

光的量子拓扑态及其实验观测

王大伟[†] 宋超^{††} 王浩华^{†††}

(浙江大学物理学院 杭州 310058)

2023-02-01 收到

[†] email: dwwang@zju.edu.cn

^{††} email: chaosong@zju.edu.cn

^{†††} email: hhwang@zju.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20230206

对称性是20世纪物理学的一大主题，不仅在相对论和量子力学的发展中占据了主导地位，也为物态分类提供了主要依据。朗道相变理论的建立，从对称性破缺的角度解释了绝大多数物态之间的不同，是凝聚态物理研究的基石。到了20世纪后半叶，人们发现了一种不依赖于对称性破缺的物质状态，即拓扑物态。这一新奇物态的研究结合了拓扑学和凝聚态相变理论，在过去50年逐步成为物理学研究的一个主流方向。

在以电子为研究对象的拓扑物理蓬勃发展的同时，利用光学、声学或其他波动来模拟拓扑物态也成为一个新兴的交叉研究方向，吸引了广泛的关注。然而，这一类利用经典波动模拟拓扑物态的研究不需要考虑光的量子属性。最近，我们的理论和实验研究发现，光的量子属性可以带来经典波动所不能解释的量子拓扑态，将光学模拟拓扑物态的研究推广到了量子化情况。我们将对拓扑物理的发展进行回顾，并介绍光的量子拓扑态的理论^[1]和实验实现^[2]。

拓扑学的研究起源于柯尼斯堡七桥问题。柯尼斯堡有七座桥梁，能否在只走一遍的情况下遍历七座桥？欧拉在解决这个问题的过程中，将七座桥梁连续变形成了平面上点与线的组合，每条线是一座桥，桥所连接的地区缩为一个点。这一变形帮助欧拉发现七桥问题的答案为否。现在，拓扑学已经发展成为数学的一个分支，研究的是空间在连续变化的情况下保持不变的性质。拓扑属性不依赖于空间局域变化的特征体现在高斯-博内(Gauss-Bonnet)定理中：一个闭合二维曲面的高斯曲率积分，取决于曲面所包含的洞的个数。我们可以对曲面某个区域进行连续形变，改变局部高斯曲率，但这一形变也会导致曲面内其他区域的高斯曲率发生变化，而总的变化相互抵消，整个面内的高斯曲率积分保持不变。在物理学中，电荷的高斯定律也和拓扑有关。围绕电荷做一封

闭曲面，穿过曲面的电场通量积分和电荷数成正比。我们可以对这一曲面进行连续变形，但是只要曲面包裹的电荷数不变，电场通量积分就不会发生变化。

1980年代，由于量子霍尔效应的发现，拓扑进入了凝聚态物理领域。冯克利钦(von Klitzing)等人对低温二维电子气施加强磁场，观察到霍尔电导出现了整数级台阶^[3]。尽管样品存在很多的杂质和不完美，这些台阶的位置却非常稳定，可以用于精确测定精细结构常数。索列斯(Thouless)等人在研究晶格中电子的量子霍尔效应时，推导出霍尔电导正比于已填充能带的贝里曲率在整个布里渊区的积分(即陈数)之和，从而建立了霍尔电导和拓扑不变量之间的联系^[4]。这一关系也解释了量子霍尔电导的稳定性：能带的陈数在晶格连续变化下是不变的，除非发生能隙的闭合和重新打开。这也导致了二维拓扑材料在其边界上存在定向传输的手性边缘态。正是这些手性边缘态贡献了量子霍尔电导。当有局域缺陷存在时，与

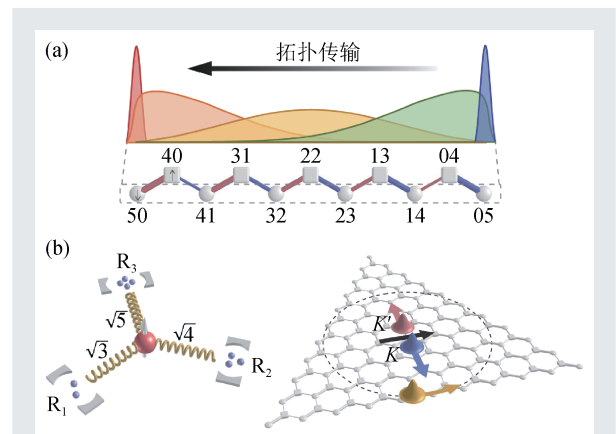


图1 基于多模JC模型的福克态晶格^[2] (a)一维福克态晶格及拓扑零能态的绝热传输；(b)三个腔(R)和一个原子的耦合(左)及其福克态晶格中的谷霍尔效应(处于 K 和 K' 谷的波包垂直于黑色箭头所示的力向相反方向运动)和霍尔边缘流(内切圆上沿箭头方向运动的黄色波包)(右)

一般材料中电子会形成背散射不同，量子霍尔效应中的电子会绕过缺陷，保持定向传输。因为背向传播模式位于材料的另外一个边缘，而局域缺陷难以耦合空间上分离的两个模式。这解释了量子霍尔效应对局域缺陷的免疫。

尽管索列斯的工作显示量子霍尔效应仅由能带的整体几何属性所决定，并不一定需要朗道能级，相关研究还是局限于强磁场下有朗道能级的情况。直到1988年霍尔丹(Haldane)提出了一个以他名字命名的模型，人们才打破了这一传统思路的局限^[5]。在霍尔丹模型中，原子排列成蜂窝状结构，电子除了在近邻格点之间跃迁外，还可以在次近邻格点之间产生带相位的跃迁。这一模型的两个能带可以具有不同的非零陈数，从而在没有朗道能级的情况下导致量子霍尔效应。霍尔丹模型在被提出来之后并没有立即获得关注。直到2006年，石墨烯的实验实现以及量子自旋霍尔效应被提出之后，由于和这两个科学发现之间的密切关系，霍尔丹模型的基础性地位才获得了广泛的认可。借鉴光子晶体模拟凝聚态物理的研究，霍尔丹等人进一步思考了实验实现这一模型的可能性^[6]。他们提出在光子晶体中模拟量子霍尔边缘态，由此开启了一个新的研究方向，即拓扑光子学^[7]。相关实验随后在微波^[8]及光学^[9]系统中实现。这一方向的研究主要是利用麦克斯韦方程来模拟薛定谔方程的波动性质，利用不同光学模式来构造晶格，并合成光的等效磁场，从而获得具有定向传输性质的手性边缘模式。这些晶格中的格点

可以是处于不同空间位置的光学模式，也可以是相同位置不同频率的模式。因此，拓扑光子学研究不受空间维度限制，可以在合成维度中开展^[10]。

因为仅依赖于麦克斯韦方程，拓扑光子学研究主要是在经典光学的框架下开展的。拓扑光子晶体中的光场既可以是经典场，也可以是量子场，对于其拓扑性质没有影响。这和电子有很大的不同：电子的拓扑态是包含在量子力学框架内的，是经典力学不能解释的。那么光场的量子化能否带来新的、经典光学所不能解释的拓扑态？这成为我们关注的问题。在之前的研究中，我们从理论上对这一问题做出了肯定回答^[1]：对光场进行量子化之后，光学模式的希尔伯特空间可以提供新的晶格维度；在由光的量子态所构成的晶格中，存在经典光学所不能解释的量子拓扑态。这一发现为光量子态的拓扑操控提供了理论基础，有助于发展新的量子信息处理手段。

光的本征态为量子化的福克(Fock)态 $|n\rangle$ ，其中 n 代表本征态中的光子数。在有 d 个光学模式的情况下，光场的本征态为 $|n_1 n_2 \cdots n_d\rangle$ ，其中 n_j ($j = 1, 2, \cdots, d$)为第 j 个光学模式的光子数。这些本征态构成一个具有 d 个维度的合成空间，每一个维度由一个光学模式提供，其光子数为0到无穷大之间的整数。为了构造晶格结构，我们引入一个二能级原子和光场相互作用，建立这些本征态之间的耦合，构造一个 d 模Jaynes—Cummings(JC)模型。由于JC模型能量守恒， $|\uparrow; n_1 n_2 \cdots n_d\rangle$ 和 $|\downarrow; n'_1 n'_2 \cdots n'_d\rangle$ 相互嵌套耦合，满足总激发数

$N = 1 + \sum n_j = \sum n'_j$ 守恒。这一限制条件使得福克态晶格比合成空间少一个维度，即 $d-1$ 维。当只有1个光学模式时，我们回到了单模JC模型，其福克态晶格为0维，福克态成对耦合。当 $d = 2$ 时，福克态晶格耦合成具有 $2N + 1$ 个格点的一维链(图1(a))。当 $d = 3$ 时，晶格被拓展成为具有三角形

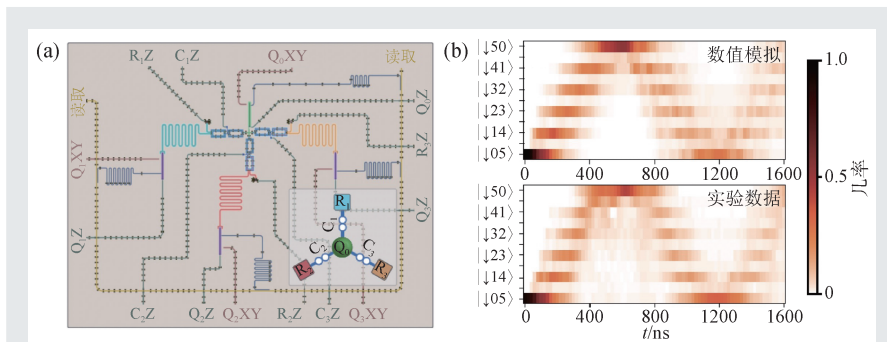


图2 基于福克态晶格的拓扑零能态绝热传递实验观测 (a)实验样品图。其核心部分为一个比特通过可调耦合器与三个腔耦合在一起；(b)一维SSH模型拓扑零能态的绝热传递。拓扑零能态只占据一个子晶格，并随两个腔和比特之间耦合强度的改变而在两个腔之间发生转移

边缘、包含了 $(N + 1)^2$ 个格点的二维蜂窝状结构(图1(b))。

为了实现一维和二维福克态晶格并操控其量子态,我们需要将多个腔耦合到同一原子,并能够独立调节每个腔与原子的耦合系数。自然原子和三维腔难以满足这一要求。超导量子电路由于其较强的可设计性和可控性,为这一实验提供了合适的平台。我们设计并制备了一种全新的“量子信号环形器”,其核心部分由一个中心超导量子比特通过三个可调耦合器和三个谐振腔耦合组成(图2(a))。其中量子比特就相当于人工原子,比特与三个谐振腔之间的耦合强度可以被独立、精准、连续地调节,用于实现一维和二维的福克态晶格拓扑态的制备和调控。

福克态晶格的一个重要特征为格点之间的耦合强度依赖于福克态中的光子数,例如 $|\uparrow; n_1 n_2\rangle$ 与 $|\downarrow; (n_1 + 1) n_2\rangle$ 的耦合强度正比于 $\sqrt{n_1 + 1}$ (图1(b)),这是由玻色子湮灭算符 \hat{a} 的性质所决定的,即 $\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ 。这一特征使得一维福克态晶格中两个腔和比特耦合的相对强弱随位置发生变化,从而导致晶格左右两边属于Su—Schrieffer—Heeger(SSH)模型^[1]的两个不同拓扑相。在其边界上,即两种耦合强度相等的位置附近,存在着一个拓扑零能态。在实验中,通过改变两个腔与原子之间的真空耦合强度,我们将零能态绝热地从晶格一端移到了另外一端(图1(a)及图2(b))。

二维的福克态晶格具有类似于石墨烯的结构(图1(b)),其零能附近的动力学由二维狄拉克方程所决定。这一结构也是构造霍尔丹模型的基础。在耦合强度均匀的情况下,紧束缚蜂窝状晶格上下能带在布里渊区角上接触(接触点被称为狄拉克点)。福克态晶格中耦合强度随位置的变化等效于一个应力场,可以引起狄拉克点的位移,其位移在晶格中随位置的变化等效于一个磁场。当应力足够大时,两个狄拉克点会合并,上下能带之间的能隙被打开,从而发生从半金属到绝缘体的栗夫席兹(Lifshitz)相变。这一相变发生于福克态晶格三角形边界的内切圆上(图1(b))。应力所造成的等效磁场使得福克态晶格具有朗道能级,即能量正比于 \sqrt{n} 的平带。通过调节腔的失谐,可以

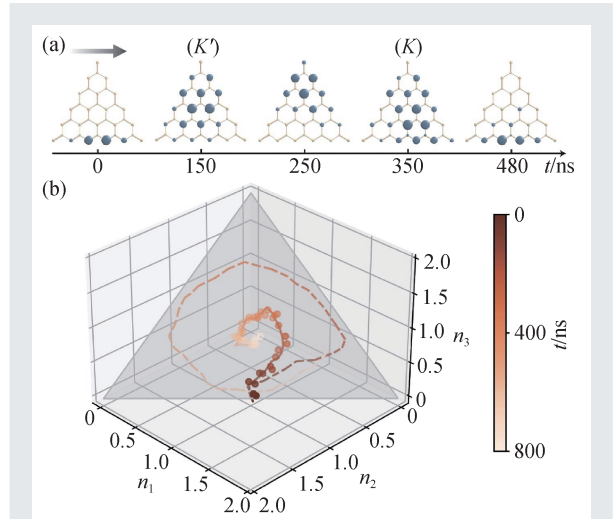


图3 基于福克态晶格的谷霍尔效应和霍尔丹模型手性边缘流实验观测 (a)福克态晶格中的谷霍尔效应。箭头表示等效电场方向,实心圈的半径正比于福克态布居数;(b)福克态霍尔丹模型的手性边缘流

在晶格中引入一个等效电场。我们观测到量子态在等效电场与等效磁场的共同作用下产生谷霍尔效应(图3(a))。更进一步地,通过周期性调节光学模式和比特之间的耦合系数,我们引入了霍尔丹模型所需要的次近邻跃迁,从而实现了手性边缘流的观测(图3(b))。

福克态晶格为量子模拟提供了新的平台,也为基于玻色子的量子信息处理提供了新的调控自由度。通过耦合更多的比特和腔,我们可以构造更高维度、结构更加复杂的晶格。其中大部分属于凝聚态物理尚未触及的晶格结构,值得进一步地研究。

致谢 感谢邓金凤同学的技术支持。

参考文献

- [1] Cai H, Wang D W. Natl. Sci. Rev., 2020, 8: nwa196
- [2] Deng J, Dong H, Zhang C *et al.* Science, 2022, 378: 966
- [3] von Klitzing K, Dorda G, Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, 45: 494
- [4] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P *et al.* Phys. Rev. Lett., 1982, 49: 405
- [5] Haldane F D M. Phys. Rev. Lett., 1988, 61: 2015
- [6] Haldane F D M, Raghu S. Phys. Rev. Lett., 2008, 100: 013904
- [7] Ozawa T, Price H M, Amo A *et al.* Rev. Mod. Phys., 2019, 91: 015006
- [8] Wang Z, Chong Y, Joannopoulos J D *et al.* Nature, 2009, 461: 772
- [9] Rechtsman M C, Zeuner J M, Plotnik Y *et al.* Nature, 2013, 496: 196
- [10] Yuan L, Lin Q, Xiao M *et al.* Optica, 2018, 5: 1396
- [11] Su W P, Schrieffer J R, Heeger A J. Phys. Rev. Lett., 1979, 42: 1698