

布朗运动理论及其在复杂气候系统研究中的应用*

陈乐天^{1,2} 袁红² 孙昌璞^{2,†}

(1 英国帝国理工学院数学系 伦敦 SW7 2AZ)

(2 中国工程物理研究院研究生院 北京 100193)

Brownian motion theory and its application in the study of complex climate systems

CHEN Le-Tian^{1,2} YUAN Hong² SUN Chang-Pu^{2,†}

(1 Department of Mathematics, Imperial College London, London SW7 2AZ, UK)

(2 Graduate School of China Academy of Engineering Physics, Beijing 100193, China)

2022-08-07 收到

† email: suncp@gscaep.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20220901

摘要 文章将从非平衡态统计物理发展和应用的角度,介绍德国科学家哈塞尔曼荣获2021年诺贝尔物理学奖的研究工作——基于布朗运动理论,建立了描述气象(天气)影响气候长期演化的随机气候学模型,并建立了寻求影响气候主因的最优指纹方法,从而能够分辨出人类活动和自然界局部改变对气候这一复杂系统的影响。哈塞尔曼的工作本质上是理论物理在实际复杂系统领域的成功应用,他采用的基础物理方法——布朗运动理论是我国杰出女物理学家王明贞和其导师乌伦贝克在20世纪40年代基于爱因斯坦的工作发展起来的^[1, 2]。文章将介绍布朗运动理论的发展及其相关的非平衡统计物理思想的当代发展,以展示哈塞尔曼如何把相关的物理理论巧妙地用于气候长期预测的实际应用研究:(1)建立了快变的局部“气象”变量涨落通过耗散涨落关系影响缓变的整体气候变量的基础理论;(2)通过最优指纹方法,寻找局部“噪音”和外驱动力影响气候演化的关键要素。

关键词 随机气候学模型, 布朗运动理论, 非平衡态统计物理, 最优指纹方法, 复杂系统

Abstract This paper will recall the work of Klaus Hasselmann, a German scientist who won the 2021 Nobel Prize in physics, from the perspective of the development of non-equilibrium statistical physics. Based on Brownian motion theory, he established a stochastic climate model to describe the long-term evolution of climate, as influenced by meteorological weather conditions. He also proposed an optimal fingerprint method to identify the influence of human activity and local natural variability on climate, a complex system. Hasselmann's work was essentially a successful application of theoretical physics to complex systems. The physical method he used, Brownian motion theory, was well developed by Ming-Chen Wang, who was an outstanding Chinese female physicist, and George Eugene Uhlenbeck in the 1940s based on the work of Albert Einstein^[1, 2]. This paper will briefly describe the development of Brownian motion theory and the related contemporary progress of non-equilibrium statistical physics. It will be shown how Hasselmann applied the relevant theories to the practical

application of long-term climate prediction: (1) He established the theory that the fluctuation of the rapidly changing local weather variables affects the slowly changing global climate variables through the fluctuation-dissipation relationship; (2) He found the key factors of local “noise” and external driving forces that are crucial in affecting climate evolution through the optimal fingerprint method.

Keywords stochastic climate model, Brownian motion theory, non-equilibrium statistical physics, optimal fingerprint method, complex systems

1 引言

2021年的诺贝尔物理学奖颁发给了真锅淑郎(Syukuro Manabe)、哈塞尔曼(Klaus Hasselmann)和帕里西(Giorgio Parisi)以表彰他们“对理解复杂系统物理做出的突破性贡献”，其中特别强调了真锅淑郎和哈塞尔曼的科学贡献在于他们建立了地球气候模型，发现和量化了影响气候变化的支配性要素，确定了全球变暖的主要原因之一——人类活动产生的温室气体排放。这个工作对于全球经济社会发展有重大的现实意义，乃至对人类的进步具有深远的历史意义。

中国理论物理学界对帕里西的工作有较好的了解，因为帕里西曾经在北京与中国科学院理论物理研究所吴咏时合作过随机量子化的开创性工作^[3]。然而在2021年10月份该奖项结果公布之前，对于其他二人的研究工作，中国物理学界所知甚少，当然也缺乏对哈塞尔曼工作的基础物理视角的深刻理解。本文作者查阅了哈塞尔曼的主要研究工作，这些深植根于理论物理思想的应用研究是十分令人吃惊的。

哈塞尔曼(图1左)1931年出生于德国汉堡，是德国籍海洋学家及气候学家，德国汉堡大学名誉教授，及马克斯·普朗克气象研究所前所长。他3岁时随家人移民英国，直到大学才返回德国，于德国汉堡大学学习物理以及数学专业。毕业论文是关于各向同性湍流的研究。随后于哥廷根大学以及马克斯·普朗克流体力学研究所攻读博士。

* 国家自然科学基金基础中心项目(批准号: L1924037)、国家自然科学基金委员会—中国科学院学科发展战略研究联合项目(批准号: XK2019SLC002)资助

博士论文是关于波在界面处的反射与折射问题。之后长期于德国汉堡大学担任教职。1975年起于马克斯·普朗克气象研究所担任创始所长，直至1999年退休。哈塞尔曼曾经系统地用费曼图等现代量子场论方法研究海洋波与表面波的相互作用(图1右)^[4]；利用布朗运动理论的思想和方法，建立了随机气候学模型^[5]；基于其对于海洋波动力学的理解，发展了关于通过卫星对海洋进行遥感探测的理论基础^[6-8](哈塞尔曼因此被欧洲空间局评论为第一颗欧洲遥感卫星(ERS-1)之父的其中一位)。

国内期刊上已有不少文章对哈塞尔曼的获奖工作进行了介绍^[9-12]，但本文将从理论物理的角度对其工作进行比较详尽地解读。其实，从物理学发展的角度来看，哈塞尔曼的工作是理论物理方法应用于重要实际问题研究并取得巨大成功的典型范例。这种类型的基础研究正是笔者之一(孙昌璞)近十年来一直呼吁的应用理论物理(applied theoretical physics)研究，即在重大需求问题的牵引下开展理论物理研究，并在实际应用问题中提

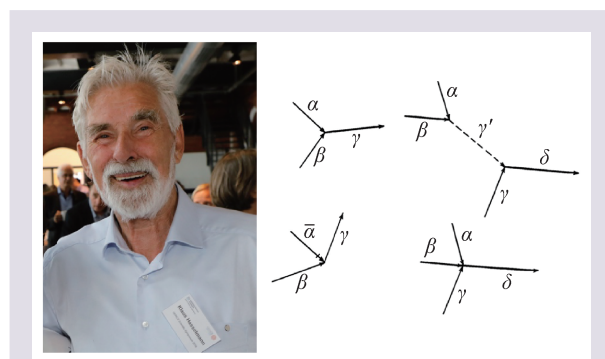


图1 哈塞尔曼(左)及其在计算海洋波间的相互作用时使用的费曼图方法(右)^[4]

炼出基础研究的共性问题，形成理论物理新的用武之地^[13]。

2 爱因斯坦的布朗运动理论

哈塞尔曼的随机气候学模型的理论基础是布朗运动理论，而布朗运动的研究在近代物理的发展过程中意义十分重大。1827年，英国植物学家布朗最先用显微镜观察悬浮在水中的花粉微粒，他发现悬浮在液体或气体中的花粉微粒会不停地做无规则运动。由于液体分子的热运动，悬浮微粒受到了来自各个方向的碰撞，其运动不断地改变方向，非常随机和不规则，其剧烈程度随着液体温度的升高而增加。这就是所谓的布朗运动。

1905年爱因斯坦依据分子运动论和扩散方程建立了布朗运动的统计物理理论，解决了布朗运动是来自于分子热运动的本质问题。爱因斯坦对布朗运动的理论研究始见于他1905年发表的第一篇文章^[2]，他的工作大致分为两部分。

爱因斯坦的第一部分工作，是从分子运动论和统计力学出发，推导了扩散系数和粘性系数的关系，发现了扩散过程和粘滞效应的定量联系。爱因斯坦认为，从分子运动论的角度看，在水中的悬浮微粒与溶液中的溶质粒子，除了尺度大小外，没有区别，因此前者能产生渗透压。爱因斯坦设问，“我们不明白，为什么对于相同数目的悬浮微粒和溶质粒子，渗透压不会保持相同”。假想在一个充满溶剂的容器中，用一个薄膜墙圈出一块体积 V ，在其中注入溶质，并且要求溶质不可透过薄膜，而溶剂可以完全渗透出去，那么当薄膜内外达到平衡时，作用在薄膜上的压力就称为渗透压。按照范霍夫定律，悬浮微粒产生的渗透压的压强 p ，也遵循理想气体状态方程 $p = nk_B T$ ，其中 n 是悬浮微粒数密度， T 是体系温度， k_B 是玻尔兹曼常数，它与理想气体常数 R 的关系是 $R = N_A k_B$ 。在热平衡态下，渗透压力来自于微粒密度分布 $n(q)$ 的梯度，总作用在 V 上的合力平均到每一个微粒上力的大小是

$$F = \frac{RT}{N_A n(q)} \frac{\partial n(q)}{\partial q} = -T \frac{\partial S(q)}{\partial q} \quad (1)$$

如果把 $S(q) = -k_B \ln[n(q)]$ 理解为悬浮微粒的熵，则可以把这个力理解成熵力。早在1926年，玻恩(Max Born)就明确指出^[14]，牛顿力的定义可以改为统计的定义：多粒子系统在某一空间的均匀分布意味着没有“力”的作用，因而空间分布的不均匀性可以定义统计意义下的力。这个思想在几十年间没有引起重视，直到2010年威尔兰德(Erik Verlinde)等人才把熵改变的梯度定义为所谓的熵力^[15-17]，以理解引力的起源，但他们大多没有引用爱因斯坦，尤其是玻恩的工作。

从另一个角度看，由于外力的影响会产生空间密度分布的不均匀性从而导致扩散，而动力学平衡要求扩散流的大小等于由 F 产生的漂移流的大小

$$vn = D \frac{\partial n}{\partial q} \quad (2)$$

其中 D 是扩散系数。由于悬浮微粒还受到粘性阻力 $F' = -6v\pi\eta r$ ， r 为球状微粒半径， η 为粘性系数。它与渗透压力 F 平衡， $F' = F$ 给出 $6v\pi\eta r = k_B T n(q)^{-1} \partial n(q) / \partial q$ 。比较扩散平衡关系(2)，从热力学平衡条件和动力学平衡得到扩散系数和阿伏伽德罗常数的定量关系为

$$D = \frac{RT}{N_A} \frac{1}{6\pi\eta r} \quad (3)$$

爱因斯坦的第二部分工作则是建立了布朗粒子的扩散方程，得到了扩散系数 D 与粒子均方位移 $\langle q^2 \rangle$ 之间的关系。事实上，对于一个布朗粒子来说，每秒大概受到 10^{15} 次来自周围溶液分子的碰撞，因此想要用经典力学确定它在给定时间内的传播距离是不可能的。于是，爱因斯坦转而考虑布朗粒子的集体运动，它们的空间分布满足扩散方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial q^2} \quad (4)$$

不失一般性，假设初始所有粒子都在原点，那么扩散方程(4)的解为

$$n(q, t) = \frac{n_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{q^2}{4Dt}\right) \quad (5)$$

其中 n_0 为归一化系数。由此可以给出著名的爱因斯坦关系：

$$\langle q^2 \rangle = 2Dt. \quad (6)$$

也就是说, $w = \sqrt{2Dt}$ 就是高斯分布(5)的宽度, 它的平方随时间线性增长。由此可以测量得到 $\langle q^2 \rangle$ 和 D , 从而确定它们与阿伏伽德罗常数之间的关系——爱因斯坦关系的实验表达

$$\langle q^2 \rangle = \frac{RT}{N_A} \frac{1}{3\pi\eta r} t. \quad (7)$$

在这个基本关系中, $\langle q^2 \rangle$ 描述了布朗粒子位置的涨落, 连同布朗粒子的半径 r 和液体的粘性系数 η , 它们都是宏观可测量的, 因此可以通过测量这些宏观量, 通过当时条件可达的实验, 精确地确定阿伏伽德罗常数 N_A 。(7)式通常也被称为涨落—耗散定理的坐标表达。

1908年开始, 让·佩兰(Jean Perrin, 图2)通过精妙的实验方法, 以含有悬浮颗粒的稳定乳浊液作为实验对象, 根据爱因斯坦给出的布朗粒子在重力作用下的分布规律^[18], 通过在实验上对一系列具有不同性质的悬浮颗粒进行观测, 得到了高度一致的阿伏伽德罗常数的测量结果, 从而证实了原子—分子论的正确性, 也因此获得1926年的诺贝尔物理学奖。

在爱因斯坦这一套处理布朗运动的思想方法中, 点睛之笔在于他意识到环境分子的无规碰撞会使得布朗粒子的运动具有非确定性, 这种运动表现为一个扩散过程, 而扩散系数与粒子的位移涨落有关, 因此也是一个随机过程。爱因斯坦关系除了给出测量阿伏伽德罗常数的方法之外, 还第一次给出了耗散—涨落定理(dissipation—fluctuation theorem)。(7)式右侧带有粘性系数 η , 有摩擦即导致耗散, 它是布朗粒子(宏观体系)对周围分子(环境)小扰动的响应, 导致了一个非平衡的弛豫过程; 而左侧 $\langle q^2 \rangle$ 对应平衡体系的涨落, 它们有相同的起源——周围环境分子的无规则热运动。也就是说, 存在偏离平衡态的涨落, 就一定伴随着使它趋于平衡的耗散过程, 当这两个过程平衡时, 系统达到稳态。

爱因斯坦等人的布朗运动理论研究成果对近代物理学发展的意义十分重大, 它为确立原子的

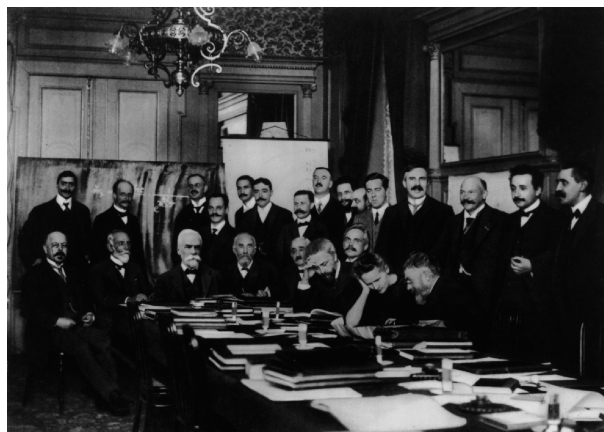


图2 研究布朗运动的物理学家佩兰(坐者左6)、朗之万和爱因斯坦(立者右1和2), 在第一次索尔维物理学会议上(1911年)

真实存在找到了一种可实验验证的科学方法。这个理论在圆满地阐明了布朗运动的根源及其规律的同时, 也推动了近代统计物理学关于热涨落理论的研究。其实, 当时科学界关于分子真实性的争论由来已久, 玻尔兹曼基于原子分子存在发展起来的非平衡统计物理理论备受质疑。以科学哲学家马赫(Ernst Mach)和化学家奥斯特瓦尔德(Wilhelm Ostwald)为代表的一些人多次质疑玻尔兹曼的理论。他们站在原教旨的逻辑实证主义的立场上, 怀疑原子和分子的真实存在。要解决科学和哲学中的这一重大学术争议, 就需要提出更有力的科学实验证据, 必须测得原子质量和分子质量的准确值, 以证明原子、分子的真实存在。正如爱因斯坦指出, 由于分子的热运动, 悬浮在液体中的布朗粒子必定会发生其大小可以用显微镜容易观测到的运动, 只要能实际观测到这种运动及其预期的规律, “精确测定原子(分子)的实际大小就成为可能了”。布朗运动的理论和实验研究的确为证实分子的存在找到了一种全新的物理途径, 科学上关于原子和分子真实性的争论从此即告终结。连原先反对原子论的奥斯特瓦尔德都承认: “布朗运动和动力学假说的一致, 已经被佩兰十分圆满地证实了, 这就使哪怕最挑剔的科学家也得承认这是充满空间的物质的原子构成的一个实验证据^[19]”。

3 经典与量子布朗运动和力的统计意义

由于布朗运动代表了普遍存在的随机涨落现象，其理论在应用领域也十分重要，如对测量仪器的精度电路中背景噪声的研究等。在爱因斯坦工作之后，关于布朗运动的研究也从未曾停止过，各种方法和模型被不断地发展出来，形成了非平衡态统计物理的主干分支。

朗之万(Paul Langevin)着眼于布朗粒子本身的运动，于1908年建立了布朗粒子的运动方程——朗之万方程^[20]

$$m \frac{dv}{dt} = -\gamma mv + R(t) . \quad (8)$$

其中 v 是布朗粒子的速度， $R(t)$ 是随机力，用于描述环境的热涨落，一般认为是白噪声谱，即具有高斯分布以及 delta-函数的时间关联； $-\gamma mv$ 是斯托克斯粘滞阻力，是伴随涨落的耗散效应， γ 的倒数称为移动系数，表征布朗运动的弛豫时间，它与粘滞系数的关系是 $\gamma = 6\pi\eta r/m$ 。两个力满足涨落—耗散关系

$$\langle R(t)R(t') \rangle = 2m\gamma k_B T \delta(t-t') . \quad (9)$$

设初始条件是 $q(0) = 0$ ， $v(0) = v_0$ ，求解朗之万方程可以得到粒子运动轨迹的明确表达式 $q(t)$ 。当演化时间 t 远大于弛豫时间 γ^{-1} ，也就是系统演化到稳态时，由 $q(t)$ 确定位置的涨落就是爱因斯坦关系(7)。不难看出，与爱因斯坦的处理方法相比，朗之万的唯象方程更为简单明晰，也是现今最常使用的方法。

大家知道，布朗运动是布朗粒子对环境小扰动的响应。由于布朗粒子较周围环境分子而言质量和体积都很大，其运动变化时间尺度远远大于环境分子碰撞的时间尺度。因此，我们可以采用统计物理的手段处理环境对布朗粒子的作用，将环境的影响归结为平均部分和涨落部分，其中涨落部分就是体现在朗之万方程的随机力项。至于耗散项($-\gamma v$ 项)，其实这是环境作用的一种反馈机制的体现。虽然环境分子的运动也依赖于布朗粒子，由于时间尺度分离的存在，在处理环境分子

坐标——快变量的运动方程时，我们可以将布朗粒子坐标——慢变量看作是非动力学参数，考虑快变量的动力学和统计性质。因而布朗粒子的运动会通过影响环境分子的统计性质，最终反过来影响自身的演化。一般来说，环境中的分子数目巨大，布朗粒子对它的扰动总体上看是极其微弱的，因此在最低阶近似下可以假设布朗粒子与环境的耦合相对于环境分子变量是线性的，那么此时环境对布朗粒子的综合平均作用就是 $-\gamma v$ 。

需要指出的是，还有一种处理布朗运动的方法——噪声谱方法。它是由莱斯(Stephen O. Rice)首先提出的^[1]。在这个方法中，利用了随机过程的谱是其二阶关联函数(分布函数的二阶矩)的傅里叶变换。通过对朗之万方程作傅里叶变换，将微分方程转化为谱空间的代数方程，就可以得到布朗运动的谱，我们知道布朗运动的分布函数是高斯型的，因此知道了谱就可以得到分布。

我们已经指出，布朗运动及其扩散过程本质上是一个马尔可夫型的高斯型随机过程，因此，单粒子随机行走和多粒子的扩散之间的联系为研究布朗运动提供了一个新的角度。作为可观测量，布朗粒子的相空间概率分布可以用来表征随机过程。福克尔(Adriaan Fokker)^[21]和普朗克(Max Planck)^[22]分别在1914年和1917年给出了随机过程的分布函数演化方程——福克尔—普朗克方程，也被称为科尔莫戈罗夫向前方程(Kolmogorov forward equation)^[23]。福克尔—普朗克方程是一个对时间一阶微分、空间二阶微分的扩散型方程，对空间的一阶微分项称为漂移项，二阶微分项称为扩散项。当应用于粒子位置的分布演化时，更为人们熟知的是被称为斯莫卢霍夫斯基方程(以Marian Smoluchowski的名字命名)，这里它等价于对流—扩散方程，没有扩散的对流—扩散方程就是连续性方程^[24]。1940年克拉默斯(Hans Kramers)发表了讨论由涨落环境产生的势场束缚的粒子逃逸概率的文章^[25]，这篇文章把朗之万方程和福克—普朗克方程联系起来。

在布朗运动的研究中，时间尺度分离是十分重要的。布朗运动中存在三个时间尺度：分子碰

撞的时间尺度为 10^{-15} s, 布朗粒子运动的时间尺度为 10^{-7} s, 而布朗粒子的密度分布演化的时间尺度要更长, 大约是 10^{-4} s. 前两者时间尺度的分离是随机扩散的来源, 而后两者之间的时间尺度分离, 使得布朗粒子的运动可以看作时间上的“系综”: 考虑一个时间间隔 τ , 它远小于总的观测时间 t , 但同时对于粒子运动而言也是足够长的, 将整个观测时间 t 分成 s 个间隔为 τ 的时间段, 每个间隔 τ 的系统的运动可以看作是统计独立的事件, 那么这 s 个事件可以看成是一个系综。

通常大家采用相空间上的几率分布函数 $f(q, v, t)$ 描述布朗粒子的运动, 它满足玻尔兹曼方程(亦称福克尔—普朗克方程)

$$\frac{\partial f(q, v, t)}{\partial t} = -v \frac{\partial}{\partial q} f - a \frac{\partial}{\partial v} f + \mathcal{L}(f). \quad (10)$$

相应的空间分布为 $n(q, t) = \int f(q, v, t) dv$, 速度分布为 $f(v, t) = \int f(q, v, t) dq$, v 和 a 分别为粒子的速度和加速度, 而 \mathcal{L} 是依赖于 $\overline{\Delta q^2}/\Delta t$ 、 $\overline{\Delta v^2}/\Delta t$ 和 $\overline{\Delta q \Delta v}/\Delta t$ 的微分算子, 通常和布朗粒子间碰撞有关, 具体形式见相关专著和教科书。通常大家要求其稳态对应于麦克斯韦分布

$$f_{\text{eq}}(v) = \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi m}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right). \quad (11)$$

则“碰撞项” $\mathcal{L}(f)$ 可以具体地表达为

$$\mathcal{L}(f) = \gamma \frac{\partial}{\partial v} (vf) + \frac{\gamma}{m} k_B T \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \quad (12)$$

在1945年的经典文章中, 乌伦贝克和他的学生王明贞(图3左)对布朗运动的处理方法作了系统全面地总结, 并将爱因斯坦的扩散理论、福克尔—普朗克方程和朗之万方程统一起来^[1]。如前所述, 当我们把布朗运动当作一个随机过程, 重要的是研究其概率分布的相空间形式。求解分布函数的一个方法是利用福克尔—普朗克方程, 其中的漂移项和扩散项系数由相应的运动方程确定。例如, 如果不考虑外场, 关于速度分布 $f(v, t)$ 的福克尔—普朗克方程为

$$\frac{\partial f(v, t)}{\partial t} = \gamma \frac{\partial}{\partial v} (vf) + \zeta \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}, \quad (13)$$

其中 $\zeta = \gamma k_B T/m$ 。由方程(13)可以得到平衡态速度分布——著名的麦克斯韦速度分布。进一步可以得到速度的均方为 $\langle v^2 \rangle = k_B T/m$, 也就是说, 单个布朗粒子的平均动能是 $k_B T/2$, 这就证明了能量均分定理。

从玻尔兹曼方程(10)可以近似地得到关于密度 $n(q, t)$ 的演化方程

$$\frac{\partial}{\partial t} n(x, t) = \frac{k_B T}{m\gamma} \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{m}{k_B T} a + \frac{\partial}{\partial x} \right] n(x, t). \quad (14)$$

其稳态解($\partial n/\partial t = 0$)给出加速度和密度梯度的关系

$$ma = \frac{k_B T}{n} \frac{\partial n}{\partial x} \equiv F_c. \quad (15)$$

如果平衡分布取为玻尔兹曼分布, $n(x) \sim \exp(-\beta V(x))$, $V(x)$ 为外势, 则有“牛顿力” $F_c(x) = -\partial V(x)/\partial x$, 即有牛顿定律

$$ma = -\frac{\partial V(x)}{\partial x}. \quad (16)$$

我们可以进一步证明, 对于一个有限系统, 上述“定律”有各种统计涨落

$$ma = -\frac{\partial V(x)}{\partial x} + \zeta(x)\Delta x + \kappa(x)\Delta^2 x + \dots. \quad (17)$$

在大学时代, 笔者之一(孙昌璞)曾经基于分子运动论, 对地球表面的引力场得到过类似于方程(17)的结果^[26], 但当时并不知道、也没有意识到玻恩关于牛顿力统计定义的深刻思想^[14], 当然也无法联想到2011年才提出的作为引力起源之一的熵力^[15-17]。

需要指出的是, 布朗运动理论和玻尔兹曼非平衡输运理论一样, 贯穿了20世纪非平衡态统计

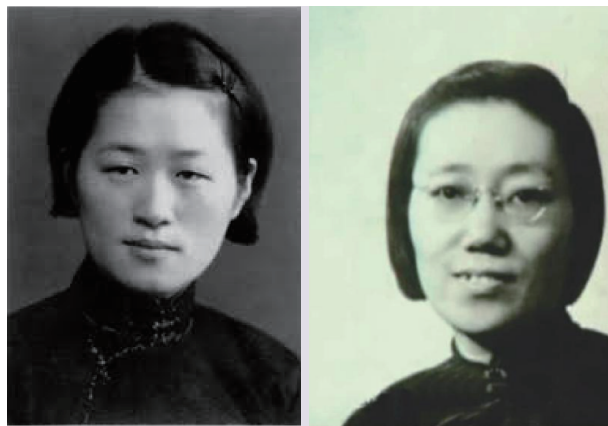


图3 中国物理学家王明贞(左)与王承书(右)

物理的发展主线，是非平衡态统计物理的理论核心。我国杰出的女物理学家王明贞和王承书(Cheng-Shu Wang Chang, 图3右)在这方面发展中也有十分突出的贡献^[27]。王明贞首次独立地从福克尔—普朗克方程和克拉默斯方程中推导出自由粒子和简单谐振子的布朗运动，并与导师乌伦贝克在其博士论文的基础上于1945年合写了布朗运动理论的综述文章，至今影响深远。王承书也是乌伦贝克的学生，在气体动理论方面做出了很多开创性工作，例如，她与乌伦贝克一起导出了适用于具有内部自由度的多原子气体的修正玻尔兹曼方程，后被称为王承书—乌伦贝克方程(Wang Chang—Uhlenbeck(WCU) equation)；此外，她还深入地研究了线性化玻尔兹曼碰撞算子，严格证明了对于麦克斯韦气体，线性化玻尔兹曼碰撞算子的本征函数就是索宁(Sonine)多项式。

布朗运动理论的另一个重要发展方向是量子开系统(量子耗散)理论。1935年，量子力学建立起来以后，人们开始从量子力学角度研究布朗运动。对于有耗散的非保守系统(以耗散谐振子为例)，其运动方程为

$$m\ddot{q} = -m\omega^2 q - m\gamma\dot{q} + R(t), \quad (18)$$

其中 ω 是系统的本征频率。在忽略涨落力 $R(t)$ 的情况下，人们可以写下有效哈密顿量



图4 马克斯·玻恩和他的研究生彭桓武

$$H = \frac{p^2}{2m} e^{-\gamma t} + \frac{1}{2} m\omega^2 e^{\gamma t} q^2, \quad (19)$$

其中 $p = mv$ 是谐振子的动量。 $R(t) \approx 0$ 情况下由正则对易关系 $[q, p] = i\hbar$ 可以重新给出运动方程(18)。有效哈密顿量的形式是不唯一的，我国著名理论物理学家彭桓武先生(图4)曾经深入研究过这个问题^[28]。然而，由于 $R(t)$ 与 $q(t)$ 是不对易的，上述有效哈密顿量的处理方法不再适用。

为了克服这个困难，量子布朗运动的研究必须基于微观模型^[29, 30]。通常把布朗粒子处理成一个开系统，而溶液部分处理成一个热库。在热库与耗散系统弱耦合的情况下，热库可以近似为多个谐振子的集合，且热库—系统耦合形式相对于热库振子的自由度来说是线性的。基于这种热库—系统模型，从多粒子牛顿运动方程出发，消除热库的自由度，得到关于布朗粒子的运动方程，形如朗之万方程(8)，并且得到随机力的形式为

$$R(t) = \sum [\zeta_j(t)x_j(0) + \eta_j(t)\dot{x}_j(0)], \quad (20)$$

其中 $x_j(0)$ 、 $\dot{x}_j(0)$ 分别是热库粒子的初始坐标和速度。当热库处于热平衡态时， $R(t)$ 以及 $R(t)R(t')$ 的热平均给出涨落耗散关系(9)。

这种开系统加热库的微观处理很容易推广到量子力学情况，只是其中的牛顿运动方程要换为海森伯方程。布朗力(随机力)的关联变为量子关联，由 \hbar 表征的量子涨落部分对布朗粒子的影响会起到不可忽视的作用，在零温下， $\langle R(t)R(t') \rangle$ 不再趋近于零。基于这种量子微观模型，我们还可以在薛定谔表象中研究布朗运动^[28]。在一定条件下，可以精确计算系统加热库的整体波函数，其结果具有如下的部分因子化结构^[29, 30]

$$\psi(q, \{x_j\}) = \phi(q + \sum \mu_j x_j) B(\{x_j\}). \quad (21)$$

其中 $\phi(q + \sum \mu_j x_j)$ 是布朗粒子经过热库“修正”的波函数。 $\phi(q)$ 满足有效哈密顿量(19)量子化后支配的薛定谔方程。我们已经证明，在热平衡的情况下， $X = \sum \mu_j x_j$ 的平均值为零，即 $\langle X \rangle = 0$ ，但其涨落

$$\Delta^2 X = \overline{(X - \langle X \rangle)^2} \neq 0. \quad (22)$$

这代表了布朗粒子按照 $\phi(q)$ 演化的同时，其坐标

有随机涨落 $\Delta^2 X$ 。

以上由余理华和孙昌璞在1990年代给出的关于布朗运动量子化的波函数处理，来自杨振宁先生的建议。这种处理方法建立了波函数描述的量子布朗运动直观物理图像，也解决了量子力学发展中的一些基本问题，如爱因斯坦与玻恩争论了多年的波包扩散问题：热库诱导的耗散机制使描述宏观物体质心运动的波包不会无限扩散。在我们量子耗散的工作之前，已经有各种方法处理量子布朗运动，如量子朗之万方程、基于马尔可夫近似的密度矩阵以及量子跳跃假说等。相比之下，我们的工作不仅有直观清晰的物理图像，而且给出了明确的理论预言。

4 哈塞尔曼的随机气候学模型

如前文提到的，哈塞尔曼提出的随机气候学模型的理论基础是在上文第二节中介绍并讨论的布朗粒子运动理论。哈塞尔曼将缓慢变化的气候类比为布朗微粒，快速变化的各种天气要素类比为溶液分子，从而建立了基于布朗运动及其涨落—耗散定理的随机气候学模型，为气候变化可靠的长期预测提供了理论依据。

4.1 气候系统

气候系统是一类典型的复杂系统，包含众多变量和时空尺度，且在空间尺度以及时间尺度上跨度极大。从空间分布以及结构组成上来看，气候系统可以看做由5个相互耦合的主要部分构成：大气圈，水圈，冰冻圈，岩石圈以及生物圈。其中每一部分内部又包含了许多具体变量，如大气圈中各种气体分子的含量等。这5大部分之间以及各自内部变量之间的相互关联可以通过物理、化学、生物等方法进行描述，并建立具体模型。

从时间尺度上来看，全球气候系统可以分为快速变化的“天气”(weather)系统(如局部降雨，局部地表温度等)，以及缓慢变化的“气候”(climate)系统(如冰盖面积等)。对“气候”系统在时间上的长期演化进行预测，对于人类的生存发

展具有重要的意义。为此，在不同历史时期，许多气候学家基于不同的假设，建立了各种的气候学模型，例如大气环流模型(general circulation model)^[31]，统计动力学模型(statistical dynamical model)^[32]，以及由哈塞尔曼提出的随机气候学模型(stochastic climate model)^[5]等。

4.2 一般气候学模型

气候系统作为典型的复杂系统，由多种内部参量构成。为对其进行描述，首先我们给出第一个假设：完整的气候系统可以被有限数量的参数来描述。基于这一假设，我们可以将气候系统 z 在某一时刻的状态写为多分量的矢量

$$z = (z_1, z_2, z_3, \dots, z_n). \quad (23)$$

其中， z_i 代表某一种气候参量，例如大气中的二氧化碳浓度，或者陆地植被面积等。由此，我们可以写出气候系统的演化方程(也被称为预报方程)

$$\frac{dz_i}{dt} = \omega_i(z). \quad (24)$$

其中 $\omega_i(z)$ 是关于气候系统状态 z 的已知函数(有众多参数，可以用观测数据拟合)，描述气候变量 z_i 受到气候系统各种因素的影响。具体函数形式可以通过物理、化学、生物等方法建立模型得到。

如上文所述，气候系统在时间尺度上跨度极大，从以天为单位变化的“天气”系统，到以月、年甚至更长时间为单位变化的“气候”系统。因此，我们可以做出第二个假设：完整的气候系统 z 可以依据气候参量的变化快慢(响应时间)被分为两个子系统，即气候矢量 $z = (x, y)$ 可以被分为快慢不同的 x 和 y 两个不相关的子集。这种处理方法本质上为时间尺度分离。其中 x 代表气候参量中响应时间较短的部分，例如局部地表温度等，对应的响应时间 τ_x 量级为天。 y 代表气候参量中响应时间较长的部分，例如冰盖面积等，对应的响应时间 τ_y 远大于 τ_x ，量级为月或年，甚至更长。基于这个假设，我们可以将(24)式改写为 x — y 耦合的方程组

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i(x, y), \quad (25.1)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = S_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) . \quad (25.2)$$

其中 $F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 和 $S_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 分别为快变量 x_i , 以及慢变量 y_i 关于气候系统状态的已知函数。从刻画气候和天气要素的数目上看, 相比之下关于天气的变量不仅变化快, 而且数目多, 因此后面我们可以看到, 在进行气候预测时, 众多的快变量 \mathbf{x} 可以被当作噪声进行处理。

基于方程组(25), 原则上我们可以在给定初始条件时对快变量以及慢变量进行求解, 从而对气候进行可靠地长期预测。然而, 受限于计算资源, 以及客观上非线性相互作用导致的混沌现象的存在, 通过对方程组(25)求解进行气候的长期预测的想法在实际中无法实现。因此, 气候学家必须基于不同的假设, 对方程组(25)进行简化, 建立不同的气候模型。

大气环流模型: 大气环流模型的目标是在一段时间 τ (远小于 τ_y) 内, 对“天气”系统, 即快变量 \mathbf{x} 进行预测。由于 $\tau \ll \tau_y$, 可将(25.1)式右侧的慢变量 \mathbf{y} 视为常数, 由此先固定 \mathbf{y} , 可在初始条件给定的情况下对快变量 \mathbf{x} 进行求解, 从而实现对于天气的短期预测, 其中慢变的 $\mathbf{y} = \mathbf{y}(t)$ 可以视为自行缓变的参数。这一方法便是现代天气预报的理论基础。

然而, 由于在对(25.1)式进行求解的过程中假设了慢变量 \mathbf{y} 相对地保持不变, 加之由于“天气”系统中混沌行为的存在, 大气环流模型只可对几天内的天气进行可靠地预测。同时, 这一方法显然不适用于“气候”系统的长期预测。

统计动力学模型: 为解决如何对“气候”系统进行长期预测的问题, 气象学家曾经采用了统计物理的思想方法, 建立了统计动力学模型。考虑经过 τ_i 时间后的“气候”系统的状态, 其中 $\tau_x \ll \tau_i \ll \tau_y$ 。由于 τ_i 远大于“天气”变量的响应时间 τ_x , 我们可以在这段时间内对“天气”变量进行系综平均, 得到其统计期望值然后对“气候”变量产生影响。这里暗含了遍历性(稳态系综)假设, 即“天气”变量的系综平均等效于在时间上的平均。

同时, 由于 τ_i 远小于“气候”变量的响应时

间 τ_y , 我们可以将(25.1)式中右侧的慢变量 \mathbf{y} 视为常数, 计算 \mathbf{x} 的快变行为。对(25.1)式中的 \mathbf{x} 进行平均, 最后我们得到平均场方程

$$\frac{dy_i}{dt} = \langle S_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rangle, \quad (26)$$

其中 $\langle \cdot \rangle$ 代表关于快变量 \mathbf{x} 的系综平均。在已知快变量 \mathbf{x} 的统计学性质(可以通过观测数据得到)后, 我们可以对(26)式进行求解, 从而对“气候”变量进行预测。这种处理相当于平均场方法, 把快变量作用看作一种平均后的外场。

需要指出的是, 由于假设在进行系综平均时慢变量 \mathbf{y} 保持不变, (26)式仍然是确定性的方程, 而不是统计性的。因此, 大多数统计动力学模型会得到一个唯一的且与时间无关的渐进解。这与人们观测到的“气候”系统会随时间变化的结果并不十分吻合。为回答这一问题, 人们随后在“气候”预测中加入了外部影响, 例如太阳辐射的变化, 从而将“气候”系统的变化归因于系统对外部影响的响应。

4.3 随机气候学模型

以上的气候模型都是建立在直观的基础上, 其预言能力并不足以对复杂的气候系统做出符合实际的预测。1976年, 哈塞尔曼从爱因斯坦关于布朗粒子运动的研究中得到启发, 提出了物理基础比较坚实的随机气候学模型。通过这一模型, 哈塞尔曼展示了如何在人为引入外部影响的条件下, 实现对“气候”系统长时间演化进行预测性描述。

回顾上文介绍的布朗粒子运动。布朗粒子在周围大量环境分子的碰撞下进行运动, 由于布朗粒子质量远大于组成环境的粒子的质量, 其运动变化的响应时间远大于环境粒子运动变化的响应时间。这与慢变的“气候”变量和快变的“天气”变量的时间演化形式十分相似。因此, 哈塞尔曼将布朗粒子运动的研究方法十分自然地应用到对“气候”系统的长期预测。

对于给定初态 \mathbf{y}_0 的“气候”系统, 我们考虑其在细粒化时间 t ($\tau_x \ll t \ll \tau_y$) 后的变化

$$\delta y = y(t) - y_0. \quad (27)$$

由于 $t \ll \tau_y$, 方程(25.2)式中右侧的慢变量 y 仍可视作常数, 即初态 y_0 。同时, 由于 $\tau_x \ll t$, 我们仍可将快变量 x 对于慢变量 y 的影响视为系综平均后的“天气”变量产生的影响。由此, 参照处理布朗运动时的方法, 我们可将“气候”系统的变化量 δy 分为两部分

$$\delta y = \langle y \rangle + y'. \quad (28)$$

等式右侧第一项 $\langle y \rangle$ 为平均项, 相当于序参量, 第二项为涨落项。这与用量子场论方法研究玻色—爱因斯坦凝聚的博戈留波夫(Bogoliubov)近似处理类似。

如果要求平均项, 即序参量满足方程(25.2)式, 我们得到 $\langle \delta y \rangle = \langle v \rangle t$ 。相应的, 涨落部分 y' 满足

$$\frac{dy'}{dt} = S(x, y) - \langle S \rangle \equiv S'(t), \quad (29)$$

其中 $\langle S \rangle = 0, y'(t=0) = 0$ 。 $S'(t)$ 的统计性质可以由给定初态 y_0 时“天气”变量 $x(t)$ 的统计学性质得到。这里假设 $x(t)$ 是一个统计平稳的过程, 对应于稳态系综, 从而 $S'(t)$ 也代表一个平稳过程。由于 $\langle S'(t) \rangle = 0$, 而 $\langle S'(t)S'(t') \rangle \neq 0$, 这是一个标准的布朗型方程。(29)式形式上与描述布朗粒子的运动方程一致。可以得到“气候”变量的协方差矩阵 $\langle y'_i y'_j \rangle$ 正比于时间 t 的爱因斯坦关系。

因此对于任意一个时间微元 δt , “气候”变量 $y(t)$ 的平均值与涨落都正比于 δt 。这样的随机过程可以被福克尔—普朗克方程所描述

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(\mathbf{y}, t)}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial y_i} (\hat{v}_i p(\mathbf{y}, t)) \\ & + \frac{\partial}{\partial y_i} \left(D_{ij} \frac{\partial p(\mathbf{y}, t)}{\partial y_j} \right). \end{aligned} \quad (30)$$

$p(\mathbf{y}, t)$ 代表在 t 时刻“气候”系统处于 \mathbf{y} 的概率。其中 $D_{ij} = \langle y'_i y'_j \rangle / 2\delta t$, $\hat{v}_i = \langle \delta y_i \rangle / \delta t - \partial D_{ij} / \partial y_j$ 分别是气候变量的协方差和涨落速率。

哈塞尔曼接下来考虑了一种简单的情况, 此时在外场驱动下, 慢变量 y 的演化方程为

$$\frac{dy}{dt} = -\lambda y + S'(t). \quad (31)$$

其中 λ 意味着某种广义驱动力, 通常为正的常数。

$\lambda = \gamma + F$ 可分为两部分: 环境引起的耗散 γ 和人为外部强迫 F 。对应于前文提到的在最低阶近似下可以假设布朗粒子与环境的耦合相对于环境分变量是线性的, 代表着天气变量 x 对于气候变量 y 的耗散作用。为方便讨论, 不失一般性, 考虑 y 是一维变量。哈塞尔曼将这一情况下的随机气候学模型称为线性反馈模型。此时对应的福克尔—普朗克方程中的传播项和扩散项系数分别为 $v = -\lambda y$ 和 $D = \text{常数}$ 。它对应的福克尔—普朗克方程为

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \lambda \frac{\partial}{\partial y} (yp) + D \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}. \quad (32)$$

给定初始条件 $p(y, t=0) = \delta(y - y_0)$, 可以解得

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(y - [y])^2}{2\sigma}\right). \quad (33)$$

其中 $[y]$ 代表对随机变量 y 的系综平均, 对应时间 $t \gg \tau_y$ 。 $[y]$ 以及方差 σ 分别满足微分方程

$$\frac{d[y]}{dt} = -\lambda [y], [y](t=0) = y_0. \quad (34)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = 2D - 2\lambda\sigma, \sigma(t=0) = 0. \quad (35)$$

至此, 哈塞尔曼通过对描述“气候”系统的福克尔—普朗克方程求解, 得到了“气候”系统在一段时间后的分布性质, 实现了对气候的长期预测。方程(35)的稳态解给出的气候变量分布宽度趋近固定值 $\sigma = D/\lambda$, 这意味着人为的外部影响 λ 和自然的内部变化 D 长时间竞争, 形成相对稳定的气候生态。随机气候学模型的建立为人们长期预测气候变化提供了理论依据, 而这一模型所蕴含的思想和方法, 正是起源于爱因斯坦和余理华的布朗运动理论。

最后指出, 作者之一(孙昌璞)和余理华曾经在量子情况下研究过常数力场中布朗粒子的波包演化^[29, 30]。研究表明, 长时间波包扩散将会在一个稳定宽度上, 这与哈塞尔曼的气候学模型结果十分相似。

5 最优指纹法: 确定影响气候的关键局域要素

上文我们介绍了哈塞尔曼如何将布朗运动理论应用于气候长期预测, 建立了随机气候学模型,

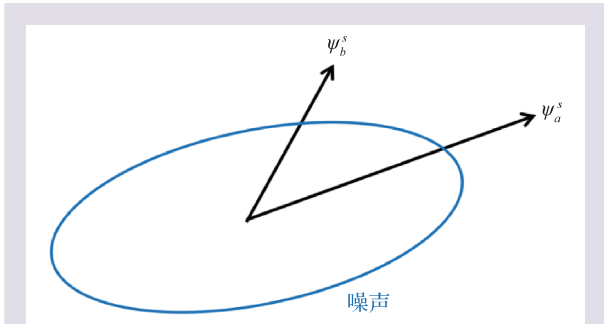


图5 “最优指纹法”的图像解释。通过对探测信号进行旋转，使得旋转后的探测方向信噪比最大

为长期预测气候变化提供了理论基础。然而，如上文所提，气候系统具有众多内部参量。这些参量中既包括来自人类活动的因素，也包括与人类活动无关的自然因素，这些内部参量都会对气候的变化产生影响。这便带来了一个十分重要并具有现实意义的问题：人类已观测到的气候变化(如气候变暖)在多大程度上可以归因于人类活动；哪一些人类活动是影响气候的关键要素？

为回答这一问题，哈塞尔曼提出，如果我们将人类活动视为外部强迫，它对气候的影响或者说气候对于外部强迫的响应信号可以通过建立模型进行量化，也就是说，在气候的布朗运动模型中，什么样的广义外部驱动 λ 和自然的噪音相比可以起支配性作用。由于我们将自然因素带来的影响视为噪音，这一问题的关键就转变成寻找信噪比最大化的方法，它可以将外部强迫驱动带来的影响从自然因素带来的噪音中提取出来。这是“最优指纹法”(optimal fingerprints method)的科学目标。这一方法由哈塞尔曼于1979年首次提出^[33]，但因其行文“晦涩难懂”^[34]，当时并未得到人们的重视。哈塞尔曼在1993年^[35]及1997年^[36]的两篇论文中将这一方法进行梳理，以期使其更易被气候学界接受。随后，经过M. R. Allen等人^[37]的进一步完善，从广义多元回归的角度对这一方法进行理解和重新表述，“最优指纹法”逐渐被人们重视，并发展成为目前评价人类活动对气候影响的理论基础。下面我们简略地介绍“最优指纹法”的具体内容。

如上文提到的，量化人类活动影响这一问题的核心在于如何从已有的观测数据中将人类活动

(外部强迫)的影响与自然活动(噪音)分离开来。首先，我们定义气候响应函数 $\psi(v, x, t)$ ，代表存在外部强迫时，气候系统产生的变化(响应信号)。其中 v 代表气候变量，比如温度，湿度等； x 代表空间位置坐标， t 代表时间。为方便讨论，这里我们讨论只存在一种外部强迫时的情况。假设气候响应函数可以被分为两部分

$$\psi = \psi^s + \tilde{\psi} \quad (36)$$

其中 ψ^s 代表外部强迫带来的响应信号； $\tilde{\psi}$ 代表由自然因素带来的影响，在这里被视为噪音的影响。在实际处理中，我们通常认为噪音的统计性质是已知的，并进一步只对噪音进行系综平均，由此探索自然要素的不确定性对于气候响应函数的影响。而 ψ^s 可以通过建立的具体气候模型进行描述

$$\psi^s = c\mathbf{g} \quad (37)$$

其中 c 为强度因子，为一常数。 \mathbf{g} 代表一种具体的气候模型，为多种气候变量(如温度、二氧化碳浓度等)的函数。接下来我们分别定义外部强迫响应信号的探测函数 $d^s = (f^T \psi^s)$ 以及噪音的探测函数 $\tilde{d} = (f^T \tilde{\psi})$ 。其中 f 被称为“滤波函数”或“指纹”，为单位向量，上角标 T 代表转置，“内积” $(f^T \psi)$ 代表响应函数 ψ 在指纹 f 上的投影。由此，我们可以定义探测信号的信噪比

$$R^2 = R^2[f] = \frac{\langle d^s \rangle^2}{\langle \tilde{d}^2 \rangle} \quad (38)$$

其中 $\langle \cdot \rangle$ 代表系综平均。可以证明 $\langle d^s \rangle^2 = \text{const.}$ ，于是问题转变成在存在限制条件下，如何找到特定的“指纹” f ，使得(38)式代表的信噪比最大化。这一问题可以通过拉格朗日乘子法得到解决。定义变分函数

$$\mathcal{L} = \langle \tilde{d}^2 \rangle + \frac{\lambda}{2} ((d^s)^2 - \text{const.}) \quad (39)$$

当信噪比最大时，有 $\partial \mathcal{L} / \partial f^T = 0$ ，可求得

$$f = C^{-1} \mathbf{g} \quad (40)$$

其中 $C = \langle \tilde{\psi}_a \tilde{\psi}_b \rangle$ 代表自然因素的协方差矩阵，可以通过噪音的统计性质得到。

(40)式右侧本质上代表了在参数空间内对 \mathbf{g} 进行旋转，旋转至一特定方向，使得在这一方向上信噪比最大。至此，我们求得了一个特定的“指纹” f ，使得(38)式代表的信噪比最大化。我们可

以通过图像对这一方法进行形象地理解。如图5所示,其中蓝色椭圆代表噪音, ψ_a^s 代表通过模型得到的外部响应信号, ψ_b^s 代表通过“最优指纹法”找到使得信噪比最大时的外部响应信号。可以看到,在旋转后的方向上,外部响应信号强度 ψ_b^s 并不一定最大,但可以保证此时探测信号的信噪比最大,这便是“最优指纹法”的核心内容。

6 哈塞尔曼理论在全球气候预测中的应用

哈塞尔曼的工作是奠基性的,但并不易被直接应用到更广泛的气候系统中。在此之后,为进一步在实践中应用哈塞尔曼的思想,气象学界推广和发展了哈塞尔曼提出的“最优指纹法”,从广义多元回归的角度对这一方法进行了进一步地诠释,使其被更加广泛和深入地理解与应用,今已成为目前评价人类活动对于气候影响的理论基石。

下面我们从广义多元回归的角度对最优指纹法进行简要的介绍。正如前文所提到的,我们可以将实际观测到的气候变化看作由外部强迫带来的响应信号与气候系统内部的变化叠加而成,因而可以将其写为以下广义多元回归的形式

$$Y = aX + \epsilon . \quad (41)$$

其中 Y 代表实际观测到的气候变化数据; X 代表外部强迫带来的响应信号,可以通过具体的气候学模型得到, a 代表这些信号的响应系数, ϵ 代表气候系统内部局域性快变带来的变化,通常可以认为其性质已知。以图6为例^[38],左侧 Y 代表经过滤波处理的1946年至1996年间近地空气温度的实际观测数据,右侧 X 代表通过具体气候学模型得到的模拟结果。广义多元回归的目的在于找到特定的响应系数 a ,使得(41)式右侧对于气候变化的模拟结果与左侧的实际观测数据吻合程度最好。如果响应系数 a 显著大于0,则代表该外部强迫信号可以在实际观测数据中被检测到。

基于这一理论方法,联合国气候变化评估组织——政府间气候变化专门委

员会(IPCC)在其2021年发布的报告中指出^[39]:“人类活动的影响已经使大气、海洋以及陆地变暖,这一点是十分明确的。”图7展示了人类活动对全球变暖的具体影响^[39]。其中图7(a)展示了实际观测到过去一个世纪左右的气候变暖数据。图7(b)展示了基于“最优指纹法”得到的分析结果,可以看到,人类活动带来的温室气体增加是全球温度上升的主要原因。图7(c)展示了基于另一种气候学归因方法——辐射强迫(radiative forcing)方法得到的结果。可以看到,这两种方法得到的结论相互吻合,为IPCC得到上述结论提供了理论依据。

从本文以上的介绍中大家可以看到,哈塞尔曼1979年提出的“随机气候学模型”的核心思想根植于爱因斯坦于1905年起建立的布朗运动理论。他将慢变的“气候”变量与布朗粒子相对应,描述了“气候”变量在“天气”变量的影响下的演化行为。毫无疑问,哈塞尔曼的科学贡献本质上是理论物理在复杂系统领域的成功应用。正如哈塞尔曼传记中所说的^[34]:“虽然这一概念对于理论物理学家来说并不新奇,但确实改变了气候学界对于这一问题的想法。”

7 结束语

在2021年对哈塞尔曼获诺贝尔物理学奖工作的介绍中,诺贝尔奖委员会强调指出:哈塞尔曼创立了一种气候学模型,回答了为何可以可靠地长期预测气候变化的根本性问题。同时他也发

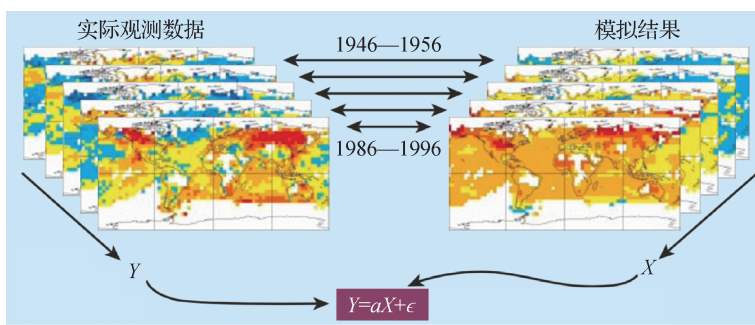


图6 使用广义多元回归方法对实际气候变化进行分析。通过将左侧实际观测的气候变化数据与右侧通过气候模型得到的模拟结果进行广义多元回归分析,得到使得两者拟合程度最佳时的响应系数

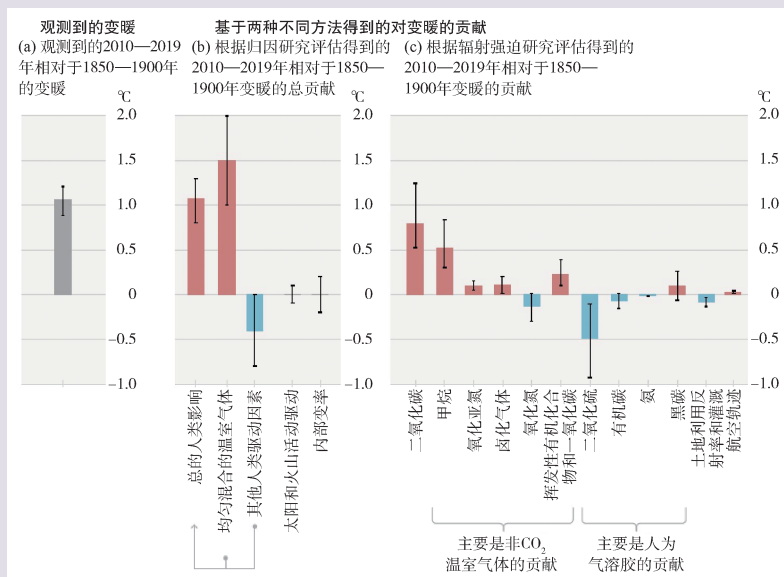


图7 气候变暖的观测数据及其与人类活动关系的分析。(b)为通过“最优指纹法”对气候变暖进行归因的结果。可以看到，人类活动对气候的影响显著大于自然内部活动以及其他外部因素(如火山爆发)带来的影响

展了一套有效的方法，来确认特定行为(如人类活动以及自然活动)对于气候变化的影响。

我们在哈塞尔曼的工作中可以清晰地看到，他是如何将理论物理中已有的科学思想和处理方法，有效地用来研究长时气候学及海洋学中的重要科学问题。哈塞尔曼在回忆自己早期对于海洋波的研究时提到^[34]：“在描述经典的波与波间相互作用的一系列文章中，我们引入了费曼图的方法……我那时在海洋学界建立的声誉其实是基于物理学界存在已久的结果，只是这些结果在那之前并不为海洋学界所知而已……这使我意识到我们太局限于自己的领域了。”我们可以认为，哈塞尔曼的工作方式其实正是笔者之一(孙昌璞)近十年来一直呼吁的应用理论物理研究及其综合交叉的科学内涵。

通过本文对于布朗运动理论发展的介绍可以看到，爱因斯坦于100年前建立的布朗运动理论，至今仍有深刻内涵，有待人们的进一步认识与探索，特别是在它的实际应用和基础科学方面。其中不均匀统计状态决定熵力的观念，赋予了牛顿第二定律以演生(emergence)的意义。这很有可能像超导导致对称自发破缺一样，对基础物理今天的发展意义也十分重大。值得提及的是，哈塞尔

曼近年来还不断地尝试把他关于表面波相互作用的研究思想应用于非常基础的粒子物理理论应用于非常基础的粒子物理理论研究^[40-43]，以建立场与基本粒子的统一确定性理论，实现爱因斯坦统一理论的梦想。虽然目前还没有看到这个理论成功的曙光，但他这种勇闯无人区的科学探险精神值得年轻一代学习。

本文作者之一(孙昌璞)曾经多次强调，当代理论物理学的研究必须面对非自然的人工系统(它自然包含人与自然纠缠在一起的、极为复杂的气候系统)，必须从对物质观测解释阶段转向自主调控的新阶段，变“自在之物”为“为我之物”，在具体的、实际的

应用中实现自身创新发展。就人与自然互相关联的复杂系统而言，有许多现象和效应在传统物理的理论框架下难以得到解释，这不仅对理论物理学本身提出挑战，而且为理论物理的引领作用提供更多极致发挥的场所，使得新思想、新理论创新迫在眉睫。2021年诺贝尔物理学奖颁发给作为复杂系统的气候问题研究，多少是在推动形成这样一种科学发展趋势，鼓励这样的物理学的思想倾向。

参考文献

- [1] Wang M C, Uhlenbeck G E. Rev. Mod. Phys., 1945, 17: 323
- [2] Einstein A. Ann. Physik, 1905, 17: 549
- [3] Parisi G, Wu Y S. Scientia Sinica, 1981, 24: 483
- [4] Hasselmann K. Reviews of Geophysics, 1966, 4(1): 1
- [5] Hasselmann K. Tellus, 1976, 28: 473
- [6] Frankignoul C, Hasselmann K. Tellus, 1977, 29: 289
- [7] Hasselmann K, Schieler M. In Eighth Symposium Naval Hydrodynamics, 1970, pp. 361—388
- [8] Hasselmann K, Hasselmann S. Journal of Geophysical Research Oceans, 1991, 96(10): 713
- [9] 罗勇. 物理, 2022, 51(1): 24
- [10] 陈晓松, 樊京芳. 物理, 2022, 51(1): 1
- [11] 胡永云. 科学通报, 2022, 67(6): 548
- [12] 樊京芳, 金瑜亮. 自然杂志, 2021, 43(6): 441
- [13] 孙昌璞. 物理学报, 2022, 71(1): 010101

- [14] 马克斯·玻恩. 我这一代的物理学. 北京: 商务印书馆, 2015
- [15] Verlinde E P. Journal of High Energy Physics, 2011, 2011: 29
- [16] Roos N. American Journal of Physics, 2014, 82: 1161
- [17] Taylor P L, Tabachnik J. European Journal of Physics, 2013, 34: 729
- [18] Perrin J. Ann. Chim. Phys., 1909, 18: 5
- [19] Ostwald W. Grundriss der allgemeinen Chemie. Leipzig W. Engelmann, 1909
- [20] Langevin P. Comptes Rendus Acad. Sci. (Paris), 1908, 146: 530
- [21] Fokker A D. Ann. Physik, 1914, 43: 810
- [22] Planck M. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1917: 324
- [23] Kolmogorov A. Mathem. Annalen, 1931, 104: 415
- [24] Dhont J K G. An Introduction to Dynamics of Colloids. Elsevier, 1996. p.183
- [25] Kramers H A. Physica, 1940, 7: 284
- [26] 孙昌璞. 大学物理, 1984, 3(5): 48
- [27] 刘寄星. 物理, 2004, 33(3): 8
- [28] 彭桓武. 物理学报, 1980, 29(8): 1084
- [29] Yu L H, Sun C P. Physical Review A, 1994, 48: 592
- [30] Sun C P, Yu L H. Physical Review A, 1995, 51: 1845
- [31] Phillips N A. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 1956, 82(352): 123
- [32] Saltzman B. A Survey of Statistical-Dynamical Models of the Terrestrial Climate. Elsevier, 1978
- [33] Hasselmann K. On the Signal-to-Noise Problem in Atmospheric Response Studies. In: Shaw D B Ed., Meteorology of Tropical Oceans. London: Roy Meteorol Soc., 1979. p.251
- [34] von Storch H. From Decoding Turbulence to Unveiling the Fingerprint of Climate Change. Springer Nature, 2022
- [35] Hasselmann K. Journal of Climate, 1993, 6(10): 1957
- [36] Hasselmann K. Climate Dynamics, 1997, 13(9): 601
- [37] Allen M R, Tett S F B. Climate Dynamics, 1999, 15(6): 419
- [38] Weaver A J, Zwiers F W. Nature, 2000, 407(6804): 571
- [39] IPCC. 2021 Summary for Policymakers. <https://www.ipcc.ch/srccl/chapter/summary-for-policymakers/>.
- [40] Hasselmann K. Physics Essays, 1996, 9: 311
- [41] Hasselmann K. Physics Essays, 1996, 9: 460
- [42] Hasselmann K. Physics Essays, 1997, 10: 64
- [43] Hasselmann K. Physics Essays, 1997, 10: 269



欧普特科技
GOLDEN WAY SCIENTIFIC

做中国专业的 光学元件与光学仪器系统集成商

TO BE A PROFESSIONAL **OPTICAL COMPONENTS** AND
OPTICAL INSTRUMENTS SYSTEM INTEGRATOR IN CHINA








地址: 北京市朝阳区酒仙桥东路1号M7栋东5层
E/5F M7, NO.1, JIUXIANQIAO EAST ROAD, CHAOYANG DISTRICT, BEIJING

电话: 010-8809 6218 / 8809 6099

邮箱: optics@goldway.com.cn

北京欧普特科技有限公司
Beijing Golden Way Scientific Co., Ltd.