

庞加莱的狭义相对论之三 思想与观念

金晓峰[†]

(复旦大学物理学系 上海 200438)

2022-04-25 收到

[†] email: xfjin@fudan.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20220508

庞加莱发表于1898年的《时间的测量》，1900年的《洛伦兹理论和作用与反作用力原理》，1902年的《科学与假设》，1904年的《数学物理的现状与未来》等四篇文章和书籍，不仅深刻地影响了同时代学者的思维方式，而且一百多年来也始终是普通知识分子了解和认识科学及科学哲学的经典文献。(1)他最先提出相对性原理，主张不存在所谓绝对空间和绝对运动，而只存在物体间的相对运动。(2)他最先提出光速不变原理，认为这是谈论异地同时性的基础。(3)他始终不相信以太的真实存在，认为那只是形而上学家的事情，即使作为说明现象的方便假定，也终有一天会被认为是没用的东西而遭抛弃。(4)他最先将洛伦兹为计算方便而引进的“对应态”和“局域时间”等辅助概念，看成是运动参照系中的真实物理量，并通过光信号对异地钟进行同步的方法，得到一级近似下动系和静系的时间变换公式： $t' = t - vx/c^2$ 。(5)他最先意识到，如果作用与反作用力原理仅适用于物质系统而不涉及以太，则它与麦克斯韦—洛伦兹方程组是不相容的；同时，一束电磁辐射就等价于惯性为 $m = E/c^2$ 的一种假想流体(fictitious fluid)。

在上两篇文章中，我们分别介绍了庞加莱在1905年，如何发现洛伦兹群和电子的相对论性运动方程，从而完整建立狭义相对论的过程。然而，科学上一切伟大的成就，毫无例外，都不可能是无源之水地从天而降。本文通过对庞加莱生平的简介、对他在建立狭义相对论之前思想和观念的梳理，试图说明：庞加莱1905年对狭义相对论的一锤定音，事实上是一个水到渠成的完美结局；我们梳理的重点在于他关于空间与几何、绝对运动与相对运动、时间的定义与测量、物理

学理论与原理的兼容性等关键问题的思考。

1 生平简介

亨利·庞加莱1854年4月29日出生于法国东北部的洛林省南希市。父亲是一个外科医生、南希大学的医学教授；母亲来自一个小康之家，生性活泼而聪颖，是一个贤妻良母；妹妹比亨利小两岁，兄妹感情一直很深。亨利的爷爷是个药剂师，在南希市中心买了栋大房子，药铺就开在底楼沿街面，一大家子都住在同一屋檐下(图1)。亨利的父亲有一个姐姐和一个哥哥，哥哥有两个儿子，之后与亨利一样都很有出息。其中的老大Raymond(比亨利小6岁)，1913—1920年成为法兰西共和国总统，之前还做过多年的商务部长、外交部长和总理。

亨利5岁时得了白喉，一种儿童的致命传染病，

当时没有可靠的治疗方法。亨利活了下来，但无法行走，不能讲话，病期持续了9个月，所幸并没留下后遗症。亨利6岁开始接受私教，课程并不系统，主要是语法与拼写、阅读练习、历史和生物。8岁开始上学，从小学到中学，始终是班上最优秀的那一个。

他从小就被认为是非常优秀的孩子(a remarkably gifted lad)但并不属于天才少年(a child prodigy)，他记忆力超群，几乎从来不作笔记。他兴趣广泛，能写剧本，而且自编自导与小朋友一起演出。他喜欢跳舞，演喜剧。当然，他也喜欢数学、物理、工程、哲学和各种艺术。随着年龄的增长，数学天赋越来越明显。十四岁时，他的一个中学老师就告诉亨利的妈妈，这孩子将来会成为一个大数学家。高中的最后一年，他已能自学大学的数学教材，而且学得很深。与他学习成绩旗鼓相当的高中同学，也是他的终身好友，之后也成为数学家的



图1 亨利·庞加莱的故居

Paul Appell这样回忆亨利：

“庞加莱的外表使我震惊：第一眼就让人感觉他不是那种普通的聪明学生。他似乎全神贯注于自己的思路。他的眼睛不知怎的蒙上了思想的面纱。他说话时，他的眼睛流露出善良的本性，同时闪烁着深邃的光芒。……从第一次在课堂上听到他的发言，他的高智商便显而易见。当他回答问题时，他略去全部的中间推理过程，简洁明了，以至于老师总要求他澄清他的回答，‘你如果在考试中这样回答，你将冒不被理解的风险’，数学老师Elliot如此说。”

1873年庞加莱以第1名的成绩考入法国顶尖的大学校(grande ecoles)巴黎高等理工学院(Ecole Polytechnique)。读书期间，在他给家人的信中很少谈及学业成绩，但下面这封信是一个例外。教他数学分析的是大数学家厄米(Hermite)，庞加莱非常喜欢这门课。

“一天厄米病了，代他上课的是Laguerre，他在上课时讲了一个问题，但因为黑板上的推导不太清楚，我没做笔记也没太在意。但过了几天，一个同学问我能否给他解释一下这个问题。我回答说我没做笔记，但我可以重做一下Laguerre的证明。我做了，或说我想我证明了，但同时我又觉得不那么肯定，因为在证明中我没用到当时课上写下的唯一注释。那天晚上，这个学生被叫到参加一个小测验，老师Halphen问他的恰恰就是这个问题，这个学生就用了我的证明。老师问他这是不是他自己做的，学生来找我，问它是不是我自己的，然后回去告诉了Halphen，Halphen说他觉得奇怪。然后，Halphen又告诉了Laguerre，Laguerre找到

我并告诉我，因为我的证明比他自己的要简单，所以在他接下来发表于Archives of the Ecole Polytechnique的文章中，将用我的证明替代掉他自己的。”

1875年，21岁的庞加莱结束了巴黎高等理工学院的学业，去了另一所优秀的大学校巴黎高等矿业学院(Ecole des Mines)继

续深造。从今天的角度看，这一选择似乎很奇怪，但在当时却是很好的选择，庞加莱同届的前三名都去了这里。一方面这所学校很好，另一方面毕业后马上就能成为矿业工程师。当时他可以有另一个选择，就是去巴黎大学(索邦)，但那会更偏向通识教育，毕业后不容易直接找到工作。他在巴黎高等矿业学院上过的课程有：《矿业管理与机械》、《金属学》、《矿物学》、《地质学》、《化学学》、《矿物分析》等，并于1878年以第三名的身份毕业。这期间，他原来巴黎高等理工学院的老师、大数学家Bennet企图去矿业学院帮庞加莱说情，希望他们每星期给他几个小时的空闲，让他有时间去索邦听他的数学课程，结果未被允许。但问题是庞加莱根本不需要听课，索邦的考试照样通过。就这样，庞加莱一边上完矿业学院的全部课程，并参加了所有的实习，包括去奥地利和匈牙利的煤矿实习等等，一边继续他的数学学习和研究，并于1878年递交了他的博士论文，1879年6月1日被接受。他的导师之一Darboux教授说：“这篇论文超乎寻常，包含了足以写成

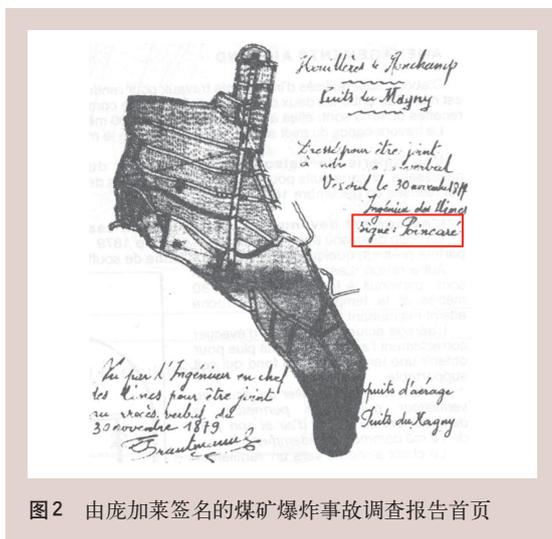


图2 由庞加莱签名的煤矿爆炸事故调查报告首页

好几篇优秀博士论文的内容。”

1879年3月28日庞加莱从矿业学院毕业，成为一名矿业工程师，去法国东部小城Vesoul当了一名煤矿检查员。他的工作职责是评估煤矿的产能及安全，包括结构完整性、通风系统、易燃气体的定位及消除等。下矿井、写报告是工作的常态。这期间，他一边做着矿业工程师，一边业余做数学研究，实际上是同时干着两份职业，而且都做得很好。1879年9月1日新开的Magny煤矿在深度650米处发生了爆炸，16名矿工死亡，在开展抢救工作的同时，庞加莱下到井底开始事故调查，在一份详细的报告中，他提出一个穿孔安全灯的爆炸是导致这场事故的可能原因(图2)。报告递交的第二天，他就去了Caen大学报到，成为一名数学讲师，真正开始了职业数学家的生涯。

当年法国大学有一个不成文的规定，就是将最优秀的年轻人先聘用在外省的大学，而不是集中在巴黎。庞加莱就是其中之一。两年后的1881年10月19日，他回到巴黎，在索邦大学任讲师。1885年3月，三十岁的庞加莱升任“物理与

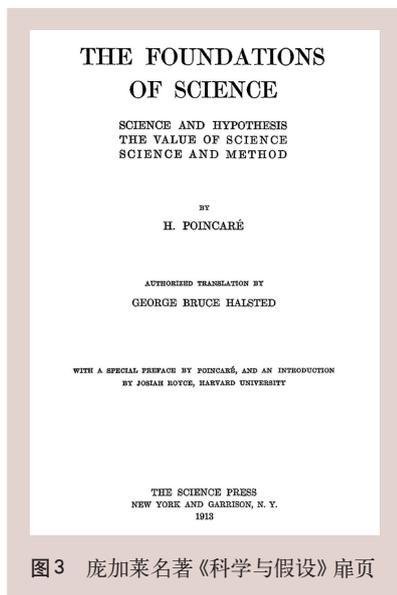


图3 庞加莱名著《科学与假设》扉页

实验力学”教授；1886年夏天，转任“数学物理与概率论”教授；1887年1月，32岁的庞加莱当选法国科学院院士；1896年转任“数学与天体力学”教授；1906年当选法国科学院院长；1908年当选为法兰西学院院士(Academies Française)。庞加莱是一个真正的全才，除了在数学的几大重要分支都有开创性的突出贡献之外，他在数学物理的多个领域研究之深也极为罕见，这从下面出版的他所教过的课程讲义就可略见一斑。

(1) 天体力学(不包括三册巨著“天体力学的新方法”);

(2) 光的数学理论(二册);

(3) 电学与光学(二册)(麦克斯韦理论, 赫兹谐振子, 无线电报);

(4) 热力学;

(5) 弹性理论;

(6) 涡旋运动;

(7) 电振子;

(8) 毛细现象;

(9) 光传播的分析理论;

(10) 几率;

(11) 势理论;

(12) 运动学与流体力学;

(13) 流体物质的平衡图型;

(14) 天体演化假设。

笔者需要说明, 上述庞加莱的生平及附录的相关内容, 主要出自参考文献[1]; 下面两段出自参考文献[2]。

在庞加莱担任“数学物理与概率论”教授时, 法国学界在实验物理与数学物理之间存在明显鸿沟, 而且对于英国和德国做物理的方法, 一方面看不上, 另一方面完全陌生。这就是为什么法国人在电动力学上的贡献, 从安培之后就基本可以忽略的道理。比如法国当年数学物理的领头人 Joseph Bertrand, 就指责 Maxwell 的工作缺乏数学的严格性, 充满了许多随意的假设, 同时他发现 Helmholtz 的工作中有许多错误等等。当然, 也有极少数的例外, 这些人多与巴黎高等理工学院及一些应用领域相关, 他们翻译了 Maxwell 的著作, 也介绍了 Helmholtz 和 Hertz 的工作。而庞加莱恰恰就是在巴黎高等理工学院和巴黎高等矿业学院接受的训练, 有机会接触到这些开明的学者, 所以是庞加莱给法国数学物理界带来了清新空气, 加上他的出色才华和能力, 在继承拉普拉斯和柯西传统的基础上, 开创了他自己的时代。

他仔细研究外国人的最新理论和实验成果, 同时对新技术有着浓厚的兴趣, 还积极投身于科学普及的行列, 比如, 他就写过一本有关无线电报的畅销书。他于 1888 年春季讲授麦克斯韦的电磁理论, 他授课的基本特点都是搞明白原作者的思想后, 用自己的方法进行重构, 常常使问题变得更透明, 不同理论的优点和缺点也更清楚地显现出来。他于 1889、1892 和 1899 年又先后讲授了其他外国大师们(Helm-

holtz、Hertz、Larmor、洛伦兹)的电动力学。通过对不同理论的仔细比较和分析, 庞加莱的结论是, 洛伦兹的理论最有希望, 因为它给出了最多的“真关系”(rapports vrais)。

百年之后回头看, 仅凭这一点就不得不佩服庞加莱的品味之高和他的过人之处。可以这么说, 事实上到 1900 年, 庞加莱已经形成了对电动力学非常系统的思想和观念, 所以一旦得到洛伦兹 1904 年文章的触发和启示后, 便能顺理成章地在 1905 年建立起狭义相对论。下面我们就分几个方面来具体看一下庞加莱究竟有哪些思想是远超同时代其他学者的。

2 空间、几何与相对性原理

与同时代的所有物理学家相比, 庞加莱非常清楚物理学家对自然和自然规律的看法及其使用的语言和工具; 反过来, 庞加莱源于数学特别是几何学和微分方程的那些独一无二的观念和思想却是物理学家所完全陌生的。正是基于这样的优势, 加上他融会贯通的能力, 使他能够最先提出相对性原理, 最先提出光速不变原理, 最清楚地认识到以太的本性, 最先意识到作用及反作用力原理与麦克斯韦-洛伦兹方程组的不兼容性等。为了揭开他为什么会有那么多“独门神器”的秘密, 我们将从庞加莱对于空间与几何的关系说起。

庞加莱在 1902 年出版的《科学与假设》(图 3)^[3]第 4 节“空间与几何”中这么说:

“人们经常说, 外部物体的影像, 局域在空间的某个地方, 如果不是这样, 影像甚至都不会形成。人们也说, 这个空间为我的感觉提

供和描绘的现成框架，它与几何学家的那个具备一切性质的空间是一样的。

对头脑清晰的人而言，前面这段话显得相当离谱，但让我们看看这会不会是由某种错觉所造成的，并通过分析加以澄清。

首先，什么是真正的空间性质？我指的是那个几何学对象的空间，我把它称作几何空间 (geometric space)。下面是最基本的几个性质：

(1) 它是连续的；

(2) 它是无限的；

(3) 它是三维的；

(4) 它是均匀的，也就是说，所有的点相互间是等价的；

(5) 它是各向同性的，也就是说，通过同一点的所有直线相互间等价。”

接下来，庞加莱比较了这个几何空间与我们视觉空间的差别。我们纯粹的视觉印象是通过成像在眼底视网膜上的二维图像得到的。粗略的分析便能使我们知道，这个图像是连续的，但只有二维，这已经与几何空间有差别了。另外，这个图像是在有限框架之中的，最后，但却是很重要的差别，这个纯视觉空间也不是均匀的，黄斑与边缘上的点绝对是不等价的。虽然人的视力可以判断远近，或说具有某种第三维的感知，但这是由两眼的汇聚所造成的，因此它与另外二个维度是不一样的。所以说，人的视觉空间也不是各向同性的。

由上可知，事实上几何空间与我们经验的知觉空间是很不一样的两个空间。在几何学的产生过程中，经验确实起了很重要的作用，但因此而认为几何学是一门经验科学就完全错了。根据不同的公理体系，可以产生完全不同的几何，比

如，欧几里得几何和非欧几里得几何。后者可以是 Lobachevski 几何，也可以是黎曼几何。这些几何公理，既不是康德的所谓先验知识，也不是经验事实，而是某种约定。它们会受到经验的引导，但本质上仍是人脑自由的创造。因此庞加莱把几何的公理称为伪装的定义。若有人问，欧几里得几何是不是真的 (true)? 这是没有意义的问题，就像说直角坐标系是真的，而极坐标系是假的一样荒唐。就我们的大多日常经验而言，欧几里得几何仅仅是最方便的。

在明确了我们在科学中所讨论的空间，一般都是指相应的几何空间之后，庞加莱在《科学与假设》第5节“经验与几何”中这样说：

“考虑任意的一个物质体系 (material system)，我们一方面关注这个系统中不同物体 (various bodies) 的‘状态’ (比如，它们的温度、电势等)，另一方面关注它们在空间中的位置。在那些能让我们定义这个位置的数据中，我们还进一步区分物体间的相互间距——用以定义相对位置，和这个系统的绝对位置和空间中的绝对取向。

在这个系统中发生的现象的规律 (laws) 将依赖于这些物体的状态及其相互间距；但是，由于空间的相对性和被动性 (passivity)，这些规律将不依赖于这个系统的绝对位置和取向。

换句话说，任何时刻这些物体的状态和相互间距将仅仅依赖于这些物体及其相互间距的初始状态，而与这个系统的绝对初始位置和绝对初始取向完全无关。我把它简称为相对性定律 (Law of relativity)。”

接着，庞加莱在第6节“经典力学”中这样说：

“(1) 不存在绝对空间并且我们只能设想相对运动；然而力学事实常常被表述成仿佛存在绝对空间那样。

(2) 不存在绝对时间；说两个时间间隔相等是一个本身没有意义的断言，它只有通过约定 (by convention) 才能获得意义。

(3) 我们不仅对两个时间间隔的相等没有直接的感觉，我们甚至对发生在异地的两件事的同时性也没有直觉：对这个我已经在题为《时间的测量》^[1]一文中给予了解释。(笔者注：此处的引文标注及具体引文：[a]Revue de Métaphysique et de Morale, VI, p.1-13 (January 1898), 都是庞加莱自己在原文中给出的。)

(4) 最后，我们的欧几里得几何自身也只是一种语言的约定；力学事实可以参照非欧几里得空间来进行表述，虽不像我们普通的空间那样是一种方便的引导，但却是完全合理的，这种阐明将会变得很复杂，但仍是可能的。

因此绝对空间、绝对时间、几何本身都不是强加给力学的条件，所有这些东西在力学之前，正像法语在逻辑上位于用法语表达的真理之前一样。

我们可以尝试用一种独立于这些约定的语言来阐明力学的基本定律；毫无疑问，我们将会因此对这些定律本身有更深刻的了解。”

在第7节“相对运动与绝对运动”的开头，庞加莱就明确给出了力学的相对性原理，只不过此时他把它称作“相对运动原理”：

“相对运动原理——我们尝试将加速度定律 (笔者注：即牛顿第二定律) 与一个更普适的原理联系在一起。无论是针对固定的参照系，还是针对匀速直线运动的参照系，任

何系统的运动必需满足同样的定律。这就是相对运动原理，它强加于(force itself upon)我们的两个理由是：(1)最通常的经验证实了它；(2)相反的假设让人无法接受(singularly repugnant)”。

1904年9月24日，在美国 St. Louis 的“国际艺术与科学大会”的演讲中，庞加莱将前述针对牛顿第二定律的相对运动原理明白无误地推广到了一切物理定律，并称之为我们今天熟知的“相对性原理(the principle of relativity)”，而且与我们今天教科书上的标准表述没有差别：

“相对性原理：物理现象的定律(laws)，对于静止的观察者 and 以匀速直线运动的观察者而言，必须是一样的，以至于我们没有任何方法，也不可能有任何手段来确定我们自己是否处在这样的一个运动之中。”

至此，我们不难看出，庞加莱从空间与几何的关系出发，一路途经相对性定律，相对运动原理，最后发展出完备的相对论原理；然而，这一切都发生在庞加莱一个人身上并非偶然，这与他看待世界的独特视角密切相关。

3 时间测量与光速不变原理

前面说到庞加莱在《科学与假设》中引用了他写于1898年的一篇文章《时间的测量》，那这篇文章究竟包含了什么重要信息呢？让我们看看庞加莱自己怎么说吧：

“只要我们不走出意识领域，时间概念还是相对清晰的。我们不仅没有困难区分现在的感觉与过去感觉的记忆，或对未来感觉的期望之间的差别，而且当我们谈到记忆中的二个现象，我们非常明白，其中一个在另一个之前；或者谈到期望

中的二个现象，其中一个将在另一个之前。

当我们说两个感知的事实是同时的，我们的意思是，它们深深地渗透在一起，以至于不毁坏它们，思维分析就不能将它们彼此分开。

……简言之，心理时间是天生的(given to us)，而需求必须创造出科学和物理的时间，困难便由此产生了。……(1)我们能否将定性的心理时间转换成定量的时间？(2)我们能否将在不同地方的时间转化为同一组事实来加以测量。

第一个困难人们早就注意到了，它成为长时间的一个讨论话题，并且可以说是已经解决了。我们对于两个时间间隔的相等没有直接的直觉(direct intuition)，那些相信有这种直觉的人只是幻觉的受骗者。当我说，从中午12点到1点与从2点到3点流过了同样的时间，这一断言究竟是什么意思？稍作反思便知道，它本身完全没有意义。只有在我选择给它一个定义后它才有意义，当然定义总是有一定的任意性。心理学家可以没有这样一个定义，但物理学家和天文学家不行；让我们看看他们怎样做。他们用单摆测量时间，根据定义，他们假定单摆的节拍具有相等的时间间隔。但这只是一个近似；温度，气阻，气压都会引起单摆的节奏变化……

事实上，精度最好的计时器也必须不时校准，而这种校准是通过天文测量来达到的；当同一颗恒星每次通过子午线时，我们让恒星钟指在同一刻度。换句话说，正是恒星日，也就是地球旋转一周的时间，被看作是时间的常数单位。用了一个新的定义来取代单摆的节奏，我们现在假定，两个完整的地球自转的时间具有相同的间隔。

然而，天文学家对这个定义仍然不满意，他们中的许多人认为，潮汐充当着地球的制衡，使得地球的旋转越来越慢。这可以用来解释月亮运动的表现加速：因为我们的手表，即地球，转得慢了，所以它看上去比理论允许的跑得更快。……

因此我们的定义总是近似的。另外，正像Calinon在最近一篇论文中正确地指出那样：‘任一现象的情况之一是地球的自转速度，如果这个转动速度起变化，它将使这个现象在重复过程中的条件不再相同。但假定这个转动速度是不变的，我们就知道了如何测量时间。’……换一句话说，不存在一种方法，比另一种方法测量的时间更真实；一般采纳的方法只是更加方便而已。……

第二个困难到目前为止受到的关注要少得多；然而它与上面那个困难是类似的，甚至从逻辑上讲，我应该先讲这个。两个心理学现象发生在两种不同的意识中，当我说它们是同时的，我是什么意思？……

1572年，第谷观察到天空中出现了一颗新星。一场巨大的火灾发生在遥远的天体上，但它肯定很早就发生了，因为光(light)从这个天体传到地球至少要走二百年。所以，这场大火发生在美洲大陆的发现以前。好吧，考虑这一巨大现象或许没人亲眼所见——因为这颗星的卫星或许没人居住，当我说这个现象比哥伦布对西班牙岛形成视觉形象的意识要早，我是什么意思？稍作反思便明白，所有这些论断本身没有意义，只有作为约定的结果，它们才有意义。……

当一个天文学家告诉我某个恒星现象，这是他的望远镜在此时此刻向他显现的，不过是发生在50年

前的事。我在寻找他的意思。为此我会首先问他，他是怎么知道的，也就是说，他是如何测得光速的(笔者注：比较Calinon那段话中的划线部分)。他已经开始猜测了：光具有恒定的速度，特别是，这个速度是各向同性的；这是一个公设，没有它任何光速测量都不可能(That's a postulate without which no measurement of this velocity could be attempted)。这个公设永远不可能通过实验来直接加以核实；它只可能在不同测量结果不一致时显现出矛盾。我们应该感到庆幸，这个矛盾没有发生过，而且可能发生的一点轻微不和，可以比较容易得到解释。

这一公设，在一切事件中，类似于因果论，被所有人接受；我想强调的是，它给我们提供了探讨同时性的新规则，完全不同于我们之前给出的那种(笔者注：陷入逻辑循环的那种，这里没引)。……最后，他们用电报(笔者注：以光速传播)；在柏林接收到的信号，比方说，很显然是发生在巴黎发出的信号之后。这是前面讨论过的因果规则，但落后了多长时间呢？一般情况下，这个传输时间很短，可以把这两个事件当作是同时的。但是，严格来说，这很小的修正仍然必须通过一点复杂的计算来得到；实际情况下不做，那是因为这样的修正常常已在实验误差之内了。然而，从我们的观点来看，这在理论上无论如何是必须的，它是一个严格定义必不可少的。”

从上面所引的庞加莱原文摘录，读者不难看出，庞加莱如何从时间的心理感觉开始，一路走到光速不变原理的提出，并以它为基础来测量时间和异地同时性等。这些思想和观念，对于之后狭义相对论

的出现，无论是庞加莱的版本，还是爱因斯坦的版本，都是至关重要的(我们会在《文四》中详细讨论)。

4 以太存在吗？

早在1888年，庞加莱在他“光的数学理论”讲义的前言中有下列这段话(这段话收入在他《科学与假设》的第12节中。)

“以太是否真的存在没有什么关系，那是形而上学家的事情。对我们而言重要的是，一切事情发生就像它存在那样，这个假定(hypothesis)只是为了解释现象的方便。说到底，我们有其他理由相信实物(material objects)的存在吗？那也只是一个方便的假定，不过这个假定会永远存在，但毫无疑问，总有一天以太会被认为是无用的东西而遭抛弃。”

通过对以太概念的历史研究，庞加莱注意到，从Fresnel到麦克斯韦再到Hertz，以太概念的重要性在逐渐下降。Fresnel将光看成是以太运动所导致的；麦克斯韦只是假定以太有一种隐藏着的机械运动；而Hertz已完全消除了以太。因此，从这个意义上说，Larmor和洛伦兹对以太的观点是某种历史的倒退。庞加莱当然不认可。下面是他的看法(这段话收入在他《科学与假设》的第10节中)：

“我们的以太真的存在吗？我们知道相信以太的原因。如果光从很远的星球发向我们，其中的几年时间它既不在那个星球上，也还没有到达地球，它一定要在中间的某个地方，由某种物质支撑着。

同样的想法也可以用比较数学和比较抽象的方式来表达。……在普通的力学中，一个系统的状态仅仅依赖于最邻近的前个时刻的状

态，因此系统满足微分方程。如果相反，假如我们不相信以太，那么这个物质世界的状态将不仅依赖于最近邻的前个时刻的状态，而且还会依赖于时间早得多的那些状态；这样系统将会满足差分方程。正是为了规避这种对力学一般定律的背离，我们发明了以太。

假如我们发现光学和电学现象受到地球运动的影响，我们将会得出结论，即这些现象向我们揭示了不仅仅是物体间的相对运动，而且似乎还有它们的绝对运动。若此，以太就是必须的，这些所谓绝对运动不是相对于虚空(void space)的位移，而是相对于某种实在东西的位移。

我们将会得到这个结果(笔者注：指绝对运动)吗？我不存希望。我马上会说为什么，然而这也不那么奇怪，因为别人也得到过它。

举例来说，如果我在第13章要详细讲的洛伦兹理论是对的话，那么牛顿原理(笔者注：指作用与反作用原理)将不仅仅针对物质体系，其后果距实验检验并不那么遥远(笔者注：我们后面会详细讨论)。

另一方面，已有很多研究地球运动造成的影响，所有的结果都是否定的(笔者注：即没有影响)。所有结果都是在事先不确定会是什么结果的情况下做的，而确实按时下的主流理论，这种补偿(否定结果)只是近似的，人们期待更精确的实验应该给出肯定的结果。

我相信这样的希望是一种幻觉(illusory)；但不管怎么说，如果这样的实验成功，倒是很有意思，看看它将向我们展现出什么样的全新世界。

现在请允许我稍微离题一下。我必须解释一下，事实上，虽然洛

伦兹相信，但我为什么不相信更精确的实验能够得到除物体间相对位移之外的任何其他结果。展现一级效应(笔者注：指保留到 v/c)的实验已做，结果全是否定的；这会不会是碰巧？没人这么认为，因此大家寻找一般的解释，洛伦兹找到了；他已经展示为什么在一级效应中各项必须相互抵消，但二级效应不会相互抵消(笔者注：指保留到 $(v/c)^2$ 项)；然后，更精确的实验做了(笔者注：指迈克尔逊实验)，它们仍然是否定的；这也不会是碰巧，必须有一个解释，解释找到了(笔者注：指洛伦兹提出的长度收缩)；解释总能找到，假设是永远不缺的(of hypotheses there is never lack)。

但这还不够：谁会不觉得这仍然给巧合留了太大的角色？会不会那仍然是一种碰巧，某种奇异巧合使得某种情况恰好在关键时候消掉了一级项，而另一种情况，出于完全不同的原因，恰好又消掉了二级项？不，我们必须找到一种解释，它既能解释一级效应也能解释二级效应，并且所有的一切都导致我们思考，这个解释对更高级的效应同样有效，并且这些项的相互抵消是严格和绝对的。”

相信读者读到这里，一定会被庞加莱不可思议的超前和完全不合时宜的现代所吃惊和感叹！长期以来人们有一个误解，似乎爱因斯坦狭义相对论(1905)的一个标志性成果，就是将以太的概念完全抛弃。因此，当一些人在庞加莱的文章中发现他仍不时使用“以太”这个词时，便认为是庞加莱没有达到相对论的一个证据。这种肤浅的看法实在不值一驳。事实上，庞加莱所用的“以太”一词，更接近我们今天讲的物理真空(vacuum)，而现代物

理告诉我们真空绝对不空(void)。另外，看看15年后的1920年，爱因斯坦本人在Leyden大学的演讲《以太与相对论》中如何重新看待以太非常有趣。因为这个时候，他已经建立了广义相对论，完全抛弃以太的概念已是不可想象了：

“然而，更仔细地反思教导我们，狭义相对论并不强迫我们否定以太。我们可以假定以太的存在，只是我们必须放弃赋予它确切的运动状态，也就是说，我们必须抽象地取走洛伦兹给以太注入的最后力学特征。……否定以太将最终假定一个没有任何性质的虚空(empty space)。基本的力学事实与这个观点不一致。概括地说，我们可以认为，根据广义相对论，空间拥有物理性质；因此，在这个意义上，以太是存在的。根据广义相对论，没有以太的空间是不可想象的；因为在这样的空间中，将不仅不会有光的传播，而且也不可能存在空间和时间(测量棒和时钟)，也不会有物理上的时空间隔。但是，这个以太不能被看作是具备有重介质(ponderable media)特征的性质，就像它的组成部分可以通过时间去追踪那样。运动的观念不能用在以太上。”

上述爱因斯坦对以太的再认识，特别是很关键的最后一句话，难道不恰恰是庞加莱几十年前就清楚意识到的吗？

5 庞加莱的1900年文章

如何用光速不变原理确定异地同时性，以及如何用它来建立静系与动系之间的时间变换关系，庞加莱并没有在1902年的《科学与假设》和1898年的《时间的测量》这两篇文章中给出，但他在1900年荷

兰莱顿大学为庆祝洛伦兹获得博士学位25周年纪念活动的会议文集上明确地给出了。这篇文章非常著名也很重要，为所有当年从事动体电动力学研究者所熟知。然而，对于今天的物理学家，包括一些物理大家，或许已经很少有人知道，庞加莱1905年前还写过这样一篇充满数学公式的文章，更没人知道 $E=mc^2$ 这个著名的相对论公式，第一次正是出现在这篇文章中。

这篇文章的题目是《洛伦兹理论和作用与反作用原理》(the theory of Lorentz and the principle of reaction)，引言写得非常有趣，从中可以看出庞加莱的为人和为学，因此有必要把它全部翻译如下：

“这毫无疑问非常不合时宜，在一个纪念洛伦兹荣耀的纪念活动上，我会重申之前给过的反对他理论的一些思考。我能说的是，接下来的内容，呈现出反对程度的减弱而不是增强。但我鄙视这个借口，因为我有比这好一百倍的借口：好的理论是灵活的(good theories are flexible)，那些形式僵硬、稍有变化立刻坍塌的理论是没有生命力的。但是，如果一个理论是坚固的，它就能以多种形式来铸造(cast)，它能抵抗所有的攻击，而其本质含义不受影响。这就是我在前次物理大会上讨论的要点。好的理论能对所有的反对做出回应(good theories can respond to all objections)，似是而非的论点对它们没有作用，它们还能战胜所有严重的反对。然而，在取得胜利的同时，它们自己可能也变化了(they may be transformed)。因此，对好理论的所有反对，绝不是在诋毁它们，而是在为它们服务，因为这些反对会让这样的理论呈现出曾经隐藏的所有优点；洛伦兹的

理论正是这样一个理论，而这才是我这么做的唯一借口。”

前面我们已经提及，庞加莱对洛伦兹理论的反意见之一是，为了解释动体(地球)上的光学效应，一级效应引入一个假设，二级效应又引入另一个假设；而庞加莱认为，在任何级上都不可能观察得到地球的绝对运动，即相对性原理应该是严格成立的。因此，需要有一个统一的理论来解释一级和二级效应。在这篇1900年的文章中，庞加莱发现洛伦兹理论的第二个缺陷，而这个缺陷事实上更加令人不安。他这么说：

“在洛伦兹理论中，作用力与反作用力相等的原理不再正确，至少当人们将这个原理仅仅用在物体(material objects)上面是如此。”

事实上，洛伦兹在1895年就已经注意到这个事实，但因为他是真的相信以太，所以凡是不明白的东西往以太中一推，就什么事都没了。他这么说：“就我看来，没有什么强迫我们把这个原理提升到一个任何情况都有效的定律。”但是，庞加莱完全不同，他不相信以太同时又坚信相对性原理，所以当他严格证明，只要相对性原理和能量守恒原理成立，则作用和反作用原理就必然成立后，他感到电磁理论存在着很大的危机，因为洛伦兹理论与作用与反作用原理不兼容。

将上述庞加莱的思想转换成数学公式(符号参考了文献[4])，可以这样看：在洛伦兹理论中，洛伦兹力的表达式

$$\mathbf{f} = \rho \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{H} \right) .$$

而由Maxwell—Lorentz方程组可得力的总和：

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \int \mathbf{f} \, dx dy dz \\ &= - \frac{d}{dt} \int (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \, dx dy dz . \end{aligned} \quad (1)$$

一般情况下，式子右边不为零，也就是说，所有物体的相互作用力总和不为零，这就是庞加莱发现的洛伦兹理论最令人不安的缺陷——它违反了作用与反作用原理。因为

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{d}{dt} \sum_i M_i \mathbf{v}_i , \quad \text{前式变成} \\ \sum_i M_i \mathbf{v}_i &+ \int \frac{dx dy dz}{4\pi c} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \text{const} . \end{aligned} \quad (2)$$

注意到 $\frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})$ 是Poynting矢量，如果记电磁场的总能量为

$$J = \frac{1}{8\pi} (H^2 + E^2) ,$$

则由Poynting方程：

$$\begin{aligned} \int \frac{dJ}{dt} \, dx dy dz &= - \int d\sigma \frac{c}{4\pi} \mathbf{n} \cdot \\ &(\mathbf{H} \times \mathbf{E}) - \int \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \, dx dy dz , \end{aligned}$$

右边第一项为流入所包围表面的能量，第二项是其他形式的能量转换成电磁能。庞加莱将电磁能流设想成一种假想流体(fictitious fluid)，其密度为 J ，按照Poynting定律分布在空间。则

$$J\mathbf{U} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) ,$$

这里的 \mathbf{U} 是假想流体的速度，则(2)式变成

$$\sum_i M_i \mathbf{v}_i + \int dx dy dz \frac{J\mathbf{U}}{c^2} = \text{const} .$$

这说明物质体系的总动量加上假想流体的总动量是一个常矢量(J/c^2 为该流体的质量密度)。对于这个结果，庞加莱说：

“因此，从我们的观点看，电磁能相当于一个具有惯性(笔者注：即质量)的流体。我们必须承认，如果一个装置(device)产生电磁能(笔者注：比如一束光)，沿一个方向辐射出去，那么这个装置必然会受到一个反冲，就像大炮发射炮弹那样。当然，如果这个装置是各向同性地辐射能量，就不存在反冲；反之，当这个对称性不在，以及当能量沿

一个方向发射出去，那么这个反冲就一定会在。很容易定量地估计一下这个反冲的数值，假定这个装置是1公斤，并且它沿一个方向发射了3百万焦耳的一束光，那么这个反冲的速度就是1厘米/秒。”

在这里，庞加莱当然是用了 $m = E/c^2$ 来计算了这束光的质量(笔者注：不是静质量)，然后用了 $mc = Mv$ 得到了装置的反冲速度 $v = 1 \text{ cm/s}$ 。在《文二》中我们曾经讲过，有重物体的 $E = mc^2$ ，对于庞加莱来说，只是电子相对论方程的一个自然结果。

庞加莱这篇文章的另一个重要贡献就是对洛伦兹的“对应态”作出了正确的解释。正如《文一》中洛伦兹自己所说，他认为在动系 S' 中引入的局域时间及场量等只是一种数学技巧，不存在真正的物理意义，而只有在重新转换成静系 S 中的对应量才是真实的。恰恰相反，因为庞加莱不相信以太、不相信绝对运动、同时又坚信相对性原理，所以他很自然地将洛伦兹的对应态，解释成 S' 中观察者看到的真实体系的表现状态(apparent states)。

针对洛伦兹提出的一级近似下(忽略 $(\frac{v}{c})^2$ 等高级项)的 S' 中的“局域时间”与 S 中的“真实时间”的关系，庞加莱这么说：

“让我们假定在不同地方有一些观察者(笔者注：此处指处于 S' 中相互静止的观察者)，他们通过光信号对他们的钟进行同步。他们尝试着调整测量到的信号传输时间(They attempt to adjust the measured transmission time of the signals)，但他们并不知道自己所处的共同运动，因此他们相信，信号沿两个方向(笔者注：即沿着和逆着共同运动的方向)

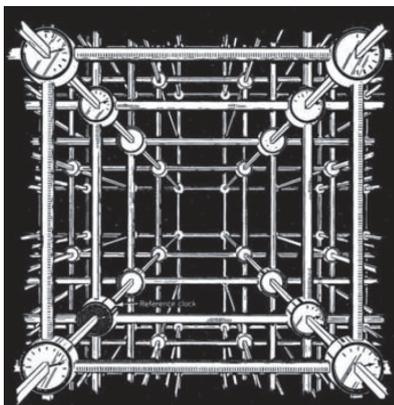


图4 通过光信号对异地钟进行同步
(源自泰勒和惠勒的惯性参考系)

传播的速度是一样的(笔者注:光速是不依赖于发射源或接收器运动速度的一个常数)。他们通过交换信号

进行观察,一个从A到B,接着从B到A,‘局域时间’ t' 就是按照这样调整得到的时钟指示。

假定 c 是光速, v 是地球运动的速度,我们假定它沿 x 方向而且是正方向,那么我们就有:

$$t' = t - \frac{vx}{c^2} \quad (*)$$

还是“老规矩”,对于如此“简单”的结果,庞加莱照例是永远不会给推导过程的,但它确实是我们今天教科书上严格的洛伦兹变换结果

$t' = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \left(t - \frac{vx}{c^2} \right)$ 的一级近似!我们不想对此做过度解读和猜测,换句话说,我们不想在此重构

这一推导过程,只想说明一点:事实上,有了(*)式,同时性的相对性就已经有了,而不必非要严格的洛伦兹变换不可。

至此,我们对庞加莱是如何提出相对性原理、光速不变原理,如何看待以太、局域时间,如何通过光信号对时钟进行同步,以及如何使用它来确定动系与静系之间的时间关系,作了较为详细的介绍。笔者猜测,这部分内容对许多读者所造成的冲击,或许不见得比庞加莱1905年的两篇狭义相对论文章来得小,因为在几乎所有的教科书上,相对性原理和光速不变原理都被称为爱因斯坦相对论的两个基本假

附录

一场有关学术优先权的争论——庞加莱如何对待名声和荣誉

我们曾在《文一》中说过,庞加莱始终对于启发过自己想法的人心怀感激,之后总会在各种场合以各种方式加以强调。相信读者一定已经能从他如何对待洛伦兹的态度上有所体会了,但是,那会不会因为他是大数学家,可能对待物理学家客气一点,而对相互存在竞争的数学同行就不同了?下面这个故事发生在年轻的庞加莱与当时已很出名的德国数学家 Felix Klein 之间,他们为了一个函数的命名产生了激烈争论。通过这个故事,相信读者一定会加深对庞加莱的为人和为学的进一步了解。

那是1880年的事了,当时庞加莱26岁。庞加莱对于微分方程及其应用的兴趣,导致他做的数学,与代数和复分析都密切相关。这个时候德国数学家富克斯(Lazarus Immanuel Fuchs)的一篇文章启发了他,让他给作者写了信(1880年5月29日):

“我极有兴趣地阅读了您很棒的论文(remarkable treatise)……我必须承认,亲爱的先生(dear sir),您的这些想法让我怀疑您发表的结果的普适性,这促使我写这封信给您,希望您能不嫌麻烦加以澄清。”

事实上,庞加莱在这封信上证明了富克斯只讨论了这个问题中的一个特例。富克斯虽然比庞加莱年长21岁,但自始至终对庞加莱都保持着友善和饶有兴趣的姿态,即使逐渐清楚地意识到这个年轻的法国人正在发展一种与自己非常不同而且是更加完整的方法之后也仍然如此。6月12日,庞加莱从Caen给富克斯写了下面这封信:

“我发现在只有两个奇点的场合,您所引进的函数有非常好的特性,因为我打算发表我已经得到的结果,我想征得您的允许,将它们称为富克斯函数,因为正是您发现了它们(for it was you who discovered them).”

之后,正是这一对富克斯的“赠品”,引起了庞加莱与Klein之间的争论。在写这封信的同时,庞加莱仍继续着他的工作,分析了许多不同的情形,发现它们与一系列特殊函数之间的关联,比如椭圆函数、超几何函数和zeta-富克斯函数等等。到了这一步,富克斯那篇最早启发过庞加莱的原始文章早已不见踪影,庞加莱正在创造一个全新的数学领域——自守函数。不久,这些研究引起了对复变函数一般理论感兴趣的数学家的关注——他们来自于黎曼学派。

Klein给庞加莱的第一封信写于1881年6月12日,说他读了庞加莱有关富克斯函数的一系列文章,并告诉庞加莱他之前已经得到的一些结果。1881年6月15日,庞加莱回信如下:

定。事实上，这两个基本假定远在爱因斯坦发表他人生的第一篇学术论文之前，就由庞加莱系统而清晰地表述过了。当然，我们会在《文四》中详细介绍爱因斯坦在哪些方面受到过庞加莱思想和观念的影响。

几个月前，一些朋友知道笔者打算开写“庞加莱的狭义相对论”，都担心笔者会不会被“网暴”。事实上，笔者从不担心，因为只有那些“she said, he said”的东西才会引起争议，而事实阐述本身永远不会。至此，我们的三篇文章，已对庞加莱在动体电动力学这个问题上的思

想发展史和1905年的一锤定音做了比较详细的梳理。如果我们现在再问：为什么这样一个对狭义相对论发展做出最大贡献的人，一百多年后会被忘得无影无踪？希望读者能对《文一》中笔者所言：“不是历史对庞加莱开了一个玩笑，而是他对历史开了一个玩笑”发出会心一笑，因为他真的根本不在乎！（详见附录：“一场有关学术优先权的争论——庞加莱如何对待名声和荣誉”）。

在接下来的最后一篇《文四》中，我们将会详细介绍庞加莱与洛伦兹、闵可夫斯基、爱因斯坦之间的互动和相互影响；因为当今的电子

和网络信息，提供了许多纸张时代所不可能提供的东西，所以笔者希望继续能给读者带来一点惊喜，并澄清某些“she said, he said”的争议。

参考文献

- [1] Verhulst F. Henri Poincaré-Impatient Genius. Springer, 2010
- [2] Darrigol O. Electrodynamics from Ampère to Einstein. Oxford University Press, 2000
- [3] Poincaré H. The Foundations of Science. The Science Press, 1913
- [4] Logunov A A. Henri Poincaré and Relativity Theory. Nauka, 2005

“您的信显示了您在我之前已经得到了一些有关富克斯函数理论方面的结果，我并不是太吃惊，因为我知道您在非欧几何方面知道得很多，这是处理我们所关注问题的真正钥匙。当我发表后续结果时，我将在这方面公正地对待您。”

Klein立刻回了信，此时才清楚地显现是什么东西真正让他不安：

“我拒绝‘富克斯函数’这个名称，虽然我明白您是通过富克斯的工作得到了这些想法，……我不否认富克斯先生在微分方程理论的其他分支有重要贡献，但恰恰在这个领域，他的工作有许多不足之处，……”

另外，Klein还列举了黎曼学派其他人在这方面的贡献，庞加莱的回信表明他确实不知道黎曼学派的这些工作，但他说，他将会重构那些想法(reconstruct these ideas)，1881年6月22日，庞加莱这样写到：

“有关富克斯函数的名称，我不会改变它。我对富克斯先生的敬重不允许我这样做，除此之外，这位海德堡数学家的观点与您的(或你们的)和我的是完全不同的。而且很肯定的是，他的工作是我在这个理论上所做一切的出发点和基础(the starting point and the basis)”

Klein 6月25日的回信态度相当傲慢，而且有点摆出老师对学生，而不是对同事的口吻：

“如果你对整个文献很了解的话，你会不一样地谈论富(You would speak differently about F., if you knew the whole literature well.)。”

但庞加莱并不在乎，他喜欢这样的对话，或许他在Caen实在没人讨论这样的问题(笔者注：其中的学术讨论我们完全没引用)，出于他对富克斯先生的尊重，庞加莱1881年6月27日这样回答：

“有关富克斯先生和富克斯函数，很显然，假如我之前就知道Schwarz的工作，我会选择另一个名称，但是我只是从您的来信才知道这个。因此，我再也不能改变这个名称而不考虑富克斯先生的因素。”

另外，他还与Klein讨论了一些具体的学术问题。同时，庞加莱又进一步将一类函数用Klein的名字命名。有关这点，Klein 7月9日的回信这样说：

“我有点吃惊您给这类函数的名称，因为我除了注意到这个群之外没做任何别的。就我而言，我既不会用‘富克斯’，也不会用‘Klein’，而是希望保留我的‘包含线性变换的函数’。”

1881年12月4日，Klein给庞加莱一个建议，让庞加莱写一篇相关的文章登在*Mathematische Annalen*上，然后他自己会跟一个说明，希望这样能把整个问题说清楚，并且许诺会让庞加莱事先看一下自己的说明再登出

来。Klein之所以能提这个建议，因为他自己就是这个杂志的主编。1881年12月17日庞加莱将16页的文章寄给了Klein，1882年1月13日Klein将他的说明发给了庞加莱，同时告诉庞加莱，他也会发一篇短文报告一下自己的工作进展。但是这个说明的调子比以往更加强硬。比如：

“Schwarz先生和我，很早之前在这个领域发表的研究就都考虑过了富克斯函数，而富克斯就此没有发表过任何工作。”

在一系列类似的评论之后，接下来的这段话就有点出格了：

“或许在这些小的评论之上再作一点补充是合适的：所有这里的讨论，包括几何的推理和更加分析的工作（与线性微分方程的解相关），都是基于黎曼的工作。因为在庞加莱的研究中，真正重要的东西是黎曼在他博士论文中所构想的一般复变函数纲领(the general complex function program)的进一步延续，因此这种连贯性变得更加明显。”

那庞加莱如何反应呢？他给Klein写了一封短信，说他没有意愿对Klein的说明做任何修改，但希望在自己的文章中加几行字的“补遗”，说明一下富克斯函数命名的理由。1882年3月28日，在给Klein的信中，庞加莱说，他不想让*Mathematische Annalen*的读者留下他冤枉了某些人的印象；因此，在3月30日给Klein的文章“补遗”中，庞加莱详细地为他决定用富克斯和Klein的名字来命名这些函数作了辩护，同时称颂了Schwarz和黎曼的工作和成就。

Klein于1882年4月2日十分愤怒地给庞加莱回了信，说他将在庞加莱的“补遗”后面再加一个后记，进一步重申他自己的观点。Klein说，在他看来，有关函数命名的争论到此结束，并表达了他们今后可就其他共同关心的问题保持正常交流的愿望。

庞加莱4月4日马上作了回答，并以讽刺的口吻开始：

“您声明以科学的名义希望结束这场没有结果的争论，我只能祝贺您的决定，我知道这对您无需付出代价，因为您知道您有权在我的“补遗”上加上您最后的文字(笔者注：当然指Klein是该杂志的主编)。然而，我仍要感谢您。”

在又说了一些有关富克斯的好话，以及其他一些与数学相关的问题后，庞加莱以下面这段话结尾：

“我希望我们之间因为一个名字而发生的争吵——以礼貌的方式进行着，不会改变我们的友好关系。不管怎么说，我对于您首先挑起的攻击并不感到气愤；我希望您也不必对我的防卫觉得有什么不对。顺便说一句，为一个名字持续这种讨论真的很荒唐，“Name ist Schall und Rauch”。说穿了，我真的不在乎。您只管做您想做的；我这边我也仍将做我想做的。”

这里庞加莱所引的德语短句，出自德国文豪歌德的《浮士德》，意思是名字根本不重要，就像一个声音和一阵烟雾，转瞬即逝(A name is sound and smoke)。笔者以为，整个故事最有趣并极具讽刺的是，这样一场有关学术优先权争论的结局，竟然会以一个法国年轻人，以德国文豪的名言，对一个年长的德国同事劝告而收场。

Felix Klein是一名杰出的数学家，对他而言，名声与荣誉是一件重要的事情，但命运捉弄了他，因为他所研究的课题，碰巧也是庞加莱感兴趣的，而后者在所有同一课题研究的客观竞争中，总是远超所有的其他人。因此，与庞加莱的冲突(笔者注：更多的是学术竞争)，一定让Klein在感情上受到一定的挫折(曾经一度因抑郁而接受治疗)。但整个事件最了不起的地方在于，即使在函数的命名上存在着不和谐的分歧，两位伟大数学家间的通信事实上仍是彬彬有礼的。相信读者在读完这个故事之后，一定会对庞加莱的为人和为学有了新的认识。整场争论，一是他从来没有为自己争过；二是为一个仅仅启发过他的人据理力争、决不妥协，即使得罪大人物也在所不惜；以中华传统观念视之，庞加莱可谓是仁义双全。虽然中西文化存在巨大差异，但人性相通且具普世价值。回想笔者三十多年前在法国Orsay的南巴黎大学，接受已故知名数学家、老华侨施惟枢先生传授《老子》的无为哲学，总觉得现实社会中缺少一个令人信服的人作为例子；现在找到了，事实上，庞加莱确实是最好的例子。他为科学而科学，不争个人名利，确实是“圣人之道，为而不争”，他的学术成就，举世瞩目，正是“道常无为而无不为”的最佳体现。