量是否等同于给出场方程？

在有关希尔伯特与广义相对论场方程的争论中，主张希尔伯特先于爱因斯坦得到广义相对论场方程的人所提出的有关史料的论据都被推翻了，但他们还提出了一条与史料无关的理由，那就是给出作用量应该被视为等同于给出场方程——因为作用量唯一地确定了理论，而

且从作用量到场方程是一个普通研究生就能胜任的推导。

这条理由的提出在一定程度上也许是受到了现代量子场论的影响。在现代量子场论中，给出了作用量的确就被认为是给出了整个理论——如果你问一个物理学家，什么是标准模型？他所能给予的最准确最完整的回答，就是给出标准模型的作用量。尤其是费曼规则问世之后，由作用量可以直接得到费曼规则，继而展开物理计算，场方程的作用完全可有可无。

但广义相对论的情形并非如此。

哪怕直到今天，在广义相对论的研究中，场方程依然是物理计算的基础，地位远高于作用量。而从作用量到场方程的推导，在今天虽然是普通研究生就能胜任的——事实上也得是稍好些的研究生，但在希尔伯特与爱因斯坦研究广义相对论的时候却并非如此。我们前面提到过，1916年1月，爱因斯坦曾经对广义相对论的作用量表述进行过研究，但没有成功。他之所以没有成功，据他在给洛仑兹的信中承认，是“起码以我在计算上的有限能力而言，计算……相当艰巨”。一项物理研究，如果连爱因斯坦都觉得困难，那起码在当时是不能够当成可以缺省的环节的。因此，对广义相对论来说，起码在当时，给出作用量不能被视为等同于给出场方程。

第二个延伸话题是：希尔伯特与爱因斯坦的场方程研究是否彼此独立？

这个话题在早期研究中是不成之为话题的，因为早期研究者们普遍认定，广义相对论是爱因斯坦的理论，爱因斯坦的广义相对论研究是完全原创的；而希尔伯特，虽

然他的理论框架来自爱因斯坦，但早期研究者们普遍认定希尔伯特先于爱因斯坦得到了广义相对论场方程，既然是先得到，那自然不可能“借鉴”后得到的，因此希尔伯特起码在场方程的研究上被认为是独立于爱因斯坦的。

但在1997年之后的争论中，争论双方都有人提出了比较激进的观点：认为希尔伯特并未先于爱因斯坦得到广义相对论场方程的人之中，有人认为希尔伯特有可能“借鉴”了爱因斯坦的场方程；而持相反观点的人之中，也有人针锋相对地提出了爱因斯坦有可能“借鉴”过希尔伯特的场方程。

在经过了前面那些讨论后，如果我们回过头来看这个话题，那么由于希尔伯特并未先于爱因斯坦得到广义相对论场方程，因此爱因斯坦“借鉴”希尔伯特场方程的可能性可以直接排除。相反的可能性，即希尔伯特“借鉴”爱因斯坦场方程的可能性，则单纯从时间上讲是无法绝对排除的，但可能性极小。

主要的理由有4条：

首先是没有必要。对爱因斯坦来说，广义相对论是一个引力理论，是对牛顿引力的推广，也是为了协调牛顿引力与狭义相对论的冲突，因此爱因斯坦的广义相对论研究着眼于描述引力，解释牛顿引力不能解释的现象——比如水星近日点的反常进动，或预言新的引力现象——比如光线的引力偏折。但希尔伯特的目的并非如此，希尔伯特的目的是构筑物理学的公理化（用他在论文末尾的话来说，是让“物理学在原则上变成像几何那样的科学”）。出于这个目的，希尔伯特是在一个相对抽象的层面上进行框架

性的研究而不是从事细节计算，场方程对于他的目的没有很大的重要性和紧迫性。如果没时间，可以像论文校样那样不包含场方程，却依然得到他想得到的主要结果，如果有时间，则可以像他的正式论文那样给出场方程，无论哪一种情形，都没有“借鉴”爱因斯坦场方程的必要。

其次是爱因斯坦当时的场方程几经改变，我们这些事后诸葛虽然知道他1915年11月25日那个是正确的，对身在局中的希尔伯特来说，恐怕就未必那么明显，哪怕要“借鉴”，也不易确定“借鉴”目标。

第三是爱因斯坦对场方程的推导并不严密。我读过爱因斯坦的论文，其中对场方程的推导无论从物理上还是数学上都是不严密的，只能算启发性的推导。这不是我“黑”他，而是他自己承认的——哪怕在得到了正确的场方程之后，他在给洛仑兹的信里依然承认，“推导仍是糟糕的”。这种糟糕的推导以及推导所得的场方程，是极不可能被崇尚严密性的希尔伯特“借鉴”的。

最后，爱因斯坦与希尔伯特的场方程虽然彼此等价，但形式上有着微妙的差别，这种差别恰好与各自的思路及推导一脉相承。

将上述4条理由综合起来看，希尔伯特与爱因斯坦的场方程研究应该是彼此独立的。

6 落幕

最后，简单地介绍一下这段插曲的落幕。

爱因斯坦给朋友的那两封抱怨信的口吻也许会让很多人替这两位

大师级人物的相互关系捏一把汗，以为他们的关系可能会恶化。不过幸运的是，这两人的人品和智慧使他们很快避免了关系恶化的可能性。这其中尤其值得称道的是希尔伯特，他不仅从未争夺过在广义相对论任何方面的优先权，而且还在诸多场合对爱因斯坦推崇备至。1915年12月18日，在希尔伯特等人的提名下，爱因斯坦当选为哥廷根数学学会的通讯会员。当天，希尔伯特就写信将这一消息告诉了爱因斯坦。两天后，爱因斯坦写了一封回信，在回信里，他写了这样一段话：

感谢您友好地告知我当选了通讯会员。借此机会，我觉得有必要跟您说一件对我来说比这更重要的事情。我们之间近来有着某种我不愿分析其原因的不良感

觉。我一直在努力抵御这种感觉带来的苦涩，并取得了完全的成功。我已在心中恢复了与您的往日友谊，并希望您也这样待我。两个已在一定程度上将自己从这个肮脏世界中解脱出来的真正的研究者若不能彼此欣赏，那将是一种真正的耻辱。

这段话为整个事件——起码在两位当事人之间——画下了圆满的句号。

读过美国传记作家瑞德(C. Reid)的《希尔伯特传》的人也许对希尔伯特说过的这样一句话留有印象，希尔伯特说：

哥廷根街上的每一位小孩都比爱因斯坦懂更多的四维几何，但尽管如此，是爱因斯坦而不是数学家创立了相对论。

这句话将创立相对论完全归于

了爱因斯坦。不过，对于希尔伯特与爱因斯坦之间的这场无形的竞争，我想我们也可以从这样一个角度来看待：爱因斯坦是牛顿之后最伟大的物理学家，1915年，爱因斯坦研究广义相对论已经进入第9个年头。在这个时候，希尔伯特——一位数学家——仅仅听了他的6次演讲，就能在短短几个月的时间内，对他产生如此强大的竞争压力，这是数学的巨大威力。数学的这种巨大威力不仅体现在广义相对论研究上，也渗透在了物理学的每一个分支，自然科学的每一个领域，乃至自然科学以外的很多研究中。数学之所以成为一种文化，数学文化之所以成为一个我们可以在这里开会的广阔领域，起码部分地是由于数学的这种巨大威力。

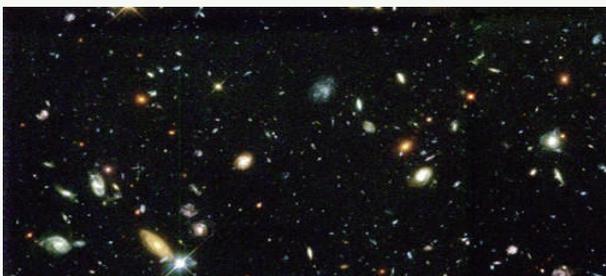
物理新闻和动态

哈勃张力的暗能量解

宇宙膨胀速率的测量值之间的差异问题，可以通过增添一项额外的暗能量方式来解决。

由哈勃常数描述的宇宙膨胀的速率，长期以来一直是一个难以确定的量。目前确定哈勃常数的两种策略是有冲突的，而这种张力数据似乎总是在每次发布后变得更糟。一种新的理论表明，解决方案可以通过增加一种额外类型的暗能量实现，这种额外的暗能量在星系出现之前很久，就曾短暂地加速了宇宙膨胀。

通过测量目标(通常是超新星)离我们而去的退行速



度，并除以我们与目标间的距离，哈勃常数可以被“局地”测得。另一种估算哈勃常数的方法是，从宇宙微波背景(CMB)中外推早期宇宙的数据。虽然这两种技术产生了相似的估计，但这些值的统计显著性 4σ ，明显不够高。

在推导CMB估计值时，研究人员曾假设了一个“标准”宇宙学模型，其中暗能量的密度是不随时间变化的常数。为了求解哈勃张力，马里兰州约翰·霍普金斯大学Marc Kamionkowski和他的同事，设想了对暗能量的第二个贡献，它来自所谓的能量密度随时间变化的标量场。研究小组聚焦于标量场势的类型，确定了这些势的参数，这些势可以在早期宇宙中提供足够的加速度，使哈勃常数的CMB估计与“局地”测量一致。研究人员预测，来自这个标量场的短暂加速，可能会在CMB中产生微妙但可检测到的特征印记。未来的综合观测可能会发现这些印记。

(戴闻 编译自 *Physics*, June 4, 2019)