核裂变——未尽的探索

裴俊琛[↑] 强 雨 乔春源 (北京大学物理学院 核物理与核技术国家重点实验室 北京 100871)

Nuclear fission——further exploration needed

PEI Jun-Chen[†] QIANG Yu QIAO Chun-Yuan

(State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology, School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

摘 要 核裂变的发现深刻地影响了人类社会。核裂变的研究还在不断深入,一方面核裂变有新的应用需求,另一方面核裂变是一个复杂的量子多体动力学过程。近年来, 核裂变理论和实验研究有很大进展,人们对核裂变几率、裂变产物和裂变机制都获得了新 的认识,这有助于澄清一些唯象模型的经验假设。此外,机器学习的应用为发掘利用不精 确不完整的核数据提供了可能。期待未来更精确更自洽的核裂变理论可以更好地支撑应用 创新。

关键词 核裂变,先进核能,裂变机制

Abstract The discovery of nuclear fission has profoundly impacted human society. There is still strong motivation for its study, not only because of its implications for new sought-after applications, but also because fission is a unique and complicated many-body quantum dynamical phenomenon. There has been significant theoretical and experimental progress in recent years, which has brought fresh knowledge to our understanding of the nuclear fission process. It is expected that a more accurate and consistent theory of nuclear fission in the future will shed new light on new applications.

Keywords nuclear fission, advanced nuclear energy, fission mechanism

1 引言

1939年2月, Meitner与Frisch首次揭示了铀 原子核像液滴一样发生了分裂^[1],并用fission这个 词来描述核裂变。更重要的是,他们基于玻尔的 液滴模型估算出一次核裂变会释放约200 MeV的 能量。实际上fission一词最早是指生物学中的细 胞分裂。核裂变释放的能量是如此之巨大,很快 就引起了科学家们的极大兴趣。1942年12月,费 米在芝加哥大学实现了可控的链式核裂变反应, 开启了和平利用原子能的时代。1945年7月,美 国成功爆炸了第一颗原子弹,深刻地改变了人类 历史。核裂变的发现是一个曲折的传奇故事,一 些大科学家曾与之失之交臂,它生动地展现了科 学认识积累到一定程度后灵光一现的思想突破。

核裂变的发现至今已经80多年,它深刻地影 响了人类社会。人们猜测地球内核就是一个巨大 的核裂变反应堆,一直保持着人类生存的温暖。 核裂变一方面会释放巨大的能量造福人类,另一 方面如果控制不好会带来灾难性的影响。这需要

2022-08-19收到

† email: peij@pku.edu.cn DOI: 10.7693/wl20221105 我们进一步研究核裂变,更精准地认识核裂变, 更好地利用核裂变。北京大学胡济民先生所著的 《核裂变物理》一书对核裂变研究进行了全面系统 的阐述^[2]。近年来,核裂变的理论和实验研究取 得了显著进展,产生了一些新的认识,这为核裂 变的应用带来了新的可能。

2 为什么我们还要研究核裂变?

由于地球上²³⁵U储量有限,发展先进的可持续、更安全、更清洁的核裂变能将越来越重要。 目前主流的核能是压水堆,其中裂变产生的中子 经过慢化后变成能量很低的热中子。第四代先进 核能(图1(a))的一个主流方向是快中子堆,快中子 堆无需中子慢化剂,可以更紧凑。快中子堆可以 通过增殖反应将²³⁸U变成易裂变的²³⁹Pu,将铀资 源的利用率从1%提升到60%。同时快中子堆大幅 度地减少了核废料的放射性寿命。相比于压水堆, 发展快中子堆需要更精确的、中子能量连续的核 裂变数据^[3]。而目前国际上主要核数据库的核裂 变产物的产额只有热中子、0.5 MeV 与14 MeV 三 个能量点的评价数据。更精确的核模型与核数据 也有助于设计更精密紧凑的专用核动力(船用、月 基、空间,图1(b))和更好的支撑国防研究^[4]。

除了利用核裂变释放的巨大能量以外,裂变 产物核的循环利用将是一个巨大的机遇。通过核 裂变产生的⁹⁹Mo可以获得⁹⁹Tc,⁹⁹Tc是用于核医 学诊断的重要同位素,已经有广泛成熟的应用(图 1(e))。英国科学家利用核废料长期放射性的特点, 通过钻石包裹制成了能够稳定供电两千多年的核 电池,创新性地实现了变废为宝。利用反应堆还 可以生产²³⁸Pu,已经将其制成同位素电池用于中 国的火星车和月球车,但是其生产还很昂贵(图1 (c))。反应堆内的核反应网络十分复杂,这也为实 现先进核能提供了新的可能。通过核裂变可以产 牛数百种同位素核,大部分裂变产物核是不稳定 的。通过加速核裂变碎片可以形成放射性束流, 国际上新一代放射性束流装置的主要科学目标是 研究极端条件下的奇特核物质,如美国的稀有同 位素束流装置(FRIB),中国的强流重离子加速器 装置(HIAF)等,这将极大地扩展核物理的研究范 围¹⁵。长寿命放射性核素在反应堆内会大量积累 起来,对反应堆设计、核废料处理、裂变产物循 环利用都十分关键。

核裂变对一些重要的基础问题,比如超重新 元素的合成^[6]、宇宙中元素的演化过程^[7]、反应堆 中微子^[8]的研究,也不可或缺。实验上熔合反应 合成的超重核处于高激发态,它的存活概率取决



图1 核裂变的新应用,包括先进核能(a)、空间核动力(b)、同位素电池(c)、天体环境下R-过程中的核裂变(d)、同位素药物(c)、超重元素的合成(f)^[6]、反应堆中微子的研究(g)等



于中子蒸发与裂变之间的竞争。实验上合成超重 核极其困难,往往一年才观测到1—2个事例,需 要可靠的理论指引(图1(f))。在双中子星并和与超 新星爆发的喷射物中,会发生R-过程快中子俘获 反应,从而产生重元素(图1(d))。地球上的铀、钚 都起源于天体环境下的R-过程,但是R-过程到了 极端丰中子超重核区由于裂变而终止,他们裂变 的产物又循环参与R-过程从而显著地影响最终宇 宙元素的丰度。此外,在核反应堆中裂变产物的 β衰变会产生大量的反中微子(图1(g)),对其能谱 的观测将揭示一个基本物理问题,即是否存在第 4种中微子——惰性中微子。这些新的应用和基 础研究都依赖更可靠的核裂变的几率与产物产额。

核裂变虽然是一个老问题,但是从微观角度 看,核裂变是一个极其复杂的非平衡非绝热的量 子多体动力学过程^[9],如图2所示。传统的唯象裂 变模型通过引入一些参数,对实验数据较多的核 区能较好地描述,但是无助于深刻理解核裂变以 及外推到实验很难达到的核区。原则上微观核裂 变理论可以自洽地描述多种裂变观测量,但是微 观模型离应用需求的精度还有一定的距离。近年 来,随着超级计算机的发展,科学家对核裂变机 制获得了一些新认识。发展能描述多种裂变观测 量,包括碎片产额、释放动能、释放γ光子数、 释放中子数、裂变几率与裂变截面等观测量的综 合可靠的微观裂变理论是一个重要科学目标,可 以更深刻地理解核裂变过程,并对很难精确测量 的核数据和空白核数据提供关键的补充。此外人 工智能与机器学习的应用可以帮助我们更好地模 拟核裂变和挖掘核数据。近年来实验上提供了前 所未有的精确的裂变观测量,为进一步验证、约 束和发展新的裂变理论提供了机遇。

3 核裂变几率

核裂变的寿命或者裂变几率是一个关键的观测量。重核的自发裂变是裂变位垒的量子隧穿过程,这是一个十分缓慢的过程。裂变位垒是指原子核结合能随着核形状拉长而变化的曲线或多维曲面。原子核的多维集体形状空间由于量子壳效应而呈现复杂的裂变位垒。当原子核处于高激发应而呈现复杂的裂变位垒。当原子核处于高激发态,量子效应(对关联、壳效应)逐渐消失,裂变几率可以由统计模型描述,裂变寿命为10⁻¹⁹—10⁻²¹ s。随着激发能增加,裂变寿命为10⁻¹⁹—10⁻²¹ s。随着激发能增加,裂变寿命先是下降很陡,到了高激发时变成缓慢下降,所以裂变的机制是能量相关的。

传统的玻尔---惠勒统计模型^[10],也叫过渡态 理论,在核裂变寿命的计算中有广泛的应用,但 依赖较多唯象参数。为了描述裂变位垒的能量相 关性, 唯象模型通常引入一个参数, 来描述壳修 正能随激发能增加而指数衰减的因子。而高激发 态的裂变位垒可以通过微观的有限温度的能量密 度泛函计算给出。微观计算可以自洽地考虑量子 效应随温度增加而逐渐消失的过程。德国重离子 研究中心(GSI)与日本的理化学研究所(RIKEN)通 过冷熔合合成了107至113号元素,俄罗斯的杜布 纳联合核子研究所(Dubna)通过热熔合合成了114 至118号元素⁶⁶。我们的微观计算结果表明¹¹¹,超 重复合核的裂变位垒随激发能增加而减小的因子 在不同核区十分不同。热熔合区比冷熔合区的裂 变位垒下降要慢,在高激发时仍有一定的位垒, 这是唯象模型所没有预料到的。相对于冷熔合所 呈现的趋势来说,通过热熔合生成超重元素有很 大的截面,这在当时是一个让人困惑和质疑的问 题。我们在2009年的理论工作对澄清和推动后续 热熔合实验做出了贡献^[11]。此外微观计算可以描 述位垒形状随能量的变化,热熔合区复合核在高 激发时的位谷曲率ω比一般重核的曲率要小4-5

倍^[12],而裂变几率正比于位谷曲率ω。总之基于 微观计算,热熔合超重复合核有显著的存活概率, 揭示了114—118号超重元素合成的关键因素。我 们理论预言合成119、120号新元素的存活概率与 118号相似^[13]。此外,我们通过微观计算的复合核 裂变位垒可以解释兰州近代物理所的丰质子重核 区的新核素实验^[14]。

基于微观计算的裂变位垒的能量相关性也可 以解释实验观测的裂变产物分布的能量相关性^[15]。 随着激发能增加,裂变模式从不对称裂变逐渐演 化到对称裂变。如铀、钚的第二个裂变位垒的高 度在引入反射不对称形变后可以降低2.5 MeV, 说明低激发时由不对称裂变主导,但是它们的差 别随着激发能增加而逐渐减少。

在热浴环境下,核裂变几率可以用虚自由能 法(ImF)来计算^[12]。该方法在化学反应中有广泛的 应用。我们推导了玻尔一惠勒模型与ImF方法之 间的联系,发现它们的主要区别是位垒与位谷的 能级密度参数的区别^[13]。当处于极高的温度*T*时, 量子壳效应消失,玻尔一惠勒模型的裂变几率与 虚自由能法只相差一个因子,即 $\Gamma_{f}^{\text{BW}} = \frac{T}{o} \Gamma_{f}^{\text{ImF}}$ 。 统计模型十分依赖位谷与位垒的能级密度。原子 核的能级密度与核的形状和激发能有关,微观计 算能级密度还是一个很大的挑战^[9]。随着复合核 激发能的增加,可能出现发射中子后的裂变。这 一定程度上反映了高温核物质有较大的耗散系数 和粘滞性,会延缓裂变动力学过程。通过测量裂 变前中子发射多重数可以推测出高激发核的耗散

4 核裂变产物

核裂变会形成很多不同碎片产物的组合,这 些裂变产物核的产额分布是非常重要的裂变观测 量。此外,裂变碎片会携带很大的动能,这是核 能释放的主要形式。裂变碎片处于激发态,会迅 速释放中子而冷却。不同裂变碎片释放的中子数、 携带的动能和角动量也不同。往往轻质量碎片释 放两个中子,而重碎片释放一个中子,这与我们 的预想不一样。裂变碎片会通过β衰变形成最终 的累积产额。裂变产物的产额与其他裂变后的观 测量是关联在一起的。

理论上描述裂变产物的产额分布主要基于 多维裂变位能面的形状演化,比如基于多维朗 之万方程求解可以合理地描述裂变碎片的质量分 布^[16, 17]。与花粉在水中的布朗运动相似,在朗之 万方程中,核裂变是原子核在集体形变空间的缓 慢演化,而核的单粒子运动作为随机背景在快速 的变化,这是一个经典的动力学方程,考虑了涨 落一耗散效应。此外基于微观裂变位垒的时间相 关的生成坐标法(TD-GCM)也能大致描述裂变产 物的分布^[18, 19]。TD-GCM主要是基于裂变位能势 的驱动,原则上微观计算多维位能面可以更合理 地描述裂变产额,但是计算量极大[20]。这些基于 静态的裂变位垒的形状演化本质上是绝热动力学, 不能自治考虑碎片激发。基于时间相关的密度泛 函(TD-DFT)可以描述裂变的非绝热非平衡的动力 学过程^[21, 22]。TD-DFT是基于微观的单粒子波函数 随时间的自洽演化,不需要计算裂变位能面。 TD-DFT能自洽计算多种裂变观测量的平均性质,







图4 (a)基于贝叶斯机器学习对²³⁵U的不完整裂变产额的评价^[26]; (b)对²³⁸U裂变碎片¹³⁵Xe的产额一能量关系的评价^[29]



图5 (a)沥青滴漏实验展示出有拉长脖子的液滴;(b)微观 TD-DFT计算给出的²⁴⁰Pu裂变的断点构型^[23]

但 TD-DFT 长期存在的一个问题是无法给出足够 展宽的分布,这是因为 TD-DFT 缺乏集体自由度 的涨落。为了解决这一问题,我们提出了裂变过 程中单粒子能级随机跃迁的图像^[23]。在 TD-DFT 中,单粒子运动与集体运动是交织在一起的,随 着有效温度增加,随机跃迁的效应增加,经过长 时间的演化累积而得到有展宽的分布。此前国际 上提出了随机平均场模型来描述产额分布^[24],是基 于很大的初始涨落,但是这与自发裂变矛盾。

唯象的Brosa模型^[25]从裂变产物的质量分布出发,认为存在两种不对称的裂变模式(图3(a)),并 认为不同的不对称裂变模式的起源是受到裂变 位垒的影响。Brosa模型还通过颈部随机断裂来 描述裂变观测量的展宽,脖子 越长分布越宽。Brosa模型可 以合理地解释裂变产额分布、 总动能分布、中子发射多重数 之间的关联,是物理直觉的很 大成功,但是一直缺乏微观理 论的支持。我们的结果揭示了 动力学涨落效应正是Brosa模 型中的S1、S2两种不对称裂变 模式的起源^[23]。如图3(b)所示, 随着涨落增加,长脖子S2裂

变道的成分在增加^[23],这与实验是一致的。这两种模式的裂变路径相似,不大可能是静态位垒的影响。

近年来人工智能与机器学习在很多学科中的 交叉应用获得了很大关注。实验上测量的裂变产 物的产额往往是不完整的,有误差或存在分歧。 特别是能量相关的裂变产额,在中子入射能量处 于2 MeV与14 MeV之间的数据比较稀少。在这 种背景下,我们提出基于贝叶斯机器学习来学习 补充缺失的裂变产额数据(图4(a)),展示了机器学 习的实际应用价值和优势^[26]。此外通过输入碎片 的电荷奇偶信息,以及在学习中引入负值惩罚等, 将物理信息和物理约束与机器学习进行了尝试结 合[27, 28]。最近我们提出通过数据融合来更好地评 价不完整、有分歧、有误差的核裂变产额^[29]。在 反应堆中,裂变产物¹³⁵Xe有很大的中子吸收截 面,是反应堆的"毒物",会显著降低反应堆运行 功率,其产额的评价很重要。图4(b)是我们基于 贝叶斯机器学习对¹³⁵Xe产额的评价。当一种裂变 数据在某些能区很稀少时, 它与别的数据在其他 能区的关联有助于这种数据的推断。数据融合可 以考虑潜在的、高维的、非局域的关联,可以给 出综合的误差传播,可以发掘出不精确的裂变数 据的最大价值,有望形成新的核数据评价方法。

5 核裂变机制

核裂变是一个极其复杂的非平衡非绝热的量 子多体动力学过程,裂变后碎片之间存在量子纠 缠。更深入地认识裂变机制有助于发展精确的裂 变理论。TD-DFT理论最适合研究核裂变的微观 机制。近年来,超级计算机的应用为微观裂变动 力学的发展提供了很好的机遇,使我们有可能澄 清或者更新一些唯象的裂变模型的经验图像。

在TD-DFT的基础上,对关联是最重要的剩 余相互作用,对裂变机制有重要影响。人们认识 到对关联相当于裂变的"润滑剂",可以加速裂变 过程^[9]。静态对关联也会导致裂变位垒的稍微降 低,这会显著减少自发裂变的寿命。当核的密度 缓慢变化时,动力学对关联有快速的涨落^[22]。当 对关联非常大时,核体系形成一个超流的集体态, 涨落效应被压制。在TD-DFT计算中,当对关联 弱时,可能出现三分裂核裂变,而对关联强时则 是二分裂^[21]。当对关联很弱时,裂变路径往往走 短脖子的S1裂变道,与实验不符^[23]。当复合核 处于高温激发时,对关联会很快衰减,涨落也更 迅速^[30]。

核物质的耗散系数或者粘滞系数到底有多大 呢? 在著名的沥青滴漏实验中,由于沥青有很大 的粘滞性,形成一个脖子拉伸很长的液滴,约10 年才滴出一滴,如图5(a)所示。我们认为核物质 的粘滞性比沥青小,但是比水大。通过把微观动 力学裂变路径映射到经典动力学方程,可以提取 出形状相关的耗散系数^[30]。这个计算需要提取出 动力学的裂变位势,相比于静态位垒,动力学的 裂变断点更远,碎片间的库仑能更小。这意味着 相比于非绝热裂变,绝热计算的总动能会显著偏 大,这也验证了非绝热裂变的合理性。我们的结 果表明,裂变过程中耗散系数也在发生变化,一 般在2×10²¹—4×10²¹ s^{-1 [30]},这有助于约束唯象模型 的耗散参数。耗散系数随着激发能增加而增加, 随对关联增加而减小。随着激发能增加,由于很 强的耗散,裂变动力学演化时间越来越长。这时 涨落效应成为裂变的主要驱动机制^[23],这与涨落 一耗散定理是一致的。很强的耗散和粘滞性将导 致一个拉长的裂变颈部构型(图5(b)),从而使库仑 能降低,导致裂变释放的总动能减少。由于能量 守恒,总动能减小,导致碎片的激发能增加,从 而发射更多中子。微观 TD-DFT 计算能合理地解释裂变机制的能量相关性^[23,30]。

裂变分裂成的两个碎片之间存在很强的动力 学纠缠,主导着碎片之间的能量分配、核子数分 配、角动量关联等。由于断裂的碎片很快飞开, 以至于部分的动力学纠缠还来不及塌缩。图6分 别展示了不同裂变碎片发射中子数的平均值随碎 片质量变化的分布^[31]、碎片中的中子与质子的平



图 6 (a)实验上观测的裂变碎片的平均发射中子数的分 布^[31]; (b)碎片中平均的中子/质子比^[33]; (c)碎片所携带的 平均角动量^[34]

均比值^[32, 33],以及不同碎片所携带的平均角动量 的分布[34]。碎片发射中子的几率主要由碎片的激 发能决定。TD-DFT 计算得到的轻碎片激发能大 于重碎片激发能, 且它们的差别随激发能增加而 减少[23]。实际上碎片发射中子的多重数分布是一 个N型的锯齿结构(图 6(a)),其能量分配机制还有 待微观理论的解释。裂变是颈部随机断裂还是量 子纠缠主导呢? 唯象 Brosa 模型认为是随机断裂 主导的。基于碎片之间的纠缠,两个碎片的核子 数分配和能量分配具有不确定性。微观计算通过 粒子数投影也能获得有展宽的分布[35]。近年来法 国实验组取得了很大的进展^[32-34]。实验上可以获 得所有碎片的产额分布^[32, 33],其中碎片的中子与 质子的比值也具有锯齿结构(图6(b)),但与中子多 重数的锯齿结构相反,这为进一步认识裂变断裂 机制提供了观测量。此外最近实验上获得了裂变 碎片的角动量分布(图 6(c)),这是一种新的观测 量^[34],引起了理论上很大的关注。美国一些理论 组很快对裂变碎片角动量分布提出了多个解释。 需要指出的是,美国在裂变理论模型方面有长期 积累的优势。裂变碎片角动量的获得是与断裂模 式(比如脖子的扭曲或弯曲断裂)有关呢,还是断 裂后获得的?碎片的角动量分布也有相似的锯齿 结构,可能主要由能量分配机制主导。原则上 TD-DFT 可以描述多种裂变观测量之间的关联, 但是还需额外考虑超越平均场的效应,最终形成 一个综合、自治、可靠的微观裂变理论。

6 总结与展望

核裂变是一团强关联的量子物质分裂成两块 的独特的量子动力学过程。核裂变的发现至今已 经有80多年,但是核裂变过程非常复杂,对它的 认识还有待进一步深入。裂变过程中既有单粒子 自由度,也有集体自由度、集团自由度,还有涨 落一耗散效应等交织在一起。裂变断裂前的脖子 构型对裂变后观测量有重要影响。裂变断点既有 随机性,也存在碎片之间的量子纠缠。断裂前体 系的裂变位垒、能级密度、耗散系数也具有能量 相关性,此外对关联对裂变机制有重要影响。我 们看到微观的TD-DFT可以成功地解释裂变机制, 有助于澄清或更新一些唯象的裂变模型的图像。 基于BBGKY框架^[24],进一步考虑更高阶的关联 动力学,可以更现实地描述裂变。随着计算能力 的增加,考虑高阶关联的裂变动力学将是一个重 要方向。目前微观核裂变理论基于有效核力,存 在一定的不确定性,包括裂变位垒的预言也存在 误差。从现实核力出发,发展从头计算(ab initio) 核结构是核物理的前沿方向。基于 ab initio 计算 重核裂变过程还很遥远,但是可以为发展更精确 的有效核力和有效哈密顿量提供指引。

无疑,核裂变的研究有很强的应用背景。为 了应对气候变化,先进核能的发展将受到更大的 重视。发展更精确可靠的核裂变理论,对升级核 能应用十分重要,对一些重大的基础研究也很关 键,比如超重元素合成、天体环境中的R-过程、 中微子研究等。核裂变的研究既是迷人的量子多 体问题,也有很强的交叉应用需求。随着超级计 算、机器学习、量子计算的应用以及实验装置的 发展,核裂变的基础研究迎来了新的机遇,将 为核裂变应用提供新的线索。近年来,美国、法 国等在核裂变基础研究方面取得系列进展,中国 在核裂变的基础研究方面还有很大的发展空间和 前景。

参考文献

- [1] Meitner L, Frisch O R. Nature(London), 1939, 143:239
- [2] 胡济民. 核裂变物理学. 北京:北京大学出版社, 2014
- [3] Kolos K, Sobes V, Vogt R et al. Phys. Rev. Research, 2022, 4: 021001
- [4] 核物理与等离子体物理一学科前沿及发展战略.北京:科学出版社,2017
- [5] http://hiaf.impcas.ac.cn/
- [6] 周善贵. 物理, 2014, 43(12): 817
- [7] Eichler M, Arcones A, Kelic A et al. Astrophys. J., 2015, 808:30
- [8] Mention G, Fechner M, Lasserre Th et al. Phys. Rev. D, 2011, 83: 073006
- [9] Bender M, Bernard R, Bertsch G et al. J. Phys. G, 2020, 47: 113002
- [10] Bohr N, Wheeler J A. Phys. Rev., 1939, 56:426
- [11] Pei J C, Nazarewicz W, Sheikh J A et al. Phys. Rev. Lett., 2009, 102:192501

- [12] Zhu Y, Pei J C. Phys. Rev. C, 2016, 94:024329
- [13] Qiao C Y, Pei J C. Phys. Rev. C, 2022, 106:014608
- [14] Ma L et al. Phys. Rev. C, 2022, 106:034316
- [15] Pei J C, Zhu Y. Nucl. Phys. Rev., 2017, 34(1):87
- [16] Liu L L, Wu X Z, Chen Y J et al. Phys. Rev. C, 2019, 99:044614
- [17] Randrup J, Moller P, Sierk A J. Phys. Rev. C, 2011, 84:034613
- [18] Regnier D, Dubray N, Schunck N et al. Phys. Rev. C, 2016, 93: 054611
- [19] Zhao J, Nikšić T, Vretenar D et al. Phys. Rev. C, 2019, 99: 014618
- [20] Lu B N, Zhao J, Zhao E G et al. Phys. Rev. C, 2014, 89:014323
- [21] Negele J W, Koonin S E, Möller P et al. Phys. Rev. C, 1978, 17: 1098
- [22] Bulgac A, Jin S, Roche K J et al. Phys. Rev. C, 2019, 100: 034615
- [23] Qiang Y, Pei J C, Stevenson P D. Phys. Rev. C, 2021, 103: L031304

- [24] Lacroix D, Ayik S. Eur. Phys. J. A, 2014, 50:95
- [25] Brosa U, Grossmann S, Müller A. Phys. Rep., 1990, 197:167
- [26] Wang Z A, Pei J C, Liu Y et al. Phys. Rev. Lett., 2019, 123: 122501
- [27] Qiao C Y, Pei J C, Wang Z A et al. Phys. Rev. C, 2021, 103: 034621
- [28] Wang Z A, Pei J C. Phys. Rev. C, 2021, 104:064608
- [29] Wang Z A, Pei J C, Chen Y J et al. Phys. Rev. C, 2022, 106: L021304
- [30] Qiang Y, Pei J C. Phys. Rev. C, 2021, 104:054604
- [31] Schmidt K H, Estienne M, Fallot M et al. EPJ Conf., 2021, 256: 00015
- [32] Martin J F et al. Phys. Rev. C, 2021, 104:044602
- [33] Ramos D et al. Phys. Rev. Lett., 2019, 123:092503
- [34] Wilson J N et al. Nature, 2021, 590: 566
- [35] Verriere M, Schunck N, Regnier D. Phys. Rev. C, 2021, 103: 054602

