

超越海森伯极限的量子精密测量

陈耕^{1,2,†} 李传锋^{1,2,††}

(1 中国科学技术大学 中国科学院量子信息重点实验室 合肥 230026)

(2 中国科学技术大学 合肥国家实验室 合肥 230026)

2023-05-23收到

† email: chengeng@ustc.edu.cn

†† email: cffi@ustc.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20230606

1 理论背景

不断提升测量精度是科学研究发展的一个源动力。科学技术发展到今天,很多里程碑式的进步都得益于测量精度的提升。一个众所周知的例子是2016年引力波的成功探测^[1],验证了爱因斯坦广义引对论的预言。然而从激光干涉引力波天文台(LIGO)建成到第一次探测到引力波整整花了17年时间,这是科学家们不断改进装置以提升探测精度的结果。最近科学家们在引力波探测中使用了量子压缩的光源,进一步提升了探测精度,使得现在几乎每周都可以观测到引力波。

用新的原理方法、技术手段提高测量精度,本身就是自然科学研究的一个重要方向,我们称之为精密测量研究。科学界一般使用测量的不确定度 Δ 随所使用的测量资源 N 的下降速率来刻画一个测量系统的测量能力。经典方法能达到的极限是 Δ 随 N 的0.5次方成反比下降,也就是我们所称的标准量子极限(standard quantum limit)。需要注意的是,虽然名字中带有“量子”,但是这个下降速率是经典方法能达到的极限。如果能把测量中所有的技术噪声都压制到很低,从而使量子涨落成为主要噪声,就可以达到这个极限。但是在实际测量场景中,起主导作用的经常是各种技术噪声,这时放大信号提升信噪比是一个提升最终精度的有效途径。一个典型的方法是“弱测量”方法,它可以后选择(post-selection)出移动幅度最大的一小部分探针,从而将信号放大100倍甚至1000倍以上。中国科学技术大学研究团队使用了一种改进型的偏置弱测量方法,在放大信号的同时大幅降低了探测器的光电饱和效应,相比标准

弱测量方法的探测精度又提升了一个数量级^[2]。但是这种弱测量方法并不能超越标准量子极限,因为它本质上是经典光的干涉效应。

2 量子精密测量

量子精密测量是最近十年来在量子信息研究中一个蓬勃发展的领域,旨在利用量子的方法和资源实现突破标准量子极限的测量精度。如前所述,引力波探测装置使用量子压缩光之后可以实现超过标准量子极限的测量精度,这充分证明了量子精密测量的可行性和重要性。那么一个对于量子力学本身的理解和实际测量精度都很重要的问题是:量子精密测量可以提供的精度极限在哪里?实际上对于这个问题,海森伯在1927年就给出了很好的答案,也就是海森伯不确定原理。它是量子力学的一个基本原理,根据这个原理给出的最高测量精度我们称之为海森伯极限:即测量的不确定度 Δ 与 N 的1次方成反比下降。

因此,量子精密测量的一个重要任务是发明新的方法和量子资源来逼近这个极限。光或原子的压缩态不可能达到这个极限,因为实际实验中压缩比总是有限的。一个原理上可以达到这个极限的方法是使用多体纠缠态,比如在量子信息中常使用的N00N态,它通常具有如下的形式:

$$|\varphi\rangle_{N00N} = |0\rangle^{\otimes N} + |1\rangle^{\otimes N},$$

这个形式的物理解释为: N 个粒子同时处于0状态,或者同时处于1状态,这两种可能性之间是量子相干叠加的。显然 N 个没有关联的个体不可能处于这样的状态,因为它们中每个都可能处于0或1态,造成总的状态有 2^N 种可能。这样一种量子资源原则上可以实现海森伯极限的测量精度,

但是一个现实的困难是， N 很大的量子态很难确定性地产生。利用光子可以实现大约10个光子的纠缠，但是产生和探测效率都极低。即便可以确定性地产生和探测10光子纠缠，一个经典的激光脉冲可能含有 10^{10} 以上的光子，即便取0.5次方的反比，不确定度也比10光子纠缠达到的 $1/10$ 小4个数量级。因而现阶段使用 $N00N$ 态进行精密测量只是原理上演示了一种潜在的优势，并不具有实际价值。

2018年，来自于中国科学技术大学的研究团队发展了一种量子化的新型弱测量方法。这种方法用光子数的混态作为探针，以单光子的量子叠加性作为量子资源，实现了对单光子克尔效应反比于 N 的1次方的测量精度，反比系数约为6.2^[3]。该工作的最好精度相当于使用 $N = 100000$ 的 $N00N$ 态可以达到的效果，并优于之前最好的经典方法^[4]一个数量级。不久后，该团队又通过使用单光子投影测量代替混态探针，实现了逼近海森伯极限的测量精度，反比系数进一步降低到了1.2^[5]。其最好精度相当于使用 $N = 1000000$ 的 $N00N$ 态可以达到的效果，并优于之前最好的经典方法^[4]两个数量级。虽然是在一个特定的测量任务中进行的，但是这两个工作首次实现了在实际测量任务中达到海森伯极限并优于经典方法，充分展现了量子精密测量的优势。

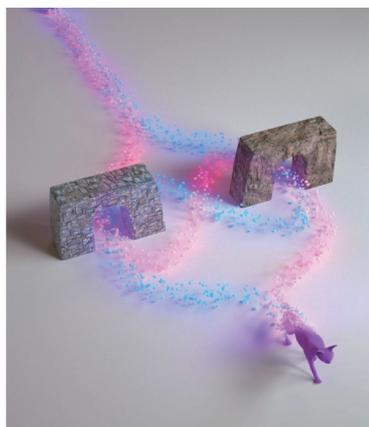


图1 量子不定因果序的示意图。图中的薛定谔猫处在先过左边门后过右边门和先过右边门后过左边门这两种相反时序的量子叠加态

海森伯极限被学术界广泛认为是量子力学所允许的测量极限，是否有可能超越这个极限一直是学术上备受关注和存在争议的问题。2011年，Napolitano等人的一个工作声称超越了海森伯极限^[6]，对光非线性系数测量达到

反比于 N 的1.5次方的超海森伯极限。但是这个工作后来受到了广泛的质疑甚至是批评^[7-9]，因为所使用的资源为光子通过原子团产生的经典非线性，其哈密顿量里已经含有 N 的平方项。在以所使用的总能量作为规范化资源定义的前提下，这个工作甚至没有超过标准量子极限。

3 基于量子不定因果序的精密测量

近些年来，一种新的量子结构，即量子不定因果序(indefinite causal order, ICO)引起了学术界极大的研究兴趣。量子力学显然允许一个粒子处于不同状态的量子叠加，比如光子可以处于不同偏振叠加态，原子可以处于不同能级的叠加态。事实上，量子力学还允许两个演化不同的时序之间的量子叠加，这点显然不同于经典世界的因果关系。在经典世界里，如果两个事情A和B之间存在关联，那么它们之间孰因孰果是确定的。如果A发生在B之前，那必然A是因B是果；反过来，就是B因A果。而在量子世界里，两个事件可以处于如图1所示的两个相反时序的量子叠加，也就是说孰因孰果这个问题是不确定的。这样的系统状态可以表示为：

$$|\varphi\rangle_{\text{ICO}} = |A\rangle^{\text{in}}|B\rangle^{\text{out}} + |A\rangle^{\text{out}}|B\rangle^{\text{in}}.$$

这样一种新的量子结构已经被证明在各种量子信息过程中可以提供进一步的量子增强。比如降低量子计算问题中的复杂度，提升量子通信中通过信道的互信息量。尤其让大家感觉到意外的是，2020年香港大学的一个理论工作证明^[10]，量子不定因果序可以在精密测量中突破海森伯极限，达到前所未极的反比于 N 的2次方的超海森伯极限。这样一个理论突破考虑了由两组连续变量进行 N 次独立演化产生的几何相位 A 的测量，比如一个变量是坐标空间的本征值 x ，另外一个变量是动量空间的本征值 p 。传统确定因果序的方法在这样一个测量问题中最好的精度极限是海森伯极限，可以由如图2(a)所示的串行测量装置达到。如果把这样两组演化制备到两个相反时序的叠加，如图2(b)所示，就可以获得一个随着

N^2A 增加的总体相位，也就是获得了指数加速的能力，从而对几何相位的估计可以达到反比于 N^2 的精度，也就是超海森伯极限。

这样一个结果在实验实现上遇到了很大的困难，因为它同时涉及到了离散变量和连续变量体系，并且需要将这两种体系纠缠起来，也就是利用离散的量子比特状态去控制两组连续变量的演化时序。量子信息方案中的离散变量体系无法实现连续变量的演化

化，而连续变量体系无法把两组演化制备到两个相反时序的量子叠加。中国科学技术大学的团队通过构造一种全新的杂化(hybrid)装置实现了这样一个量子结构^[1]，用光子的偏振状态来控制光子横向模式的位置和动量的演化。他们用特制的光学元件精准实现了这两个连续变量的多步微小演化，在一个接近 1 m 长的马赫—曾德尔(MZ)干涉仪的两臂上分别实现了两个时序相反的演化过程。实验结果对几何相位的测量精度可以达到如图 2(c)所示的超海森伯极限，并且优于任意确定因果序方案能达到的最高精度。

这个实验中所使用的探针是单个光子，所以每次测量所需要的能量与 N 无关。在以能量为规范定义的前提下，这是目前唯一可以达到 $1/N^2$ 超海堡极限的实验工作。这一点和以经典非线性作为资源的工作形成了鲜明对比。同时在这个测量任务中，两种时序所能达到的精度已经是最优的结果，用更多的时序并不能获得更好的测量精度。这使得用光子的二维偏振就可以控制不定因果序，而不需要更高维度的离散变量。特别值得强调的是，这样一个实验在演示的范围内已经实现了相对于传统方法的绝对优势，而不仅仅是一种潜在的优势。因为这个实验中 N 代表的是独立演化的次数，而不是量子态的规模。如 $N00N$ 态精密测量所具有的潜在优势无法变成现实优势，就是因为现阶段量子态的规模无法做大。

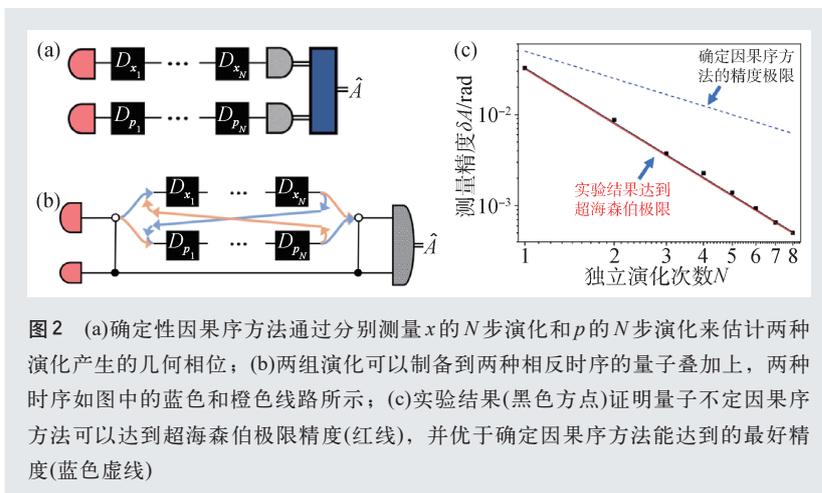


图 2 (a)确定性因果序方法通过分别测量 x 的 N 步演化和 p 的 N 步演化来估计两种演化产生的几何相位；(b)两组演化可以制备到两种相反时序的量子叠加，两种时序如图中的蓝色和橙色线路所示；(c)实验结果(黑色方点)证明量子不定因果序方法可以达到超海森伯极限精度(红线)，并优于确定因果序方法能达到的最好精度(蓝色虚线)

4 总结和展望

一个无法避免的情况是，关于海森伯极限是否是量子力学的最终极限的争议会一直持续下去，这主要是由学术界对测量资源定义的不统一所导致的。用量子不定因果序可以实现超海森伯极限的测量精度也必然会引起学术界的广泛讨论和争议。但是如果我们搁置这些争议，从一个更加现实的角度去考量这种新方法，它确实达到了比之前任何确定因果方法都要更好的测量精度，这种优势独立于海森伯极限该如何定义这样一个深刻的问题。当然另外一个值得思考的问题是，不确定度反比于 N 的 2 次方是不是测量精度的极限？是否有方法可以达到更高的极限，比如反比关系是 N 的 3 次方，4 次方……这仍然是一个未解之谜。

参考文献

- [1] Abbott B P *et al.* Phys. Rev. Lett., 2016, 116:061102
- [2] Yin P *et al.* Light Sci. Appl., 2021, 10:103
- [3] Chen G *et al.* Nature Communications, 2018, 9:1
- [4] Matsuda N *et al.* Nature Photonics, 2008, 3:95
- [5] Chen G *et al.* Phys. Rev. Lett., 2018, 121:060506
- [6] Napolitano M *et al.* Nature, 2011, 471:486
- [7] Zwierz M *et al.* Physical Review A, 2012, 85:042112
- [8] Berry D W *et al.* Phys. Rev. Lett., 2012, 86:053813
- [9] Hall M J *et al.* Physical Review X, 2012, 2:041006
- [10] Zhao X *et al.* Phys. Rev. Lett., 2020, 124:190503
- [11] Yin P *et al.* Nature Physics, 2023, <https://doi.org/10.1038/s41567-023-02046-y>