

用离散变量编码的逻辑量子比特打破盈亏平衡点

倪忠初[†] 徐源[†] 俞大鹏

(南方科技大学量子科学与工程研究院 深圳 518055)

2023-04-07 收到

[†] email: xuy5@sustech.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20230510

量子计算是这个世纪以来量子物理领域的一个重要研究方向。该研究领域的目标是将信息编码到可以相互转换的量子态上并利用其执行一系列逻辑运算操作,通过量子态的相干叠加和纠缠等,在特定问题上实现对经典计算机运算速度的指数级加速。但是量子态本身是非常脆弱的,其与环境产生的不可避免的耦合会导致量子比特的相干寿命受到极大影响。

环境噪声导致的量子比特退相干是目前构建量子计算机的最主要障碍之一,因为这会破坏存储在量子比特中的量子信息,使得运算结果出错。量子计算机体系的错误率远高于经典数字电子计算机,想要构建具有实用价值的通用量子计算机,

量子纠错是必不可少的。量子纠错的基本原理是将量子信息编码到一个具有更高维度的希尔伯特空间中,构建一个逻辑量子比特,实现量子信息的冗余编码。逻辑量子比特可以容忍多种不同的逻辑错误类型,当发生不同的逻辑错误时,逻辑比特会表现出不同的错误症状。通过重复的错误探测和量子纠错操作,克服环境中噪声的影响,量子信息将能够得到保护进而获得更长时间的储存。重复量子纠错过程的形象化示意如图1所示。

传统的量子纠错方案利用大量的离散物理比特来编码一个逻辑量子比特,其逻辑量子比特的编码由两个高度对称的多物理比特纠缠态基于离散变量编码形成。这种编码方案不仅需要巨大的硬件资源开销,并且发生错误的通道数也会随着比特数的增加而显著增多。尽管在过去二十年中,我们见证了这种多物理比特编码的量子纠错方案在不同实验物理系统中的飞速发展,但是逻辑比特的相干寿命仍然需要极大延长以超过最好的物理比特的相干寿命,这也被认为是衡量量子纠错在量子信息存储和处理中是否有效的盈亏平衡点。目前基于该方案的量子纠错演示实验尚未真正超越盈亏平衡点,换言之,量子纠错之后的效果还远没有达到该系统中不纠错情况下的最好值,无法真正产生正的量子纠错增益。这也是当前量子纠错技术无法实用化、可扩展发展的核心瓶颈。

为了克服多物理比特编码的诸多问题,人们开发了另外一种硬件上更高效的逻辑比特编码方案——玻色编码^[1-4]。该方案借助单个量子简谐振子无穷大的希尔伯特空间来编码一个连续变量或离散变量的逻辑量子比特。玻色编码通过探测和纠正谐振子中的能量量子丢失和增加的错误,进而保护编码在逻辑量子比特中的量子信息。此外,

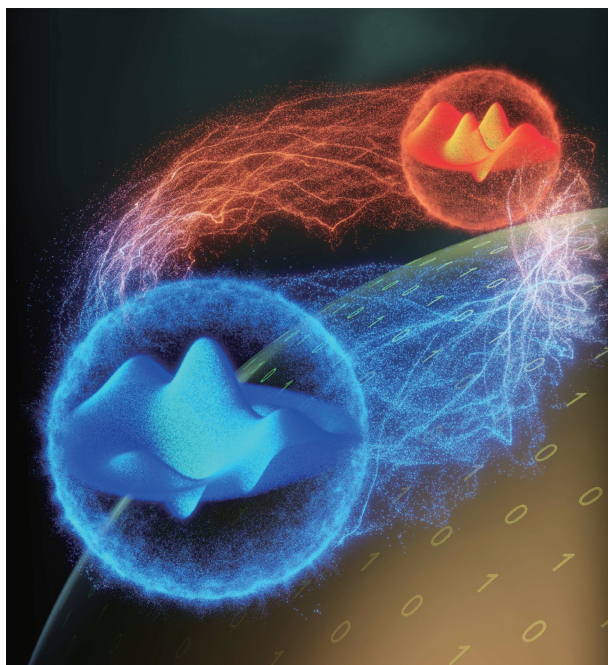


图1 重复量子纠错过程的形象化示意图。量子纠错可以保护逻辑量子比特,将量子信息从错误空间(红色球形)恢复到正确空间(蓝色球形),进而延长其寿命超过盈亏平衡点

玻色编码相比传统的量子纠错编码方案而言还具备一些独特的优势。特别是在超导量子线路系统中，基于玻色编码的量子纠错方案具有错误类型简单、错误探测方便、相干性能好、硬件更高效、反馈控制易实现等优点，因此已逐步发展为当前的一个前沿研究热点。

在目前基于玻色编码的量子纠错演示实验中，已有两项实验工作通过将量子信息分散在谐振子无穷维的希尔伯特空间中，实现了连续变量编码的微波光子比特，并成功突破了盈亏平衡点^[5, 6]。但是这种连续变量编码的逻辑比特的基矢并不是严格正交，这会导致逻辑比特在纠错过程中出错。这种基矢的非正交性问题，可以通过离散变量编码的逻辑比特来解决。

二项式编码就是一种典型的离散变量编码方案。它利用量子谐振子中相互正交且离散的福克态的叠加态作为逻辑比特的基矢^[4]，因此具有天然的严格正交特性。同时这种编码方案天然地兼容于可纠错逻辑门操作^[7, 8]和逻辑态传输^[9]等，因此在容错量子计算中具有重要的应用前景。而上述这些优势只有当编码逻辑比特的寿命延长到突破盈亏平衡点时，才能在量子信息处理中转化为实际效益。国际上为实现这一目标已经做出了持续的努力，但始终未能突破盈亏平衡点。近期我们利用实时反馈纠错技术，成功延长了这种离散变量编码的逻辑量子比特的相干寿命，突破了盈亏平衡点，并在 *Nature* 杂志上发表了该成果^[10]。

图2展示了量子纠错的一般过程。这个过程

由以下4个关键部分构成：(1)将量子信息从辅助物理比特编码到逻辑量子比特上；(2)对逻辑量子比特进行重复的错误症状测量；(3)基于测量结果进行实时反馈纠错；(4)最后通过解码读出存储在逻辑比特中的量子信息。在实验中，我们利用具有高品质因子的三维超导微波谐振腔中的玻色模式来实现二项式编码的逻辑量子比特，并将通过色散耦合到微波腔的传输子(transmon)超导量子比特^[11]作为辅助量子比特。辅助比特提供的非谐性可以帮助我们实现对谐振腔内光子态的快速高保真度的量子控制，包括编码、解码、纠错等操作。这些操作是实现量子纠错过程的关键。二项式编码的逻辑量子比特的两个基矢分别是 $|0_L\rangle = (|0\rangle + |4\rangle)/\sqrt{2}$ 和 $|1_L\rangle = |2\rangle$ 。当逻辑比特发生单光子损耗错误时，量子信息会进入由 $\{|0_E\rangle = |3\rangle, |1_E\rangle = |1\rangle\}$ 构成的错误空间。得益于这一特性，谐振腔中光子数的奇偶宇称信息可以作为错误症状来区分逻辑空间和错误空间，从而探测逻辑比特的单光子损耗错误。通过连续测量逻辑比特的奇偶宇称，并实时作用相应的纠错操作，储存在逻辑比特当中的量子信息就可以被恢复。

为了利用量子纠错技术延长逻辑比特的相干寿命，突破盈亏平衡点，实现正的量子纠错增益，我们在实验上从两个方面进行改进和提升：一是提高系统操作的保真度；二是提高错误症状探测的保真度。量子系统操作保真度的提高可以通过开发高品质的超导量子芯片和三维谐振腔来实现。我们使用了具有高相干性能的钽膜超导量子比特

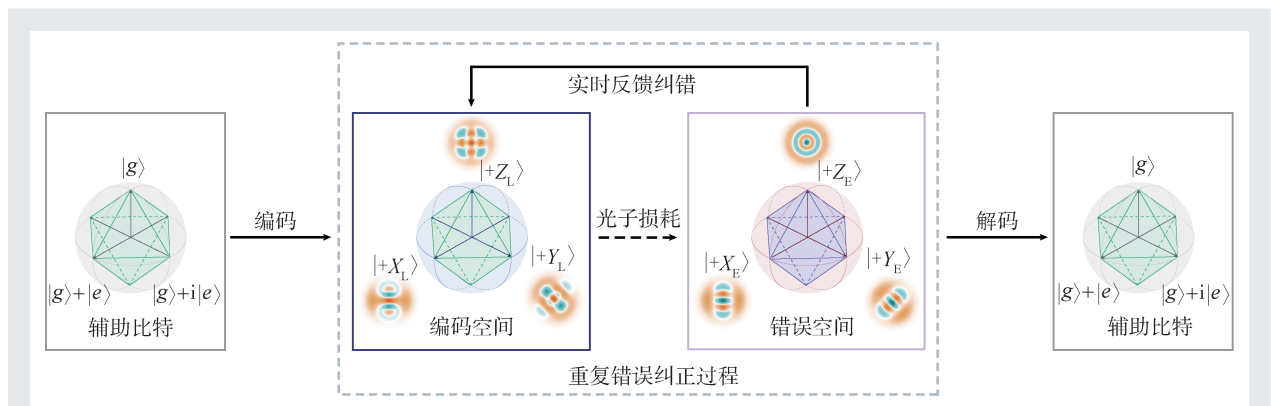


图2 最低阶二项式编码逻辑比特的量子纠错过程示意图

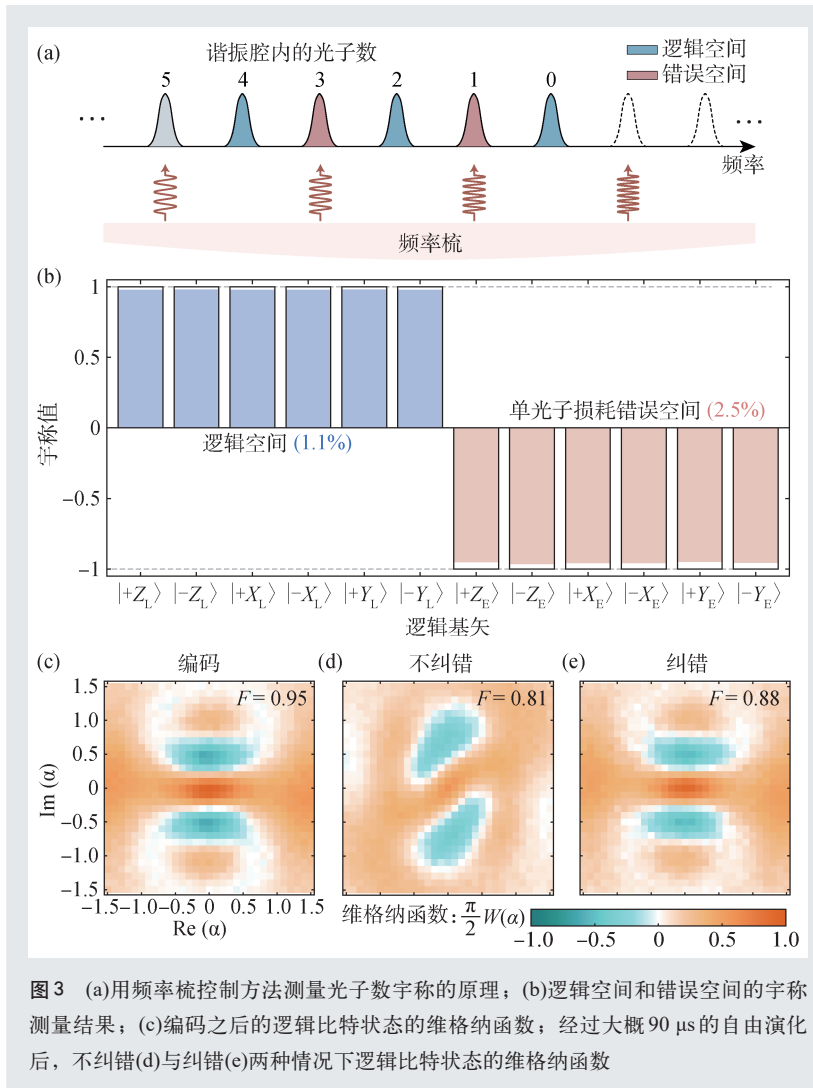


图3 (a)用频率梳控制方法测量光子数字称的原理；(b)逻辑空间和错误空间的宇称测量结果；(c)编码之后的逻辑比特状态的维格纳函数，经过大概90 μs 的自由演化后，不纠错(d)与纠错(e)两种情况下逻辑比特状态的维格纳函数

作为辅助比特，其平均能量弛豫时间约为98 μs ，纯相位退相干时间约为968 μs ；用于存储逻辑量子比特的三维超导谐振腔的单光子能量弛豫时间约为578 μs ，纯相位退相干时间约为4389 μs 。

在提高错误症状探测保真度方面，我们提出了基于频率梳控制的光子数字称探测方案，其原理示意图如图3(a)所示。我们在辅助比特上施加一个包含多频率组分的微波脉冲，其中两个成分的频率匹配到逻辑比特处于错误空间($|3\rangle$ 和 $|1\rangle$)时辅助比特的频率上，其他频率成分则对称的选择以消除非共振驱动对逻辑比特的影响。在频率梳驱动的作用下，我们可以将谐振腔中光子态的偶宇称和奇宇称信息映射到辅助比特的基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 上，再通过对辅助比特的非破坏性读取实

现对逻辑比特单光子损耗错误的探测。相较于传统的宇称探测手段，频率梳控制方法的一个潜在优势是错误空间的选择更灵活，并且对辅助比特的能量耗散和退相干更不敏感。我们标定了该错误症状探测方法的保真度，实验结果如图3(b)所示。我们分别将谐振腔的光子态编码在最低阶二项式编码的编码空间以及错误空间的不同基矢上，然后进行光子态的宇称测量。实验结果表明，该方法对二项式编码逻辑比特的编码空间和错误空间量子态的平均探测误差大约为1.1%和2.5%，具有很低的探测错误率。

在上述技术的基础上，我们原则上就可以按照图2的过程对二项式编码的逻辑比特进行量子纠错了。然而为了获得更好的纠错效果，我们仍然需要克服实验操控上的一些缺陷：(1)在错误探测间隔 t_w 内，逻辑比特有大约 $2(\kappa_s t_w)^2 \exp(-2\kappa_s t_w)$ 的概率发生双光子损耗错误，其中 κ_s 是三维谐振腔的耗散速率，这种双光子错误对于最低阶二项式编码来说是无法纠错的；(2)由于单光子耗散项和哈密顿量中的self-Kerr项是非对易的，这导致的随机光子损耗事件会使逻辑比特产生较大的相位退相干效应，从而破坏存储的量子信息；(3)量子纠错操作是不完美的。此外，即使整个过程中没有发生光子损耗错误，逻辑比特也会产生失真。对于上面三点缺陷，我们采取了一系列相对应的措施来抑制这些误差：选择一个合适的量子纠错间隔时间以权衡宇称未跳变误差、光子损耗误差等；采用双层量子纠错方案^[12]降低逻辑比特的操作错误；使用光子数可分辨的斯塔克偏移(PASS)方法^[7]来抑制随机光子损耗事件引起的逻辑比特相位退相干。

我们通过测量光子态的维格纳函数来判断量子纠错的效果。将量子信息编码到 $(|0_L\rangle + |1_L\rangle)/\sqrt{2}$ 上之后,逻辑比特的维格纳函数保真度为0.95。在经过约90 μs 的等待时间之后,不进行纠错操作和进行一次纠错操作的逻辑比特的维格纳函数的保真度分别为0.81和0.88,初步验证了量子纠错的效果。

对于量子纠错而言,最重要的指标是逻辑比特的寿命相比最好的物理系统的寿命增益。在这个线路量子电动力学系统中,最好的物理比特是谐振腔中最低的两个福克态能级 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 编码的物理比特,它具有最长的相干寿命,是该系统的盈亏平衡点。在实验上,我们比较了不同编码方式的过程保真度随存储时间的衰减曲线。过程保真度 F_χ 的定义是 $\chi_{\text{exp}}\chi_{\text{ideal}}$ 矩阵的迹,其中 χ_{exp} 是实验测得的过程矩阵, χ_{ideal} 是理想过程的过程矩阵。实验结果如图4所示,通过函数 $F_\chi = Ae^{-t/\tau} + 0.25$ 拟合这些曲线,我们得到每一种编码方式所对应的相干寿命 τ 。实验结果表明,单层量子纠错的二项式编码的逻辑比特寿命是未纠错的传输子量子比特寿命的8.3倍,是未纠错的二项式编码的2.8倍,是福克态编码(未纠错的光子态01编码)的1.1倍,即突破了该系统的盈亏平衡点。在双层量子纠错的情况下,逻辑比特的寿命提升到了未纠错的传输子量子比特寿命的8.8倍,是未纠错的二项式编码的2.9倍,盈亏平衡点的1.2倍。这

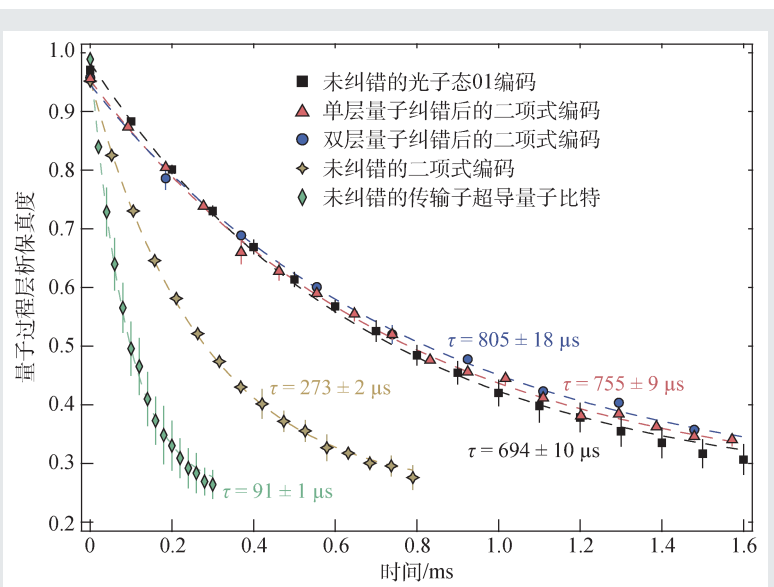


图4 不同编码方式的过程保真度随存储时间的衰减曲线

些实验结果表明,重复的量子纠错操作确实可以保护多光子二项式编码的逻辑量子比特上存储的量子信息。

最低阶的二项式编码只能通过纠正单光子损耗错误来保护量子信息,而逻辑比特也有一定的概率会发生双光子损耗错误,这些错误是无法被探测和纠正的,因此会导致量子信息的完全丢失。探测和纠正双光子损耗错误需要借助更高阶的二项式编码形式,并且需要通过广义宇称算符的测量来探测错误症状。我们开发的频率梳控制方法可用于测量高阶二项式编码的广义宇称信息,从而能够同时探测和纠正单光子损耗错误和双光子损耗错误。因此,这项成果将为未来量子纠错方案的设计和逻辑量子比特的量子控制的系统优化提供实用化的指导,迈出了实用化可扩展通用量子计算的关键一步。

参考文献

- [1] Cai W, Ma Y, Wang W *et al.* *Fundam. Res.*, 2021, 1: 50
- [2] Joshi A, Noh K, Gao Y Y. *Quantum Sci. Technol.*, 2021, 6: 033001
- [3] Terhal B M, Conrad J, Vuillot C. *Quantum Sci. Technol.*, 2020, 5: 043001
- [4] Michael M H, Silveri M, Brierley R T *et al.* *Phys. Rev. X*, 2016, 6: 031006
- [5] Ofek N, Petrenko A, Heeres R *et al.* *Nature*, 2016, 536: 441
- [6] Sivak V V, Eickbusch A, Royer B *et al.* *Nature*, 2023, 616: 50
- [7] Ma Y, Xu Y, Mu X *et al.* *Nat. Phys.*, 2020, 16: 827
- [8] Reinhold P, Rosenblum S, Ma W L *et al.* *Nat. Phys.*, 2020, 16: 822
- [9] Chou K S, Blumoff J Z, Wang C S *et al.* *Nature*, 2018, 561: 368
- [10] Ni Z, Li S, Deng X *et al.* *Nature*, 2023, 616: 56
- [11] Koch J, Yu T M, Gambetta J *et al.* *Phys. Rev. A*, 2007, 76: 042319
- [12] Hu L, Ma Y, Cai W *et al.* *Nat. Phys.*, 2019, 15: 503