

贝尔定理：一位实验学家的朴素观点

Alain Aspect¹ 著 陈徐宗^{2,†} 陈佐尧² 译 俞旭东¹ 校

(1 Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, Université Paris-Saclay, Palaiseau Cedex 91127, France)

(2 北京大学电子学院 北京 100871)

2022-11-24收到

† email: xuzongchen@pku.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20221203

译者的话

双光子纠缠实验，是自20世纪70年代开展以来，验证贝尔不等式、证明量子力学非局域性的主要实验。法国科学家阿兰·阿斯佩(Alain Aspect)在20世纪80年代做了第一个数据令人信服的实验，获得了2022年诺贝尔物理学奖。2000年底，阿兰·阿斯佩在维也纳举行的纪念约翰·贝尔的会议上做了演讲，非常详细地介绍了当年他设计实验的过程(arXiv:quant-ph/0402001)，其中有些内容是关于实验的思考，至今仍然非常有启发性，经原作者授权，特将此文翻译成中文，以飨广大国内读者。

文章的第一部分旨在解释什么是贝尔定理和贝尔不等式，接着快速回顾了1971年至1976年间进行的第一代贝尔不等式实验检验，详细地描述1976年至1982年在奥赛光学研究所进行的3个第二代实验，最后一部分概述了80年代后期发展起来的第三代实验。

1 引言

参加这次纪念约翰·贝尔的会议真让人感慨万千。我第一次见到他是1975年，是在读了他那篇著名论文几个月后。这篇论文给我留下了深刻的印象，以至于我立刻决定选这个迷人的问题作为我的博士论文。在那个时候的法国，这可能意味着将是很长期的工作。我真的想做一个如论文中建议的“粒子在飞行过程中状态改变”的实验；并且我说服了光学所一位年轻教授 Christian Imbert 支持我的项目并担任我的论文导师。他建议我先去日内瓦和约翰·贝尔讨论我的设想。我印象非常深刻，我们很快就约好了。我来到约翰在欧洲核子研究中心的办公室。当我在解释计划的实验时，他静静地听着。最后，当我结束后，他问我：“你有固定的职位吗？”在我给出肯定的回答之后，他开始谈论物理，肯定并鼓励我，明确表示他会把可变检偏器的实现看作是一个根本性的改进。除了他那著名的幽默感之外，他的回答让我想起当时对于研究量子力学基础问题的通常氛围：常常充满公开的敌意，在最好的情况下，它会引起一个讽刺的反应：“量子力学已经被最聪明的理论家和实验家的大量工作证明是正确的，

你怎么能希望在光学中，在一门19世纪的科学中，用如此简单的方案找到任何新的东西呢？”除了开始实验之外，我还必须发展一系列的论点，试图说服遇到的物理学家(其中一些人将给出他们对资助我项目的意见)。经历一些不太成功的复杂解释之后，我终于发现，用非常简单和直白的方式来解释我所理解的贝尔定理是最有效的。令我大吃一惊的是，即使是面对最具理论倾向的对话者，这个简单的陈述也非常令人信服。我很幸运能在约翰·贝尔面前展示它，他显然很欣赏这个陈述。因此，我现在要解释25年前我是如何理解贝尔定理的，希望能够传达我所受到的冲击，这种冲击是如此强烈，以致我花了8年的时间来研究这个问题。

我的演讲稿部分是根据一篇20年前作为会议记录发表的论文写成的，这篇论文现在已经不太容易找到。本文的第一部分旨在解释什么是贝尔定理和贝尔不等式，以及为什么我认为它如此重要。紧接着，我们快速回顾了1971年至1976年间进行的第一代贝尔不等式实验检验，这些检验是用纠缠光子对进行的。我很高兴这项先驱工作的大多数英雄人物都出席了这次会议。然后，我对1976年至1982年在奥赛光学研究所进行的3个第二代实验进行了更详细地描述，这些实验使用非

线性双光子激发原子产生的级联辐射，对使用一对纠缠光子的源进行了显著改进。最后一部分概述了80年代后期发展起来的第三代实验，也就是利用非线性参量下转换产生的纠缠光子对进行的实验：这些实验可以弥补第二代实验中仍然存在的大部分漏洞。我有意集中于光学实验，因为它们在目前是最有说服力和最接近思想实验的，但感兴趣的读者应该知道，在其他物理领域，确实存在其他系统，可能提供令人信服的实验。

在本演讲的第一部分(第2到6节)，我们将看到贝尔不等式提供了一个量化的标准，来检验补充参数理论(译者注：大部分文献中使用隐变量(hidden variables)，本文作者用了补充参数(supplementary parameters)，这两个名词是等价的。由于原文中都用 supplementary parameters，我们尊重原文，翻译成“补充参数”，特此说明。)与量子力学哪个更为“合理”。依照贝尔的做法，我将首先解释考虑补充参数理论的动机：这个论点是对著名的爱因斯坦、波多尔斯基、罗森(EPR)思想实验的分析。引入一个合理的局域化条件，我们将得到贝尔定理，它表述如下：

(i) 局域化的补充参数理论受贝尔不等式的约束；

(ii) 量子力学的某些预言违反了贝尔不等式，因此量子力学与局域补充参数理论是不相容的。

然后我们将指出，这种冲突的一个基本假设是局域性假设。我们将展示在一个更为复杂版本的EPR思想实验中(计时实验)，局域化条件可能被认为是爱因斯坦因果律的结果，即不允许相互作用超过光速。

第一部分的目的是让读者相信，导出贝尔不等式的形式理论是非常普遍和合理的。令人

惊讶的是，这种合理的形式理论居然与量子力学相冲突。事实上，出现冲突的情况非常罕见，而量子光学是可以对这种冲突进行最重要检验的领域(第7至11节)。

2 为什么选择补充参数？爱因斯坦—波多尔斯基—罗森—玻姆思想实验

2.1 实验方案

让我们考虑玻姆(Bohm)版本的EPR思想实验的光学变体。光源S发射一对不同频率的光子 ν_1 和 ν_2 ，沿着Oz反向传播。假设描述这对光子态矢量的偏振部分是：

$$|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|x, x\rangle + |y, y\rangle\}, \quad (1)$$

其中 $|x\rangle$ 和 $|y\rangle$ 是线偏振态。这种状态是非常值得注意的：它不能分解成与每个光子相关的两个状态的乘积，因此我们不能将任何一个光子写成良好定义的状态。特别是，我们不能给每个光子分配任何偏振。这种只能用全局考虑来描述多个对象组成的系统的状态，就是纠缠态。

我们用检偏器I和II对这两个光子进行线性偏振测量。在 a 方向的检偏器I后面跟着两个单光子探测器，给出与平行或垂直于 a 的偏振相对应的结果为+或-。在 b 方向的检偏器II的作用类似。

对于这些偏振测量，无论是单偏振的测量还是符合偏振测量，很容易得到量子力学的预测。首先考虑检测到光子 ν_1 的单独概率 $P_{\pm}(a)$ ，同样地，考虑检测到光子 ν_2 的单独概率 $P_{\pm}(b)$ 。量子力学预测：

$$\begin{aligned} P_+(a) &= P_-(a) = 1/2, \\ P_+(b) &= P_-(b) = 1/2, \end{aligned} \quad (\text{Q.M.}) \quad (2)$$

这些结果与我们不能给每个光子分配任何偏振的观点一致，因此每个单独的偏振测量给出一个随机的结果。

现在，让我们考虑在 a 和 b 方向上，偏振器I或II的通道+或-中，联合探测 ν_1 和 ν_2 的概率

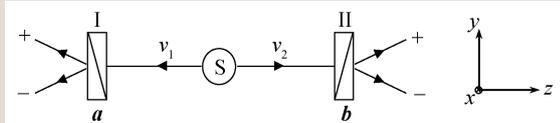


图1 光子版爱因斯坦—波多尔斯基—罗森—玻姆思想实验。在方程(1)状态 $|\Psi(1, 2)\rangle$ 下发射的两个光子 ν_1 和 ν_2 ，通过 a 和 b 方向的线性偏振器，可以在偏振器的输出通道中检测到单个光子或者两个光子联合的概率

$P_{\pm\pm}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ 。量子力学预测:

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}), \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sin^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}). \end{aligned} \quad (\text{Q.M.}) \quad (3)$$

我们将证明这些量子力学预测有深远的影响。

2.2 关联

首先考虑特殊情况 $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$ ，其中检偏器是平行的。量子力学预测联合探测的概率(3)式为

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = \frac{1}{2}, \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

根据这一结果，并考虑到(2)式，我们得出结论，当在检偏器I的+通道中发现光子 ν_1 时，在II的+通道中一定会发现 ν_2 光子(同样地对于-通道)。因此对于平行检偏器，在两个光子 ν_1 和 ν_2 上的偏振测量的单个随机结果之间存在完全关联。

一种测量随机量之间相关性的简便方法是计算相关系数。对于上述偏振测量，它等于

$$\begin{aligned} E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \\ &P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}). \end{aligned} \quad (5)$$

利用量子力学的预测(3)式，我们发现了一个相关系数

$$E_{\text{QM}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}), \quad (6)$$

在检偏器平行的特殊情况下 $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$ ，我们发现 $E_{\text{QM}}(0) = 1$ ：这证实了相关性是完全的。

综上所述，量子力学计算表明，尽管每一个单独的测量都给出随机结果，但这些随机结果是相互关联的，如等式(6)所示。对于检偏器相互平行(或垂直)的情况，这种相关性是完全的 $(|E_{\text{QM}}| = 1)$ 。

2.3 从量子力学的形式理论导出物理图像的难度

作为一个天真的物理学家，我想提出一个问题，就是如何找到一个简单的图像来理解这些强相关性。找到图像最自然的方法似乎是遵循量子力学计算得出(3)式。实际上，有几种计算方法。一个非常直接的方法是将态矢(1)投影到相关结果对应的本征态上。这立即给出了联合概率(3)式。

然而，由于这个计算依赖于描述两个光子全局的态矢量，所以我不知道如何在我们的普通空间中建立起物理图像。

为了克服这一问题，并分别识别实验两端发生的两个测量值，我们可以将联合测量分为两个步骤。例如，假设首先用检偏器I在 \mathbf{a} 方向对光子 ν_1 进行测量，并给出结果+，这一结果的概率为1/2。为了继续计算，我们必须使用态矢量的约化假设，也就是在这次测量之后，描述光子对的新的态矢量可以由原来态矢量向与结果+相关联的本征空间投影得到：这个二维本征空间有一组基 $\{|\mathbf{a}, x\rangle, |\mathbf{a}, y\rangle\}$ 。使用相应的投影算符，我们在进行了一些简单代数运算后发现：

$$|\Psi'(\nu_1, \nu_2)\rangle = |\mathbf{a}, \mathbf{a}\rangle, \quad (7)$$

这意味着，在第一次测量之后，光子 ν_1 立即变成偏振 $|\mathbf{a}\rangle$ ：这是显而易见的，因为它用检偏器沿 \mathbf{a} 方向测量的，并且已经在+通道测到结果。更令人惊讶的是，尚未与任何检偏器相互作用的远处的光子 ν_2 也被投射到该状态 $|\mathbf{a}\rangle$ ，具有明确的偏振，并与光子 ν_1 的偏振平行。

然而，这个令人惊讶的结论导向了正确的最终结果(3)式，因为马吕斯定律的直接应用表明，在光子 ν_2 上沿 \mathbf{b} 进行的后续测量将导致

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}). \quad (8)$$

因此，分两步计算得出的结果与直接计算的结果相同。但除此之外，它还两步测量提供了一个物理图像：

(i) 光子 ν_1 在测量之前没有一个明确的偏振，它在测量的那一刻，获得测得的那个偏振：这并不奇怪；

(ii) 当在 ν_1 上进行测量时，在该测量之前没有明确偏振的光子 ν_2 被投影到与 ν_1 光子平行的偏振状态。这是非常令人惊讶的，因为无论第一次测量时 ν_1 和 ν_2 之间的距离是多少， ν_2 描述的这种投影变化都是瞬间发生的。

这一图像似乎和相对论矛盾。根据爱因斯坦的理论，在时空中的一个区域发生了什么不能被相差类空间隔的另一个时空区域的事件所影响。因此试图找到一个更能令人接受的图像来理解

EPR关联是合理的，这正是我们现在考虑的图像。

2.4 补充参量(隐变量)

在经典世界中，相互作用的两个系统被分离到很远距离后仍存在关联是很常见的。例如，如果一个具有零线性(或角)动量的力学物体被某种内部斥力分成两部分，在自由演化的情况下，两部分的线性(或角)动量保持大小相等，方向相反。在一般情况下，每一部分都受到某些相互作用，但是两个动量始终保持关联，因为它们在任意时刻的值都由它们的初始值决定，而两者之和是完美确定的。

根据两个系统的共同特性，用这样一幅经典的图像来描述EPR关联是很有诱惑力的。在检偏器平行(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0的情况下，让我们再次考虑偏振测量的完美相关。当我们测到光子 ν_1 的偏振时，我们肯定也会测到光子 ν_2 的偏振。因此，我们不得不承认，有某些跟这个特定光子对有关的属性(爱因斯坦说“物理实在性的一个元素”)决定了最终结果为++。对于另一对光子，当 ν_1 的结果为-时，我们可以类似地运用这一共同属性，确定 ν_2 的结果为-。然后，只要我们让一半的光子对以++属性发射，另一半的光子对以--属性发射，就足以在这种配置中再现所有的测量结果。但是

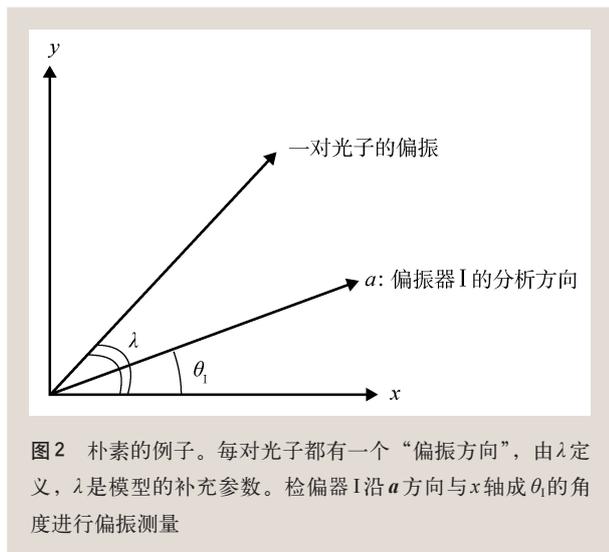


图2 朴素的例子。每对光子都有一个“偏振方向”，由 λ 定义， λ 是模型的补充参数。检偏器I沿 \mathbf{a} 方向与 x 轴成 θ_1 的角度进行偏振测量

要注意的是，量子力学的态矢量 $|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle$ 并没有考虑到一对不同于另一对的这种性质，其对于所有光子对都是相同的。这就是为什么我们可以与爱因斯坦一样得出结论，量子力学是不完备的。这也是这个额外的属性被称为“补充参数”，或者“隐变量”的原因¹⁾。

总结一下，似乎可以通过这样一幅经典的图像来“理解”EPR相关性，其中包含了对不同光子对给出不同结果的补充参数。对补充参数进行平均后，有望复现量子力学预测的统计结果。爱因斯坦的立场似乎也是如此。请注意，在推理的这个阶段，对这一立场的选用并不与量子力学相矛盾：完全接受量子力学的预测，并使用补充参数理论给出一个可接受的EPR关联图景，在逻辑上没有问题。这相当于把量子力学看作是更深层次理论的统计描述。

3 贝尔不等式

3.1 表达形式

在EPR论文发表30年后，贝尔将前面讨论的结果转化为数学，他明确地引入了补充参数，表示为 λ 。它们在被发射的光子对集合上的分布由概率分布 $\rho(\lambda)$ 指定，概率分布满足

$$\begin{aligned} \rho(\lambda) &\geq 0, \\ \int d\lambda \rho(\lambda) &= 1. \end{aligned} \quad (9)$$

对于由补充参数 λ 描述的给定粒子对，测量结果由两个双值函数给出：

$$\begin{aligned} A(\lambda, \mathbf{a}) &= \pm 1, \text{ 检偏器I在}\mathbf{a}\text{方向} \\ B(\lambda, \mathbf{b}) &= \pm 1, \text{ 检偏器II在}\mathbf{b}\text{方向} \end{aligned} \quad (10)$$

一个具体的补充参量理论就由函数 $\rho(\lambda)$ ， $A(\lambda, \mathbf{a})$ 和 $B(\lambda, \mathbf{b})$ 的确切形式完全地定义下来。然后就可以很容易地表示出各种实验结果的概率了。例如，我们使函数 $\frac{1}{2} [A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]$ 对于+结果取值+1，对于-结果取值0(与之类似 $\frac{1}{2} [1 - B(\lambda, \mathbf{b})]$ 对于-结果取值+1，对于+结果取

1) 爱因斯坦实际上没有谈到“隐藏变量”或“补充参数”，而是谈到“物理实在性的元素”。因此，许多作者提到“实在性理论”而不是“隐变量理论”，或“补充参量理论”。

值0), 我们可以写出:

$$P_+(\mathbf{a}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2},$$

$$P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1][1 - B(\lambda, \mathbf{b})]}{2}. \quad (11)$$

类似地, 关联函数就有简单的形式

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}). \quad (12)$$

3.2 补充参数理论的一个(朴素)例子

作为补充参数理论的一个例子, 我们提出了一个模型, 其中沿 Oz 行进的每个光子都具有确定的偏振, 用与 x 轴的夹角(λ_1 或 λ_2) 来刻画。为了实现强相关性, 我们假设同一对的两个光子以相同的线性偏振发射, 由同一个角度 λ 定义(图2)。

根据旋转不变的概率分布 $\rho(\lambda)$, 各光子对的偏振方向是随机分布的:

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{2\pi}. \quad (13)$$

为了完善我们的模型, 必须给出函数 $A(\lambda, \mathbf{a})$ 和 $B(\lambda, \mathbf{b})$ 的具体形式。我们采用如下形式:

$$A(\lambda, \mathbf{a}) = \text{sign} \left\{ \cos 2(\theta_I - \lambda) \right\},$$

$$B(\lambda, \mathbf{b}) = \text{sign} \left\{ \cos 2(\theta_{II} - \lambda) \right\}, \quad (14)$$

其中 θ_I 和 θ_{II} 表示检偏器的方向。注意, 这些形式是非常合理的: $A(\lambda, \mathbf{a})$ 假定当光子 v_1 的偏振和检偏器角度 \mathbf{a} 的夹角小于 $\pi/4$ 时值为 +1, 其余情况为 -1 (偏振接近垂直于 \mathbf{a})。利用这个显式模型, 我们可以使用方程(11)来计算各种测量的概率。例如, 我们发现独立测量概率:

$$P_+(\mathbf{a}) = P_-(\mathbf{a}) = P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = \frac{1}{2}, \quad (15)$$

与量子力学结果相同。该模型还允许我们计算联合概率, 或者说关联函数, 我们发现, 使用(12)式可得:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 1 - 4 \frac{|\theta_I - \theta_{II}|}{\pi} = 1 - 4 \frac{|(\mathbf{a}, \mathbf{b})|}{\pi}, \quad (16)$$

这里 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_I - \theta_{II} \leq \frac{\pi}{2}$ 。

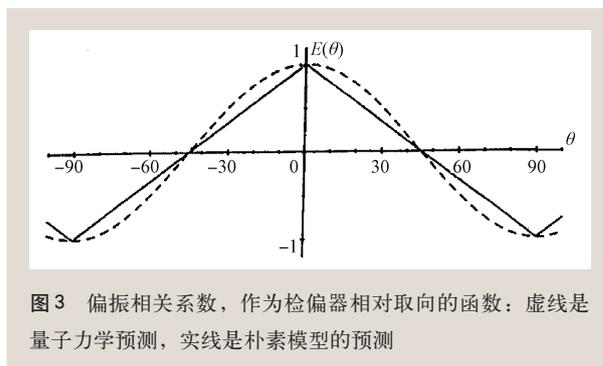


图3 偏振相关系数, 作为检偏器相对取向的函数: 虚线是量子力学预测, 实线是朴素模型的预测

这是一个引人注目的结果。首先注意 $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ 仅依赖于 (\mathbf{a}, \mathbf{b}) 之间相对角度, 这一点和量子力学的预测(6)式一致。此外, 如图3所示, 简单补充参数模型的预测与量子力学预测之间的差异总是很小的, 并且对于角度0和 $\frac{\pi}{2}$ (完全关联情况) 是完全一致的。用一个非常简单的补充参数模型得到的这个结果是非常令人鼓舞的, 并且可能期待一个更复杂的模型能够准确地再现量子力学的预测。下面我们要展示, 贝尔发现这样一个事实, 即寻找这样的模型是没有希望的。

3.3 贝尔不等式

贝尔不等式有许多不同的表现形式。我们在这里给出了一个非常简单的推导, 从而得到了一个直接适用于实验的形式²⁾。让我们考虑以下一个量:

$$s = A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}') + A(\lambda, \mathbf{a}') \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}') \cdot B(\lambda, \mathbf{b}')$$

$$= A(\lambda, \mathbf{a}) [B(\lambda, \mathbf{b}) - B(\lambda, \mathbf{b}')] + A(\lambda, \mathbf{a}') [B(\lambda, \mathbf{b}) + B(\lambda, \mathbf{b}')]. \quad (17)$$

记住4个 A 和 B 数只取 ± 1 , 可以简单地把(17)式第二个等式表示为

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \pm 2. \quad (18)$$

因此, s 对 λ 取平均, 结果在 +2 和 -2 之间

$$-2 \leq \int d\lambda \rho(\lambda) \cdot s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2. \quad (19)$$

根据(12)式, 我们可以重写这些不等式

$$-2 \leq S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2, \quad (20)$$

2) 分辨出两种不同的不等式很重要, 一种是和量子力学在数学上有矛盾, 但不可能用(必然)不完美的仪器进行实验测试, 另一种是允许实验测试的不等式, 前提是实验缺陷保持在一定范围内。

其中

$$S(a, a', b, b') = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b) + E(a', b') . \quad (21)$$

这就是 BCHSH 不等式, 即由 Clauser, Horne, Shimony, Holt 推广的贝尔不等式。它们取决于 4 个偏振关联系数的组合, 这 4 个系数分别和两个检偏器方向相关(a 和 a' 用于偏振片 I, b 和 b' 用于偏振片 II)。请注意, 它们适用于第 3.1 节(方程式(9)、(10)和(12))中定义的非常一般形式的任何补充参数理论, 我们的朴素模型只是其中的一个例子。

4 与量子力学的冲突

4.1 证据

我们可以用量子力学对 EPR 的预测(6)式来计算方程(21)式定义的量 $S(a, a', b, b')$ 。对于图 4(a)

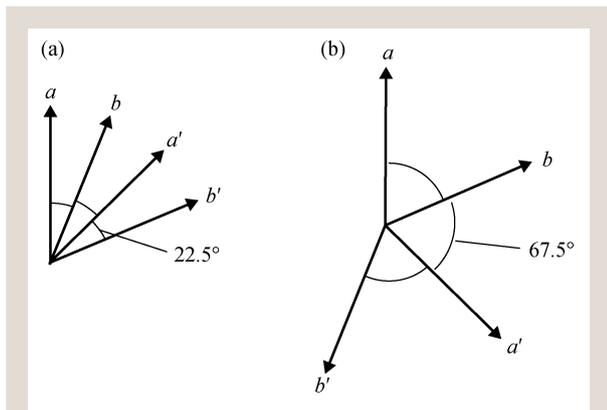


图4 贝尔不等式和量子力学之间产生最大冲突的方向

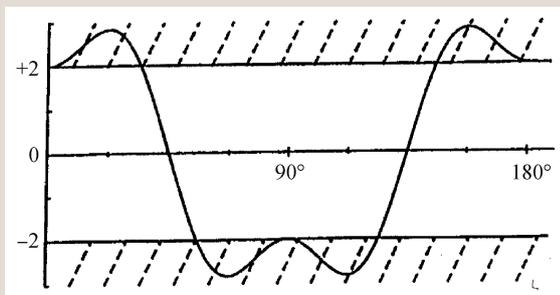


图5 量子力学预测的 EPR 对的结果 $S(\theta)$ 。与贝尔不等式的冲突发生在 $|S|$ 大于 2 处, 并且对于图 4 给出的取向, 得到最大值

所示的特定方向集, 结果是

$$S_{QM} = 2\sqrt{2} . \quad (22)$$

这种量子力学预测与贝尔不等式(20)式完全冲突, 后者适用于第 3.1 节中定义的一般形式的任何补充参数理论。

因此, 我们发现了一种情况, 使得量子力学预测不能被补充参数理论再现(模拟)。这就是贝尔定理的精髓: 不可能找到一个补充参数理论, 符合第 3.1 节定义的一般形式, 能够再现量子力学的所有预言。这是图 3 所示内容的概括, 对于第 3.2 节中考虑的特定补充参数模型: 该模型准确地再现了某些特定角度($0, \pi/4, \pi/2$)的量子力学预测, 但在其他角度上有所偏离。贝尔定理的重要意义在于它不局限于一个特定的补充参数模型, 而是具有普遍性。

4.2 最大冲突

通过量子力学预测寻找对贝尔不等式违反最大的位置是很有趣的。我们取 S 的量子力学值:

$$S_{QM}(a, b, a', b') = \cos(a, b) - \cos(a, b') + \cos(a', b) + \cos(a', b') . \quad (23)$$

它是三个独立变量(a, b), (b, a')和(a', b')的函数。请注意(a, b') = (a, b) + (b, a') + (a', b')。为了找到 S_{QM} 的极值, 我们让三个偏导数为零, 然后就可以发现

$$(a, b) = (b, a') = (a', b') = \theta , \quad (24)$$

并且

$$\sin\theta = \sin 3\theta . \quad (25)$$

在(24)式的条件下, 我们在图 5 中绘制出了函数 $S_{QM}(\theta)$ 。它表明 S_{QM} 的最大值和最小值是

$$\text{当 } \theta = \pm \frac{\pi}{8}, S_{QM} = 2\sqrt{2} , \quad (26)$$

$$\text{当 } \theta = \pm \frac{3\pi}{8}, S_{QM} = -2\sqrt{2} , \quad (27)$$

这些值是(25)式的解, 图 4 显示了相应的取向区域。它们最大限度地违反了贝尔不等式。

更普遍地说, 图 5 显示了存在一系列取向区域会导致了与贝尔不等式的偏差。然而, 也很明显, 也有许多区域是没有冲突的。

5 讨论：局域性条件

我们现在已经建立了贝尔定理：量子力学与第3.1节中定义的任何补充参数理论相冲突，因为它违背了任何此类理论的导出的一个结果(贝尔不等式)。显然，在这一阶段，寻找第3.1节中所介绍的形式理论背后的假设是有趣的。人们希望指出冲突的具体原因。因此，我们现在研究第3.1节中介绍的补充参数理论的各种假设。

第一个假设是补充参数的存在。正如我们所看到的，它们的引入是为了描述相互远离系统的关联性。这一假设与爱因斯坦关于世界的概念紧密相连，在这个概念中，分离粒子的分离物理实在性是有意义的。从爱因斯坦的思想观念中，甚至可以从物理实在性的一般性陈述中得出补充参数的存在。这种精神下的假设必将导致获得与量子力学相冲突的不等式。

第二个被考虑的假设是决定论。事实上，第3.1节的形式是决定论的：一旦 λ 固定，偏振测量的结果 $A(\lambda, \mathbf{a})$ 和 $B(\lambda, \mathbf{b})$ 是确定的。有人推测，这可能是与量子力学的不确定性形式相冲突的一个很好的理由。事实上，如贝尔首先指出的并且继续发展的，很容易将第3.1节的形式推广到随机补充参数理论，其中确定性测量函数 $A(\lambda, \mathbf{a})$ 和 $B(\lambda, \mathbf{b}')$ 被概率函数代替。然后，人们发现贝尔不等式仍然存在，冲突并没有消失。因此，人们普遍认为，补充参数理论的决定论特征不是冲突的原因。

而最重要的假设，也是贝尔在他的所有论文中都强调了的，也是第3.1节理论的重要特征：局域性条件。我们假设确定隐含了检偏器I处的测量结果 $A(\lambda, \mathbf{a})$ 不依赖于远处检偏器II的方向 \mathbf{b} ，反之亦然。类似地，我们还假设了概率分布 $\rho(\lambda)$ (即成对的发射方式)不依赖于方向 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 。这种局域性假设是至关重要的：如果没有它，贝尔不等式将不再成立。很明显，3.3节的论证对于 $A(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b})$ 或 $\rho(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b})$ 等变量不成立。

总之，有两个假设似乎是得到贝尔不等式所必需的，也因此导致了与量子力学相冲突：

·根据爱因斯坦关于分离物体具有分离物理实在性的思想，引入分离粒子所携带的补充参数，据此可以理解远距离的关联；

·变量 $A(\lambda)$ 、 $B(\lambda)$ 和 $\rho(\lambda)$ 服从局域性条件，即它们不依赖于远处偏振器的方向。

这就是为什么人们经常声称量子力学与局域实在性相冲突。

6 可变检偏器思想实验：局域性条件是爱因斯坦因果律的结果

在静态实验中，偏振器在整个运行期间保持固定，局域性条件只能看成是一个假设。虽然这个假设非常合理，但没有任何基本物理定律排除其他可能性。引用贝尔的话：“这些仪器的设置是事先充分准备好的，以便通过交换速度小于或等于光速的信号，使它们达到某种相互的协议。”在这种情况下，偏振器I处的测量结果 $A(\lambda)$ 可能取决于远程偏振器II的方向 \mathbf{b} ，反之亦然。此时局域化条件不再适用，贝尔不等式也不再适用。

因此，贝尔强调“玻姆和阿哈罗诺夫提出的那种实验的重要性，其中参数设置是在粒子飞行过程中改变的”。在这样一个时变实验中，局域性条件将成为爱因斯坦因果律的结果，任何比光更快的影响是禁止的。

正如我们1975年的方案所示，将偏振在两个特定设置(\mathbf{a} 和 \mathbf{a}' 代表I， \mathbf{b} 和 \mathbf{b}' 代表II)之间切换就足够了。然后就有可能在实验上检验一大类补充参数理论：也就是那些符合爱因斯坦因果律的。在这种理论中，允许偏振器I在时刻 t 的响应取决于偏振器II在时刻 $t-L/c$ 之前的方向 \mathbf{b} (或 \mathbf{b}')(L 是偏振器之间的距离)。概率分布 $\rho(\lambda)$ 考虑了类似的延迟依赖性，即在光源处发射光子对的方式。对于随机切换时间，在两边不关联的情况下，这些更一般的“可分离补充参数理论”的预测基于爱因斯坦的因果律而不是贝尔的局域化条件，受到广义贝尔不等式的约束。

另一方面，我们可以证明，量子力学预测的偏振关联仅依赖于测量时的取向 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} ，而不涉及

任何延迟项 L/c 。对于取向集 (a, a', b, b') 的适当选择——例如图4所示的集——量子力学预测仍然与广义贝尔不等式相冲突。

因此，在用时变偏振器进行的实验中，贝尔定理指出量子力学与服从爱因斯坦因果律的补充参数理论是不相容的。请注意，爱因斯坦的因果律已经在导出补充参数概念，或者说每个分离子系统的独立物理实在性的讨论中发挥了重要作用。因此不夸张地讲，在一个带有时变偏振片的方案中，贝尔定理在量子力学和爱因斯坦的思想世界描述之间找到了一个矛盾。当然爱因斯坦不知道贝尔定理，他可以逻辑地认为他的世界观与量子力学的所有数学预言是相容的。在贝尔定理揭示的矛盾面前，我们不知道他的反应会是什么。

7 从贝尔定理到现实实验

7.1 实验检验贝尔不等式

有了贝尔定理，关于量子力学完备性的争论发生了巨大的变化。这不再是一个哲学立场(现实主义与实证主义……)或个人品味的问题。通过实验解决这个问题成为可能。如果一个人能在EPR状态下产生成对的光子(或自旋为 $1/2$ 的粒子)，并用输出通道中的探测器在检偏器(或 Stern—Gerlach 滤波器)中测量4个符合率 $N_{\pm\pm}(a, b)$ ，可以得到对检偏器处于 a 和 b 方向的偏振关联系数：

$$E(a, b) = \frac{N_{++}(a, b) - N_{+-}(a, b) - N_{-+}(a, b) + N_{--}(a, b)}{N_{++}(a, b) + N_{+-}(a, b) + N_{-+}(a, b) + N_{--}(a, b)} \quad (28)$$

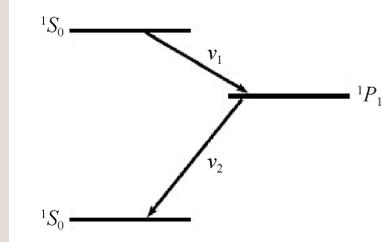


图6 级联辐射产生的偏振关联的光子对

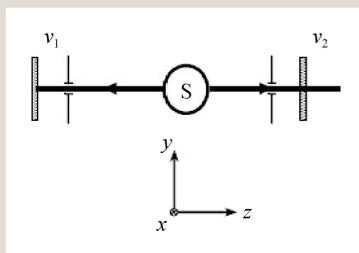


图7 理想的实验状态(无限小的立体角)

通过在 (a, b) , (a, b') , (a', b) 和 (a', b') 方向上进行4次这种类型的测量，获得等式(21)中定义的量 S 的测量值 $S_{\text{exp}}(a, a', b, b')$ 。选择量子力学预测的违反贝尔不等式(20)的情况，我们可以测试量子力学和任何局部补充参数理论哪个正确。此外，如果我们使用可变偏振片的方案，甚至可以测试更一般的可分离的(或相对论意义上的因果)补充参数理论。

7.2 敏感情况十分罕见

量子力学在如此多的实验中得到了支持，贝尔定理可能只是作为补充参数理论不可能存在的证明。然而，贝尔不等式所揭示的冲突出现的情况(敏感的情况)非常罕见，以致于在1965年，人们并没有认识到这些情况。为了更好地理解这一点，首先让我们注意到贝尔不等式与整个经典物理，即经典(相对论)力学和经典电动力学是相容的，它们可以嵌入到服从爱因斯坦因果律的补充参数形式理论中。例如，在经典力学中， λ 可以是粒子的初始位置和速度，从中可以推断出未来的演化。类似地，在经典电动力学中， λ 可以是光源中电荷的轨迹，从中可以推断出其产生的电磁场及其对测量仪器的作用。

此外，通常的量子力学描述的情况下并不经常与贝尔不等式发生的冲突。更准确地说，对于两个分离的子系统(可能在过去相互作用过)之间的关联性，与贝尔不等式冲突有两个必要条件：

- 两个分离的子系统必须处于纠缠态，不可分解，例如(1)式(或两个自旋为 $1/2$ 的粒子的单重态)；

- 对于每个子系统，必须能够在至少两个不对易可观测量中选择测量量(例如沿 a 和 a' 方向的偏振测量，它们既不平行也不垂直)。

即使在这种情况下，我们也看到，冲突只存在于精心选择的测量量(取向组合)。但是，如图5所示，有许多取向组合的量子力学预测没有违反贝尔不等式。

1965年人们意识到，没有实验证据表明贝尔不等式受到了破坏。由于这些不等式是从非常合理的假设中推导出的，人们可以考虑可能存在量子力学失效才能违反贝尔不等式的情况。因此，设计这个敏感实验是很有诱惑力的，即量子力学对实际情况的预测肯定违反了贝尔不等式的实验。那么实验结果将对量子力学和服从贝尔局域条件的补充参数理论做出明确判定。

7.3 EPR态中光子对的产生

正如CHSH理论所指出的，在合适的原子辐射级联中发射的光子对是敏感测试的良好候选。例如，考虑 $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ 的原子级联(图6)。假设我们使用波长滤波器和准直器，选择两个频率为 ν_1 和 ν_2 的平面波沿 z 轴在相反的方向上传播(图7)。

通过使用宇称和角动量守恒，很容易证明描述一对 (ν_1, ν_2) 的态矢的偏振部分可以被写成

$$\Psi(\nu_1, \nu_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[|R, R\rangle + |L, L\rangle], \quad (29)$$

其中 $|R\rangle$ 和 $|L\rangle$ 是圆偏振态。将 $|R\rangle$ 和 $|L\rangle$ 用线偏振基矢展开，我们得到了状态(1)

$$|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|x, x\rangle + |y, y\rangle\}.$$

有了这个纠缠的EPR态，我们可以设想一个敏感实验。

7.4 实际实验

真实的实验在几个方面与理想的实验不同。例如，光应该以 $2u$ 的有限角度被收集，这一角度应该尽可能大(图8)。在这种情况下，可以证明关联函数的对比度减小，因为(6)式被替换为

$$E_{\text{QM}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = F(u) \cdot \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}), \quad (30)$$

其中 $F(u) \leq 1$ 。图9显示了 $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ 级联的 $F(u)$ 。幸运的是，使用较大的角度不会有很坏的后果。对于 $u = 32^\circ$ (我们的实验)， $F(u)$ 为0.984。

所有实验的缺陷(偏振器缺陷，偶然的双折

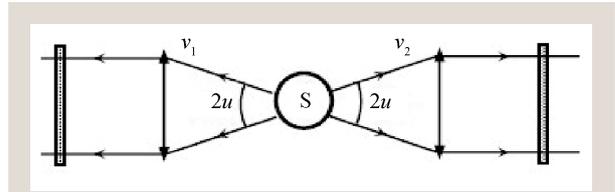


图8 实际配置，有限立体角

射等)同样会导致相关函数 $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ 的减小，从而函数 $S_{\text{MQ}}(\theta)$ (图5)被乘以小于1的因子，与贝尔不等式的冲突减少，甚至可能消失。因此，必须认真设计一个实际的

实验，并且必须评估每一个辅助因素。必须完全控制所有相关的参数，因为某些被遗忘的效应同样可能导致冲突的减少。例如，超精细结构显著降低了 $F(u)$ ，因此只能使用偶数同位素。

7.5 时变条件

正如我们在第6节中所看到的，如果实验满足要求，贝尔局域化条件可以被认为是爱因斯坦因果律的结果，这可以分为两种情况：

(i) 两个子系统上的远距离测量必须是类空间的分离(译者注：也就是两个测量事件互相在对方的光锥之外，从而避免不快于光速的相互作用影响)；

(ii) 在两个分离的子系统上测量的量的选择必须是随机的，并且必须是类空间的分离。

第二个条件显然更难实现。

8 第一代理想实验

1969年发表的CHSH理论显示了用某些原子级联中产生的关联光子进行现实精密实验的可能性。两个小组开始了一个实验，一个在伯克利，一个在哈佛。在他们出现相互矛盾的结果之后，第三个实验在德克萨斯州的卡城进行。这三个实

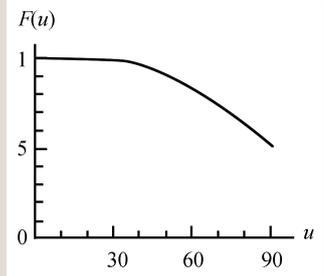


图9 级联辐射 $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ 由于有限的接收光角度导致的衰减系数 $F(u)$

验都采用了一种简化的实验方案,与理想方案有所不同,因为它涉及单通道检偏器。

8.1 单通道检偏器的实验

在这个简化的实验方案中,他们使用偏振片来传输平行于 a (或 b)偏振的光,但阻挡正交偏振光。与图1的方案相比,只能检测+结果,并且符合测量仅产生+通道之间的符合率 $N_{++}(a, b)$ 。为了恢复缺失的数据,他们去除一个或者两个偏振片进行辅助实验(去掉偏振片的取向通常表示为“ ∞ ”)。然后,我们可以写出测量的符合率 $N_{++}(a, b)$, $N_{++}(a, \infty)$ 和 $N_{++}(\infty, b)$ 与未测量的符合率之间的关系:

$$\begin{aligned} N_{++}(\infty, \infty) &= N_{++}(a, b) + N_{+-}(a, b) + \\ &N_{-+}(a, b) + N_{--}(a, b), \\ N_{++}(a, \infty) &= N_{++}(a, b) + N_{+-}(a, b), \\ N_{++}(\infty, b) &= N_{++}(a, b) + N_{-+}(a, b). \end{aligned} \quad (31)$$

通过代入偏振关联系数的表达式(28)和不等式(21),可以消去所有未测量的量,得到新的BCHSH不等式。不等式仅表示为测量符合率的函数(我们省略了上述表达式中的隐式下标+)

$$-1 \leq S' \leq 0, \quad (32)$$

其中

$$S' = \frac{N(a, b) - N(a, b') + N(a', b) + N(a', b') - N(a', \infty) - N(\infty, b)}{N(\infty, \infty)}. \quad (33)$$

对于图4所示的取向集,量子力学预测违反了贝尔不等式(32):

$$\begin{aligned} \text{当 } \theta = \pi/8, S_{\text{QM}}^{\text{Max}} &= \frac{\sqrt{2}-1}{2}, \\ \text{当 } \theta = 3\pi/8, S_{\text{QM}}^{\text{Min}} &= \frac{-\sqrt{2}-1}{2}. \end{aligned} \quad (34)$$

因此,也可以使用单通道偏振器进行敏感测试。

但是请注意,贝尔不等式(32)的推导需要一个补充假设。由于探测效率较低(因为收集角小和光电倍增管效率低),必须重新定义 $E(a, b)$ 表达式中涉及的概率,只需考虑移除偏振器情况下能探测到的光子。只有在对探测器进行合理假设的情况下,这个过程才是有效的。CHSH假设指出,假设一对光子从偏振器中出现,它们联合检测的

概率与检偏器的方向(或是否移除)无关。Clauser和Horne展示了另一种假设,导致了同样的不等式。

8.2 结果

在伯克利实验中, Clauser和Freedman建立了一个光子源,在那里钙原子被紫外辐射激发到高激发态。然后,原子会回到基态,在各种回到基态的路径中,它有可能发射出一对绿色和紫色的关联光子对($4p^2^1S_0 \rightarrow 4s4p^1P_1 \rightarrow 4s^2^1S_0$ 辐射级联)。由于信号微弱,并且出现了杂散级联,需要200多小时的测量才能得到显著的结果。结果与量子力学预言一致,并观察到违反相关的贝尔不等式(32)的现象(5个标准差)。

同时,在哈佛大学, Holt和Pipkin发现了一个与量子力学不一致的结果,并且与贝尔不等式一致。它们的光子源是以电子轰击汞(同位素200)激发 $9^1P_1 \rightarrow 7^3P_1 \rightarrow 6^3P_0$ 级联辐射为基础的。数据积累持续了150小时。Clauser随后又重复了一遍他们的实验,但使用的是汞(同位素202)。他发现了与量子力学的一致性,并显著违反了贝尔不等式。

1976年,在休斯顿, Fry和Thompson建立了一个改进很多的关联光子源,用汞200在 $7^3S_1 \rightarrow 6^3P_1 \rightarrow 6^3S_0$ 中级联。这是一个 $J=1 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ 级联,先验上不如 $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ 级联好,但它们可以通过使用连续单纵模可调谐激光器(当时相当罕见的设备)选择性地激发级联的上层。这个信号比以前的实验大几个数量级,使他们能够在80分钟内收集相关数据。他们的结果与量子力学非常一致,并且他们发现4个标准差违反了单通道偏振器实验的贝尔不等式(32)。

9 奥塞实验(1980—1982)

9.1 光子源

我们的项目开始时,目标是实施更复杂精细的实验方案,因此我们投入了大量的努力来开发

一种高效、稳定、可控的纠缠光子源。这是通过 Clauser 和 Freedman 已经使用的钙的 $4p^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1 \rightarrow 4s^2\ ^1S_0$ 级联的双光子选择性激发实现的(图 10)。这个级联能级结构非常适合于符合测量实验, 因为中间能级的寿命 τ_r 很短(5 ns)。如果可以达到约 $1/\tau_r$ 的激发率, 则可以达到与该级联符合测量的最佳信噪比。

我们用氦离子激光器($\lambda_k=406\text{ nm}$)和调谐到双光子共振的可调谐染料激光器($\lambda_D=581\text{ nm}$)获得了这个最佳速率。两台激光器都是单模运转的。他们被聚焦在钙原子束(激光束腰约 $50\ \mu\text{m}$)上。两个反馈回路保证了所需的光子源稳定性(几个小时内优于 0.5%): 第一回路控制可调谐激光器的波长, 以确保最大荧光信号; 第二回路控制激光器偏振之间的角度, 并补偿级联辐射速率的所有波动。在每台激光器输出几十毫瓦的情况下, 级联辐射速率约为 $N = 4 \times 10^7\ \text{s}^{-1}$ 。增加到超过此速率不会显著改善符合计数的信噪比, 因为偶然符合率将随 N^2 增加, 而真实符合率随 N 增加。在该级联辐射速率下, 检偏器平行时的符合率约为 $10^2\ \text{s}^{-1}$, 比最早的那些实验大几个数量级。然后, 在每次持续 100 s 的运行中, 可以达到 1% 的统计精度。

9.2 符合计数测量

荧光由两个大口径非球面透镜($u=32^\circ$, 如图 8 所示)收集, 然后在每一支路中通过一个干涉滤光片(分别在 551.3 nm 和 422.7 nm 处)、一个传输光学系统、一个偏振器和一个光电倍增管收集。光电倍增管为符合计数电子器件提供信号, 其中包括一个时间—振幅转换器和一个多通道分析仪, 产生双光子探测的延时谱(图 11)。由于存在偶然符合信号(不同原子发射的光子之间), 这个光谱首先显示出一个平坦的背景。真实的符合(同一原子发射的光子之间的重合)显示在零延迟处上升的峰值中, 并且随着时间常数 $\tau_r=5\text{ ns}$ (级联中间状态的寿命)呈指数衰减。因此, 测量的符合信号就是峰值的面积。

此外, 具有 19 ns 符合窗口的标准符合电路监测零延迟附近的符合率, 而延迟符合信道监测意

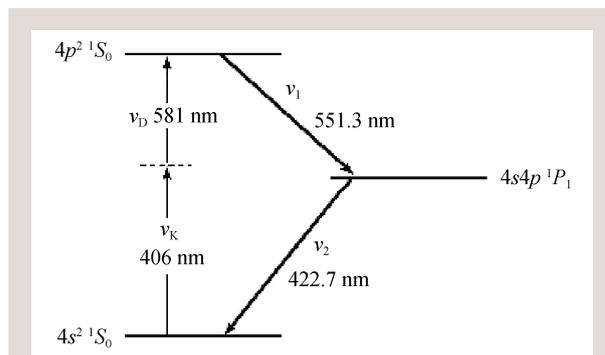


图 10 使用氦离子激光器和可调谐染料激光器对钙的 $4p^2\ ^1S_0$ 态进行双光子选择性激发。从这个状态, 原子自发辐射只能输出一对纠缠光子(v_1, v_2)

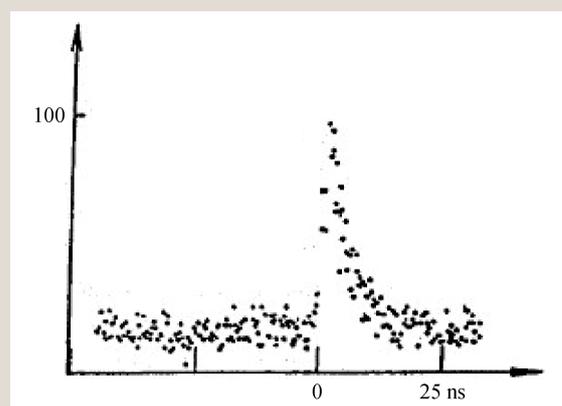


图 11 检测到的光子对数与两个光子被测量到的延迟时间之间的关系。平坦的背景对应于由不同原子发射的不相关光子之间的偶然符合, 并以级联速率的平方 N^2 为标度。该峰值的面积比例为 N , 与关联光子相对应, 并给出了待测量的符合计数率

外率。然后, 可以检查通过减法获得的真实符合率是否等于时间延迟谱峰值中的信号。

在第二次和第三次实验中, 我们使用了四重符合系统, 包括四重多通道分析仪和 4 个双符合电路。数据由计算机自动采集和处理。

9.3 单通道检偏器实验

我们的第一个实验使用单通道的板堆偏振器作为检偏器, 由十个光学级玻璃板以布儒斯特角制成, 确保了良好的旋转不变性。对于全偏振光, 最大和最小透射分别为 0.975 ± 0.005 和 0.030 ± 0.005 。由于我们的高效光子源, 我们能够在 100 s 的运行中获得出色的统计精度, 可以执

行各种统计检查, 以及物理检查, 例如对信号的旋转不变性的检查(对于所有这些测量, 光子源的长期稳定性在0.5%的水平上, 是至关重要的)。

我们用单通道偏振器对贝尔不等式(32)进行了直接检验。我们已经找到了 S' 的数量(方程式(33))

$$S'_{\text{exp}} = 0.126 \pm 0.04 . \quad (35)$$

违反不等式(32) 9个标准差, 并与我们考虑偏振器效率和透镜孔径角后的量子力学预测结果一致:

$$S'_{\text{QM}} = 0.118 \pm 0.005 . \quad (36)$$

理论值 S'_{QM} 的不确定度来自于偏振器效率测量的不确定度。实验数据和量子力学预测之间的一致性已经在 360° 全方位范围内进行了检验(图12)。

我们将偏振器移动到离光源6.5 m处后重复了这些测量。在这样的距离(与寿命 τ_r 相关的波包的4个相干长度)处, 检测事件之间是类空间的分离, 因此满足了第7.5节的第一时间条件。实验结果没有改变, 贝尔不等式也以同样的数量被破坏。

9.4 双通道偏振器实验

对于单通道检偏器, 偏振测量本身是不完整的。当发射了一对光子时, 如果其中一个光电倍增管没有计数, 则无法知道这个光子是被探测器漏过了, 或者是否被偏振片挡住了(只有后一种情况对应于测量结果)。这就是为什么必须采取辅助实验和间接推理使用补充假设, 以测试贝尔不等

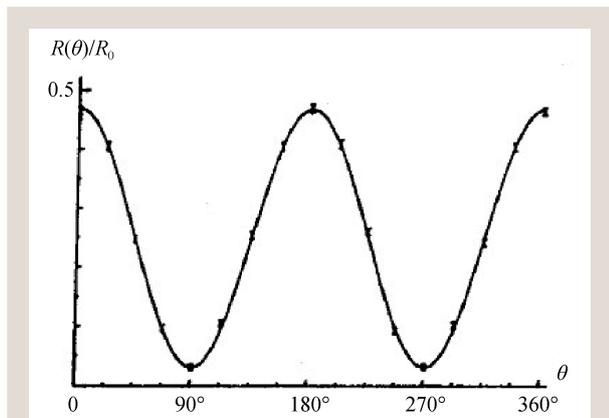


图12 单通道偏振器实验。归一化符合计数率作为相对偏振器取向的函数。指示误差为 ± 1 个标准偏差。实线不是对数据的拟合, 而是量子力学对实际实验的预测

式。使用双通道偏振器, 我们进行了一个实验, 更接近图1的理想方案。我们的偏振器是由包含通过某个偏振并反射其正交偏振的介电层的立方体组成(也就是PBS)。这种偏振分光器和两个相应的光电倍增管固定在可旋转的底座上。该装置(旋光计)产生线偏振测量的+和-结果。这是Stern—Gerlach滤波器的自旋 $1/2$ 粒子的光学对映。利用 a 和 b 方向的偏振仪I和II, 以及四重符合计数系统, 我们能够在一次运行中测量4个符合率 $N_{\pm\pm}(a, b)$, 并通过将数字插入等式(28)中直接获得偏振相关系数 $E(a, b)$ 。对于一组敏感的4个方向重复同样的测量就足够了, 理想的贝尔不等式(20)可以直接被检验。

与以往单通道偏振器的实验相比, 该实验方案更接近于图1的理想方案, 我们不需要对探测器进行强补充假设。然而, 每个通道的探测效率都远低于1, 首先是因为收集的立体角有限, 其次是因为光电倍增管的效率。一个隐藏变量理论的支持者可能会争辩说, 我们不确定当偏振测量仪的方向改变时, 测量所依据的样本是否保持不变。为了在逻辑上允许将我们的测量值与贝尔不等式进行比较, 还需要一个补充假设: 我们必须假设实际检测到的光子对集合与偏振测量仪的方向无关。这种假设在我们的对称方案中是非常合理的, 其中偏振器的两个正交输出通道以相同的方式处理(偏振测量仪的两个通道中检测效率相等)。此外, 我们还通过实验验证了4个符合率 $N_{\pm\pm}(a, b)$ 之和在取向改变时保持不变, 尽管每个符合率都是100%调制的。这表明所选光子对样本的大小是恒定的。当然, 这并不是假设有效性的证明, 但至少与之相符。注意, 可以使用一个更强的假设, 即“公平采样假设”, 其中假设检测到的光子对的集合是所有发射对的集合的公平样本。上述假设是公平抽样假设的逻辑结果, 这一假设更为有力。另一方面, 公平抽样假设是非常合理的, 并且易于表达。

实验已经在图4(a)的敏感偏振方向组合上完成, 这一角度下与贝尔不等式的冲突是最大的。我们发现:

$$S_{\text{exp}} = 2.697 \pm 0.015 , \quad (37)$$

违反不等式(21) ($|S| \leq 2$) 超过 40 个标准差! 请注意, 这一结果与考虑偏振器效率和透镜孔径后的量子力学预测非常一致:

$$S_{QM} = 2.70 \pm 0.05. \quad (38)$$

S_{QM} 的不确定度来自于偏振器两个通道的轻微对称性不足 ($\pm 1\%$)。我们已计算出这些不均匀的影响, 它们不能产生大于 2% 的变化。

我们还测量了不同方向的偏振关联系数 $E(a, b)$, 以便与量子力学的预测进行直接比较 (图 13)。这个符合得很好。

这些度量可以用不同的方式表示, 以强调与贝尔不等式检验的相关性。在图 14 中, 我们展示了第 4.2 节中定义的测量值 $S(\theta)$ 。违反贝尔不等式的情况在 22.5° (相当于结果(37)式) 和 67.5° 左右是明显的, 但正如已经强调的那样, 我们也看到许多情况下与贝尔不等式没有冲突。

9.5 时变实验

正如第 6 节和第 7.5 节所强调的, 对贝尔不等式的理想检验将涉及在任意时间切换每个检偏器的方向的可能性, 因为局域化条件将成为爱因斯坦因果律的结果。通过使用图 15 所示的修改方案, 我们朝着这样一个理想的实验迈出了一步。

在该方案中, 每个(单通道)检偏器被一个包括开关器件的设置所代替, 随后是两个不同方向的检偏器: a 和 a' 在 I 侧, b 和 b' 在 II 侧。光开关 C_1 能够快速地将入射光定向到方向 a 中的偏振器或方向 a' 中的偏振器。因此, 该装置相当于在两个方向 a 和 a' 之间切换的可变偏振片。另一侧实现了类似的设置, 相当于在两个方向 b 和 b' 之间切换的偏振片。在我们的实验中, 两个开关之间的距离 L 为 13 m, L/c 的值为 43 ns。

光开关基于光与超声波驻波的声光相互作用, 由我们自制的设备实现。通过调整入射角(布拉格角)和声功率, 可以实现在 0 阶和 1 阶衍射之间完全切换。开关函数为 $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cos\Omega_a t\right)$, 声频 $\Omega_a/2\pi$ 为 25 MHz。等效可变检偏器的取向在 6.7 ns 和 13.3 ns 不等间隔后发生变化。由于这些间隔以及

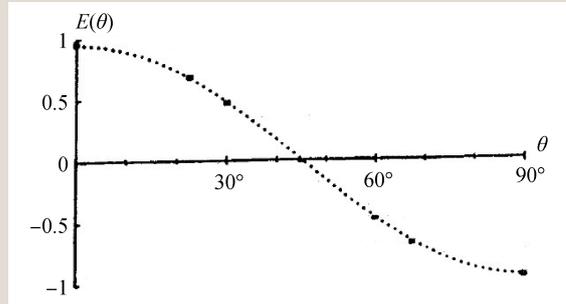


图 13 双通道偏振器实验。偏振关联作为检偏器相对角度的函数。指示误差为 ± 2 个标准差。虚线并不是数据拟合, 而是量子力学对实际实验的预测。对于理想的实验, 曲线两端将精确地达到 ± 1

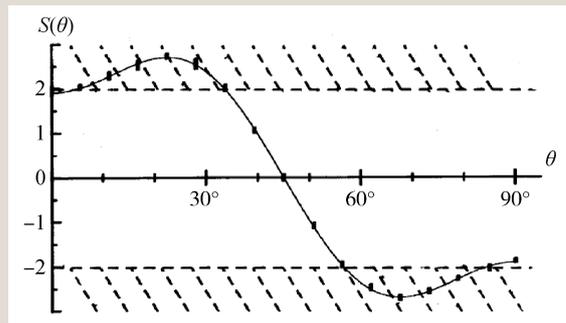


图 14 双通道偏振器实验。数量 $S(\theta)$, 由贝尔不等式检验 ($-2 \leq S \leq +2$) 作为检偏器的相对角度的函数。所示误差为 ± 2 个标准差。实线并不是数据的拟合, 是量子力学对实际实验的预测。对于理想的实验, 曲线将精确地达到极值 ± 2.828

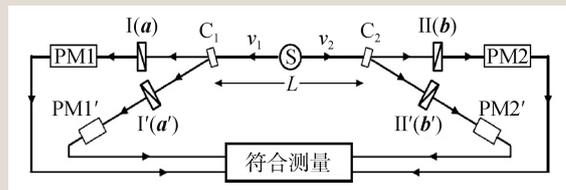


图 15 光开关(C_1 和 C_2) 的定时实验。在方向 a 和 a' 上的两个偏振器所跟随的开关 C_1 相当于在方向 a 与 a' 之间切换的单个偏振器。切换大约每 10 ns 发生一次。在第二侧实现了独立驱动的设置。在我们的实验中, 开关之间的距离 L 足够大 (13 m), 使得信号在开关之间以光速传播的时间 (43 ns) 明显大于两个开关之间的延迟 (约 10 ns) 和两个光子之间的发射延迟 (平均 5 ns)

一对光子的两个发射之间的延迟 (平均值 $\tau_e = 5$ ns) 与 L/c (43 ns) 相比很小, 一侧的探测事件和另一侧相应的取向变化被一个类空间隔隔开。第一个时间条件得到满足。第二个时间条件几乎满足了, 除了开关不是真正随机的, 而是准周期的 (我们在下面讨论这一点)。

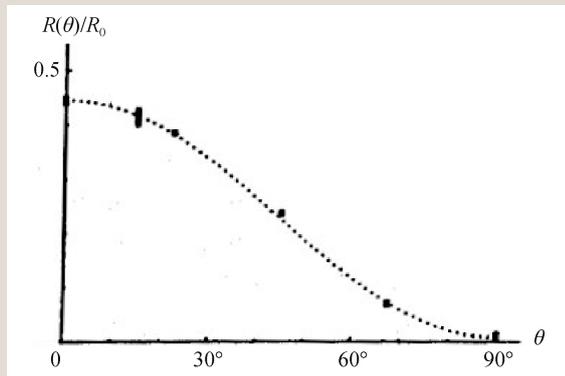


图16 时变实验：作为偏振器相对取向函数的平均归一化符合率。所示误差为 ± 1 标准偏差。虚线并不是数据的数据拟合，而是量子力学对实际实验的预测

这个实验在其他方面远达不到理想。首先，为了使光子束与开关的孔径相匹配，我们必须将它们尺寸减小3倍，从而使符合率降低一个数量级。因此，为了获得显著的统计精度，数据积累的时间比以往的实验要长得多，我们不得不对漂变的问题。然后有必要把各种测量的量平均出来。其次，对于非无限小的光束，由于入射角并不对所有光线都是布拉格角，开关的换向是不完全的。在实验中，每个通道的光强度最小为20%，因此并非所有的光子都被强制转换。第三，在这个实验中，我们使用了单通道偏振器，这使得我们可以使用与第9.4节静态实验相同的四重符合系统。

我们对贝尔不等式的测试涉及到在图4(a)的方向上4个偏振片累计8000 s的数据。总共16000 s用于去掉一半或全部偏振片的辅助测量。为了补偿系统漂变的影响，每400 s在不同的配置之间交替进行数据积累，并取平均值。我们终于得到了

$$S'_{\text{exp}} = 0.101 \pm 0.020 . \quad (39)$$

违反贝尔不等式(32)的上限5个标准差，与量子力学预测一致

$$S'_{\text{QM}} = 0.113 \pm 0.005 . \quad (40)$$

为了在不同角度与量子力学进行比较，我们对符合率进行了其他测量。如图16所示，结果与量子力学的预测非常吻合。

根据这些结果，遵循爱因斯坦因果律的补充参数理论似乎是站不住脚的。然而，如前所述，

我们的实验并不理想，从几个角度来看，有几个漏洞留下了一个隐藏变量理论的严格倡导者。首先，因为我们使用了单通道偏振片，所以只有当人们接受一个强有力的“公平采样”假设时，这个实验才是有意义的。更具体地说，这个实验的时间方面，一个隐藏变量理论的倡导者可能会争辩说，转换是不完整的，只有进行强制转换的光子对必须服从贝尔不等式。但由于这些光子对代表了总数的很大一部分，很难相信我们不会观察到我们的结果和量子力学预测之间的显著差异。

要讨论的最重要的一点是，开关并不是真正随机的，因为声光器件是由周期发生器驱动的。但请注意，两侧的两台信号发生器以完全不相关的方式工作，因为它们由不同频率(23.1 MHz和24.2 MHz)的不同射频信号发生器操作，且频率漂变不相关。此外，一对光子(常数 $\tau_r=5$ ns的指数衰减分布，如图11所示)的两个光子之间的随机延迟提供了另一个随机特征，其分布间隔大于两次连续开关切换之间的时间间隔。

总之，直到1998年，这项实验是唯一一项涉及强制快速改变检偏器设置的实验，它有很多的不完善之处，从而为实现爱因斯坦因果律的临时补充参数模型留下了可能性。然而，我们尝试过的一些模型被我们的实验结果所排除，这不仅牵涉到 S' 的测量值(39)式，而且涉及到时间延迟谱在指数衰减上没有任何意外的观测量，时间延迟谱的面积与量子力学预测很好地一致，如图15所示。我们认为，任何一个试图建立与实验观测相符的模型的局域隐变量理论的倡导者都应该考虑到这些数据。

10 第三代实验：用参量下转换产生的光子对进行实验

正如我们已经注意到的那样，在我们的实验中使用的钙原子级联辐射已被激发到最佳速率，超过该速率，信噪比没有太大的增益。由于中间阶段的寿命很短(5 ns)，因此非常有利于符合计数，基于原子辐射级联的光源已经没有太多的改

进空间。

在80年代末，两个研究小组同时开发了新的关联光子对光源。在这些光源中，一对红色光子由紫外光子的参量下转换产生。由于用于此过程的非线性晶体中的相位匹配条件，光子对中两个光子的发射方向之间存在强烈的关联性，因此，通过在共轭位置放置两个光阑进行空间上的筛选，原则上可以确保获得一个光子对中的两个光子。这与原子辐射级联形成了对比，原子辐射级联产生的光子在方向上仅有弱关联：因为每个光子都以大大低于 4π 的立体角 Ω 被收集，一旦检测到第一个光子，获得一对光子中的第二个光子的概率为 $\Omega/4\pi$ ，这使得检测到的光子对样本比所选的光子对样本小于这个比例。光子在方向上相互关联的新方案使人们能够消除这种衰减因子，无论是在实际应用还是基础研究上，这都具有深远的影响。在实际方面，相比类似的级联速率，它允许获得更大的符合率：在最有利的情况下，符合率可比我们最好的实验中的符合率大一个数量级以上(第9节)。此外，使用窄光子束(具有小的菲涅耳数)可以获得更大的符合率。这样的光束可以很容易与小的光学元件匹配，甚至是光纤，这引来了许多新的可能性。

这些新的光源可以产生类似于(1)式状态下的偏振关联光子对。但它们也可以是除偏振以外的关于其他可观测量的纠缠光子对，它们也表现出EPR类型的关联。一个有趣的案例考虑了在两个“不同的时间”发射的光子对。这里，关联的可观测量是这对光子中两个光子的发射时间，其共轭量是能量(波长)。相应的实验已经有人完成。请注意，这种实验中偏振不是相关可观察量，这种方案对于光纤实验特别有意义，因为光纤中的偏振控制可能是一个关键问题。另一个有趣的方案考虑以发射方向为可观测量：纠缠对中的每个光子都涉及两个不同的发射方向，与第二个光子的两个发射方向密切相关。这种类型的实验也已经

进行了。

正如Horne等人在“Two-Particle Interferometry”一文中所强调的，所有这些新方案都可以嵌入“双粒子干涉”的一般框架中：实际上，联合测量概率是两个振幅(每个振幅都涉及两个光子)之和的平方，相对相位可以通过实验控制。尽管Horne等人没有指出，但最初的EPRB方案是这种情况的一个非常明显的例子。例如，对于第2节的偏振纠缠态，状态 $|1\rangle$ 也可以被重写(见方程(29))成为状态 $|L,L\rangle$ 和状态 $|R,R\rangle$ 的叠加，其中两个光子状态 $|L,L\rangle$ 都具有左手螺旋性，而状态 $|R,R\rangle$ 都具有右手螺旋性。对于这两种状态中的每一种，在线性检偏器后面的任何一对输出通道中检测到的振幅值为 $1/\sqrt{2}$ 倍于取决于偏振器取向的相位因子(图1)。因此，与 $|L,L\rangle$ 和 $|R,R\rangle$ 相关的振幅的相加导致了一个干涉项，当方向改变时，该干涉项导致联合概率(3)式的正弦变化。

这些新的光源和方案引来了贝尔不等式的一系列测试，这些测试都证实了量子力学的正确性。在“公平抽样假设”成立的假设下，已经发现明确违反贝尔不等式的情况。其中，值得指出的是，对贝尔不等式的违反仅在几分钟内就达到了100个标准差。还要注意一个实验，Tapster等人在4 km长光纤制成的仪器的另一端观察到明显违反了贝尔不等式。最近，在商业光纤中传播了几十公里后的光子对也被观测到EPR关联性。

这些第三代实验将导向一个最终的实验，在这个实验中不会留下任何漏洞。首先，当量子效率接近于1的光子探测器可用时，发射方向之间

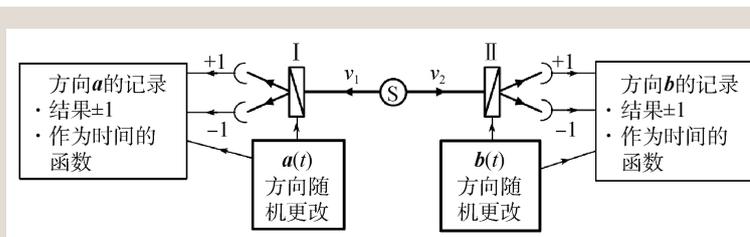


图17 理想时变实验。当光子在源和偏振器之间传播期间，每个偏振器被随机重新定向。在每一侧，记录偏振器的方向以及作为时间函数的偏振测量结果。当一次运行完成时，来自两侧的两个数据集被汇集在一起，可以根据测量时的相对方位来确定相关值

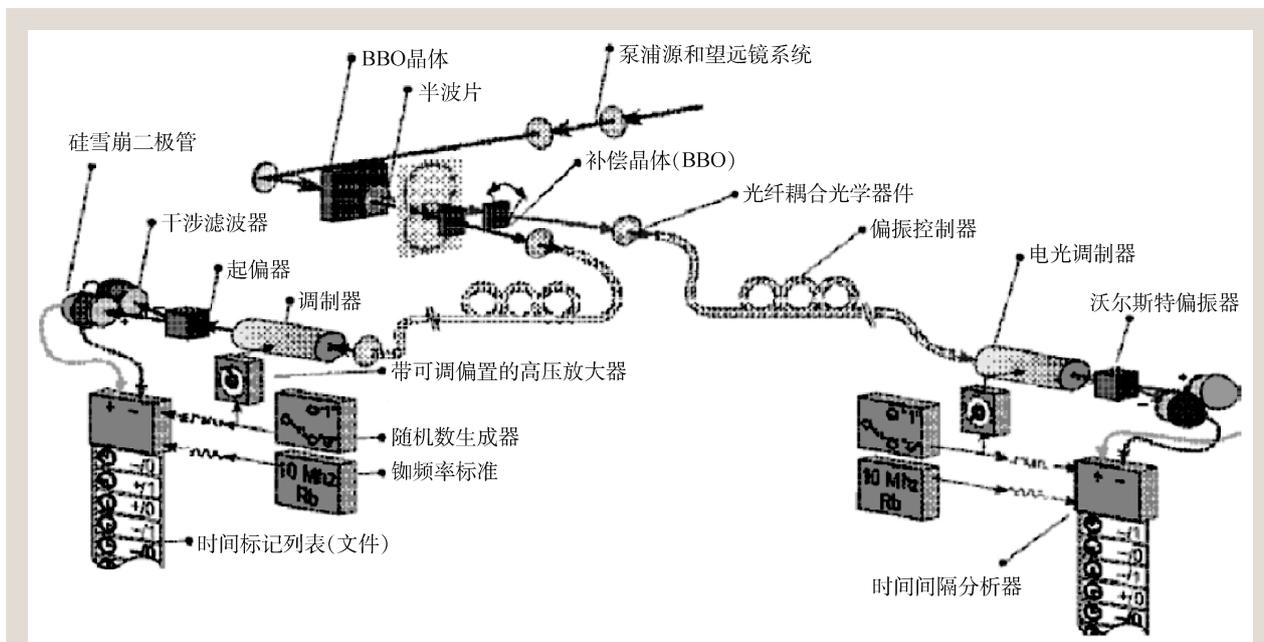


图18 Weihs 等人的时变实验。该实验与图17的理想方案非常接近，因为实验的两端完全独立。只有在运行完成后，才会比较来自两侧的数据，以便提取相关系数。还要注意，在光子从源传播到偏振器期间，偏振器的取向是随机改变的

的完美关联提供了关闭与低探测效率相关的漏洞的可能性。

第二类根本上的改进与“时变实验”有关(第7.5节和第9.5节)。理想情况下，人们需要能够在随机时间独立重新定向的偏振器，其重新定向自相关时间比偏振器之间的空间间隔 L/c 短。我们的第三个实验(第9.5节)是在这个方向上的第一次尝试，但是受到携带相关光子光束尺寸较宽的限制：这阻止了我们使用适合于随机切换偏振的小尺寸电光器件。使用光纤的新方案使得使用小型集成电光器件成为可能。此外，使用光纤，探测器可以相距数公里。在这样的间隔(几微秒)时，时间条件变得不那么严格，在这个时间尺度上，偏振器的真正随机主动操作成为可能。Anton Zeilinger小组已经完成了这种类型的实验。从时间条件的角度来看，可以说这个实验符合理想实验的所有标准。

11 结论

我们现在有大量灵敏的实验能明显违反贝尔不等式了。此外，这些结果与考虑到真实实验的所有已知特征的量子力学预测非常吻合。剩下的

每一个漏洞都已被单独关闭，尽管更理想的实验仍然是受欢迎的，但讨论拒绝遵循爱因斯坦因果律的补充参数理论的后果是合理的。

可以得出的结论是，量子力学中有一些非局域性，贝尔在“Atomic cascade photons and quantum-mechanical nonlocality”一文中提到的实验证明了这种非局域性。然而，非常重要的是要注意，这种非局域性质具有非常微妙的性质，特别是它不能用于比光更快的通信。事实上很简单，在试图使用EPR关联性发送消息的方案中，需要通过正常信道发送辅助信息(关于偏振器的方向)，这当然不会违反因果律。这类似于隐形传态方案，其中量子态可以通过非局域过程进行隐形传态，前提是量子态也可以通过经典信道传输经典信息。事实上，通过对这些方案的仔细分析，对于非局域性的确切性质，肯定有很多需要理解的地方。

当意识到这种量子非局域性不允许人们发送任何有用的信息时，人们可能会得出这样的结论：事实上没有真正的问题，所有这些讨论和实验都是毫无意义的。在匆忙得出这一结论之前，我建议考虑使用图17的方案进行一个理想的实验。在图1实验的每一侧，使用可变检偏器进行，有一

个监控系统，该系统记录通道 + 或 - 中的检测事件及其准确数据。我们还假设每个偏振器的方向在随机时间改变，也由相应侧的系统监控。只有当实验完成时，在每一侧分别收集的两组数据才能汇集在一起，以提取关联性。然后，查看之前收集的数据，以及处于类空间隔的成对事件发生时的数据，我们可以看到，就在偏振器的相对方向发生变化的时刻，关联性确实发生了变化。

因此，当我们从一个非局域观察者的角度来看时(这在回顾过去时肯定不会不一致)，必须承认 EPR 关联性中存在一种非局域行为。纠缠绝对是超越爱因斯坦时空描述的一个特征：一对纠缠

光子必须被视为单个全局物体，而不能将其视为在时空中分离的具有明确定义特征的单局域物体。

多年来，我一直引用图 17 的方案作为思想实验，这对讨论很有用。如今，我们很幸运，这个实验是在现实世界中完成的：图 18 所示的 Zeilinger 和 Weihs 的实验完全遵循图 17 的方案。EPR 问题再次从与思想实验相关的基本讨论转向了真实实验。我们必须感谢约翰·贝尔，他向我们展示了关于现实本质的哲学问题可以转化为物理学家的课题，天真的实验科学家可以在其中做出贡献。

后记 我与阿兰·阿斯佩认识是在 2005 年上半年清华大学的一个小型原子分子会议上，当时我们的玻色—爱因斯坦凝聚的实验研究处于初创阶段，我在会上报告了北京大学在连续原子激光方面的实验，阿斯佩教授听了后很感兴趣，主动提出要到实验室看看。我很高兴邀请他与夫人第二天参观实验室，他对我们的工作进行了肯定。同年下半年，我正好访问巴黎高等师范学院，就顺道去奥赛的光学研究所/夏尔·法布里实验室访问阿斯佩教授，当时他做出了全球第一个氦原子玻色凝聚，并用此做出了 HBT (Hanbury Brown and Twiss) 实验，给我留下了深刻的印象。阿斯佩教授的研究组很大，所涉及的内容很广，其中非常有名的两位教授：量子光学无损探测的领头人 Philippe Grangier 和里德伯原子量子计算领头人 Antonie Broadway 都曾是他教授的学生。后来我曾访问过阿斯佩教授研究组多次，从那里学到很多新知识。除此之外，在两年一次的国际原子物理大会(International Conference on Atomic Physics, ICAP)上都会见到他，有过多次有趣的讨论，也听过他多次报告，收益颇丰。最近一次访问阿斯佩



2012 年，在 23 届国际原子物理大会上，左边是阿兰·阿斯佩教授，中间是原法国物理学会主席 Michele Leduc，右边是陈徐宗

教授组是 2019 年，那是北京大学信息科学技术学院的教学所要去法国了解他们的本科生和研究生教学，阿斯佩教授给我们安排了高等光学学院/光学研究所(今属巴黎萨克雷大学)和巴黎综合理工大学两处的参观，热情接待了我们北京大学的同事，大家都非常感激他细致的安排和周到的招待，使得大家能够深入地了解法国如何培养一流人才的过程。阿斯佩非常支持中国的原子物理科学发展，曾数次来中国访问，并在法国指导过很多中国的研究生。当他知道我要将这篇文章翻译成中文刊登在《物理》杂志时，非常支持，让他的中国学生俞旭东等同学帮助校对译稿，使得我们的翻译工作能顺利进行，在此，作者再一次对阿斯佩教授表示感谢！

可编程 直流电源

... 高至 20kV



PS300系列高压电源提供高达20kV的输出能力。所有型号均提供包括可编程电流和电压限幅功能，可选择过载响应，短路保护，及 GPIB 通讯接口等多种功能。

具优异的功能特性及合理的价格，PS300系列是您的正确选择。

- ▶ 0.001% 电压调整率
- ▶ 0.05% 精确度
- ▶ 1 volt 分辨率
- ▶ 0.0015% 输出纹波
- ▶ 可编程限幅及门限
- ▶ 电压和电流读数显示
- ▶ GPIB 界面



25瓦直流电源 ... \$2085 (国际起价)

- PS310 ± 1.25 kV
- PS325 ± 2.5 kV
- PS350 ± 5 kV

10瓦直流电源 ... \$3850 (国际标价)

- PS355 -10 kV
- PS365 +10 kV
- PS370 -20 kV
- PS375 +20 kV

 **Stanford Research Systems**

Tel: 408-744-9040 · www.thinkSRS.com/products/ps300.html

先锋科技股份有限公司
电话: 86-10-6263-4840
传真: 86-10-8261-8238
Email: sales@teo.com.cn

欧陆科技有限公司
电话: 86-10-6800-8213/16/17
传真: 86-10-6800-8212
Email: euro-tech.bj@euro-tech.com

北京东方科泰科技发展有限公司
电话: 86-10-5129-4988
传真: 86-10-5824-6090
Email: sales@bost-ltd.com