

LK-99的半磁悬浮和高温超导体的锁定磁悬浮

陈笃行[†]

(西班牙巴塞罗那自治大学物理系 贝拉特拉 08193)

2023-09-28收到

[†] email: chendx3008@hotmail.com

DOI: 10.7693/wl20231005

Half levitation of LK-99 and locked levitation of high-temperature superconductors

CHEN Du-Xing[†]

(Department of Physics, Autonomous University of Barcelona, Bellaterra 08193, Spain)

摘要 基于电磁学和超导物理学的原理和相关实验数据,说明所谓的室温常压超导体LK-99在圆盘状钕铁硼永磁体极面的半悬浮应来源于其中的铁磁杂质碎片所受的转矩和引力。涂覆Y-Ba-Cu-O的高温超导体薄片在这种永磁体磁极上下的锁定悬浮,则起因于不均匀外磁场中超导体位置变化感生的超导电流所受该磁场的位置回复洛伦兹力,而并非迈斯纳效应和所谓的量子锁定的结果。

关键词 高温超导体, 锁定磁悬浮, 迈斯纳效应, 临界电流, 洛伦兹力

Abstract Based on laws in electromagnetism and superconductivity and relevant experimental results, it is explained that the half levitation of the so-called room-temperature ambient-pressure superconductor LK-99 above the upper pole face of a permanent magnet disk originates from the torque and force on the ferromagnetic impurities located in a non-uniform applied magnetic field. The locked levitation or suspension of a coated Y-Ba-Cu-O conductor sample above or below the disk is due to the position recovering Lorentz force on the supercurrent induced by sample movement in the non-uniform field, not to the Meissner effect and so-called quantum locking.

Keywords high-temperature superconductor, locked levitation, Meissner effect, critical current, Lorentz force

1 引言

最近,几位韩国学者发表了两篇预印本论文,宣称他们发现了首个室温常压超导体,其转变温度 $T_c > 400$ K,成分是 $\text{Pb}_{1-x}\text{Cu}_x(\text{PO}_4)_6\text{O}$ ($0.9 < x < 1.1$),并根据发现者的姓名和发现的年代,被称为LK-99^[1, 2]。他们给出的超导性证据是:(1)样品的

电阻在高于室温的某个温度陡降,显示出超导体的零电阻特征;(2)在室温下样品可半悬浮在永磁体极面上,相应于在 $T = 200\text{--}400$ K的负值磁化率,显示出超导体的迈斯纳效应。

由于这一发现是如此之重要和诱人,所报道的材料又易于制备,两篇文章引爆了研究室温常压超导体的热潮,不少实验室先后制备了具有同样成分和晶体结构的材料,并把复现或改进了的

半磁悬浮现象视为它具有迈斯纳效应的直观证据，以至于引起众多业余爱好者的极大兴趣。

与此同时，网上流行一则为本科和高中教师编写的科普性实验教材及配套视频，显示液氮温区 Y-Ba-Cu-O 高温超导体的磁悬浮与 LK-99 完全不同：超导体不但可完全悬浮在永磁体上方(或者永磁体悬浮在超导体上方)，而且也可以悬挂在下方，这种情况被看作是传统的迈斯纳效应和奇妙的量子锁定联合作用的结果^[3-5]。高达几百万的点击量说明，这些视频得到了大众的广泛欢迎和认可。

本文基于电磁学和超导物理学的原理和实验数据，对有关磁悬浮的以上说法做一分析和评论。

2 永磁圆盘产生的轴向磁场

为了提高悬浮力和悬浮体的稳定性，用于磁悬浮装置的永磁体一般都是组合式的。本文用轴

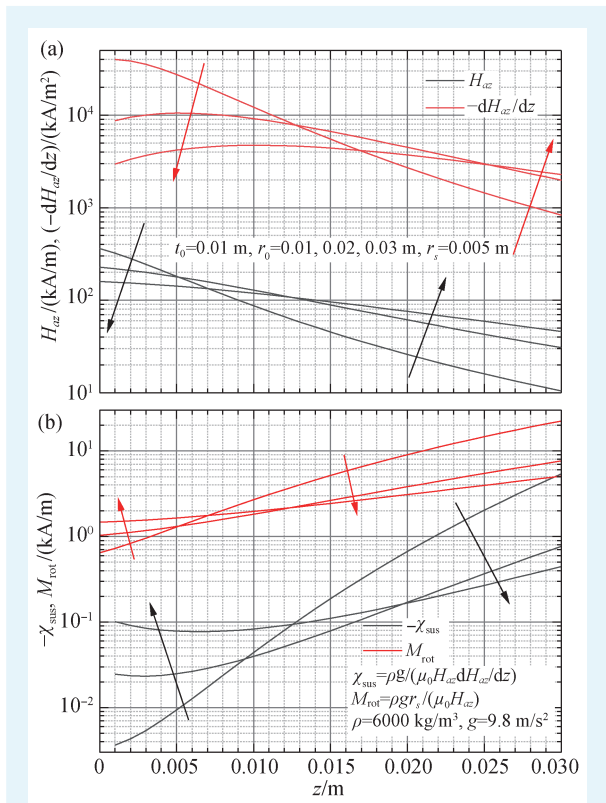


图1 (a)上表面处于 $z = 0$ 、剩余磁化强度为 1000 kA/m、厚度为 0.01 m、半径为 0.01, 0.02 和 0.03 m 的三个永磁圆盘在半径为 0.005 m 的同轴样品内产生的轴向磁场 H_{az} 及其梯度随 z 的变化; (b) 抗磁样品的悬浮磁化率 χ_{sus} 和铁磁样品的翘起磁化强度 M_{rot} 随 z 的变化(箭头表示 r_0 增大的方向)

向均匀磁化、半径为 r_0 、厚度为 t_0 的圆盘状钕铁硼永磁体，以便准确计算它产生的磁场，从而对物理过程做定量分析。我们将采用三个分量为 z 、 r 和 ϕ 的柱坐标来说明和讨论问题。

假设磁体的剩余磁化强度 $M_r = B_r/\mu_0 = 1000$ kA/m，置于 $r \leq r_0$ ($= 0.01, 0.02$ 或 0.03 m)、 $0 \geq z \geq -t_0$ ($= -0.01$ m)，我们来计算它在距离磁体北极上表面为 z 、半径为 r_s 的样品中截面内产生的轴向平均外加场 H_{az} 。为此，将永磁圆盘等效成密度为 M_r 的柱面电流环，并把它分成处于 $z = z_{0i}$ 的若干等厚单元，用如下同轴环间互感的公式计算它们各自在样品中截面内产生的磁通并求和得到总磁通 Φ_s 以及相应的平均磁场 $H_{az} = \Phi_s/(\mu_0 \pi r_s^2)$ 。

图 1(a) 给出这样得到的 H_{az} 以及由它导出的 $-dH_{az}/dz$ 作为 z 的函数。

计算半径为 r_s 和 r_0 、间距为 $z - z_{0i}$ 的两个同轴环之间互感 L_m 的公式是^[6]

$$L_m = \mu_0 \sqrt{r_s r_0} \left[\left(\frac{2}{k_i} - k_i \right) K(k_i) - \frac{2}{k_i} E(k_i) \right], \quad (1)$$

其中 $K(k_i)$ 和 $E(k_i)$ 分别是模为 k_i 的第一类和第二类完全椭圆积分，而 k_i^2 的表达式是

$$k_i^2 = 4r_s r_0 / [(r_s + r_0)^2 + (z - z_{0i})^2]. \quad (2)$$

3 抗磁性样品的磁悬浮和磁化率

假设抗磁性样品在 z 方向的磁矩是 m_z ，它在永磁体的磁场中所受的电磁力 F_z 为^[7]

$$F_z = \mu_0 m_z dH_{az}/dz = \mu_0 \pi r_s^2 t_s \chi_a H_{az} dH_{az}/dz, \quad (3)$$

其中 $t_s \ll r_s$ 和 $\chi_a < 0$ 是样品的厚度和对外加场 H_{az} 的磁化率。样品所受的重力 F_g 由它的标称密度 $\rho = 6000$ kg/m³ 和重力加速度 $g = 9.8$ m/s² 用下式计算：

$$F_g = -\pi r_s^2 t_s \rho g. \quad (4)$$

由(3)和(4)式，可用 $F_z + F_g = 0$ 算出稳定悬浮在高度 z 的样品的 χ_a 为

$$\chi_{sus} = \rho g / (\mu_0 H_{az} dH_{az}/dz). \quad (5)$$

由(5)式算出的 $-\chi_{sus}$ 作为 z 的函数示于图 1(b)。

从图 1(a) 和 (b) 中的曲线可以看出，如果用 $r_0 = 0.01$ m 的永磁体做实验，随着悬浮高度 z 从 0.001 m 增至 0.03 m，样品处的 H_{az} 从 300 kA/m 降

至 10 kA/m, 而 $-\chi_{\text{sus}}$ 从 0.004 增至 5。当 r_0 增大到 0.02 和 0.03 m 时, 相应的 H_{az} 和 $-\chi_{\text{sus}}$ 的变化范围都减小, 后者还在某个 z 下出现极小值。我们选了三个不同 r_0 的永磁体来计算, 是为了说明在做磁悬浮实验时需考虑到 $H_{az}(z)$ 还是 z_0/r_0 的函数。在下面的定量分析中, 我们将取 $r_0=0.02$ m。

因为迄今发现的抗磁性最强的热解石墨的磁化率约为 -0.0004 , 而发生悬浮时的 $\chi_{\text{sus}} < -0.004$, 所以如果样品发生悬浮就可以肯定它是一种新的超强抗磁体, 最大可能是超导体。

4 铁磁样品的半磁悬浮

文献[1, 2]的作者并没有发现 LK-99 样品的这种悬浮而只发现了所谓的半悬浮, 即扁平样品一端从磁体极面翘起而另一端仍然紧贴极面。根据电磁作用力的理论, 这只能用铁磁样品受所处平均外场的力矩来解释^[7]。若翘起前圆盘样品有沿 x 径向的磁化强度 \mathbf{M} , 它在翘起一个角度 θ 时受到垂直于 \mathbf{M} 的转矩为

$$T_y = \mu_0 \pi r_s^2 t_s M H_{az} \cos \theta, \quad (6)$$

其中 M 为 \mathbf{M} 的模, 与此同时样品受到一个重力矩:

$$T_g = -\pi r_s^3 t_s \rho g \cos \theta. \quad (7)$$

从 $T_y + T_g = 0$ 得到稳定半悬浮所相应的 M 为

$$M_{\text{rot}} = \rho g r_s / (\mu_0 H_z). \quad (8)$$

图 1(b) 给出由此式算出的 M_{rot} 作为 z 的函数。除了转矩之外, 铁磁样品还受到非均匀场的引力, 所以样品的一端总是紧贴极面, 形成半悬浮。因为 M_{rot} 与 H_z 成反比, 并且随着 θ 从 0 增至 90° 样品内的平均外场从 $H_z(z = t_s/2)$ 减至 $H_z(z = r_s)$, 如果 M 处于这两个 z 的 M_{rot} 之间, 则样品会有一个小于 90° 的最大翘起角度。对文献[2]的样品而言, 这个角度约为 20° 。后来华中科技大学一个研究组发现了一小粒 LK-99 碎片即使离永磁体较远时也能表现出 $\theta=90^\circ$ 的半悬浮^[8], 这个碎片的 M 值应该比文献[2]的大了几倍。北京大学一个研究组发现, 他们的 LK-99 样品的磁化曲线具有铁磁性的特征^[9], 这对半磁悬浮的如上机制是一个支持。但是, 他们测得的铁磁分量 $M \sim 30$ A/m (相应于在电磁单位制的 0.005 emu/g), 比 M_{rot} 计算值低了 30 余

倍, 说明铁磁杂质只占材料的百分之一量级, 表现出半悬浮的样品必须从很多碎片中选出。

应该指出, 文献[2]的第三作者金教授是把能拨动样品使之半磁悬浮当作材料具有迈斯纳效应的证据的。他曾宣布将做出能百分之百地“触发迈斯纳效应”的室温超导体, 并且高度评价了华中科技大学的上述工作, 认为是继他们的工作以后迈向室温超导的一大步。

5 迈斯纳效应

现将迈斯纳和奥森菲尔德在 1933 年做的实验简述如下^[10]。在间距为 1.5 mm、直径 3 mm、长约 140 mm 的两根平行超导体(锡或铅)圆柱的间隙放一个约 10 mm 长可以绕平行于圆柱的轴转动的矩形测量线圈, 其引线连到一台检流计, 在超导转变温度 T_c 以上施加一个约 400 A/m 的垂直于超导体的恒定均匀磁场, 然后降温到 T_c 以下, 用冲击法测量转动线圈感生的电量分别为 1.77 和 1.70。因为它们与假设超导体的磁导率为 0 时算出的 1.77 基本相同, 于是得出结论: 在定场冷却到 T_c 以下, 全部磁力线都排出超导体外, 使超导体内的磁通密度 $B=0$ 或磁化率 $\chi = -1$ 。这就是所谓的迈斯纳效应。

在这个效应发现两年以后, 伦敦兄弟用超导电流产生的磁场能量和超导电子的动能之和的极小化, 导出了关于超导体内磁场分布的一个常系数二阶微分方程, 即伦敦方程, 其系数是伦敦穿透深度 λ 的平方^[11]。对超导体求解联立的伦敦方程和安培定理得出, 实际的迈斯纳效应来源于其密度以 λ 从表面指数衰减的超导楞次电流的抗磁作用, 所以磁场并未完全排出体外, 而有一个随温度而变的有效穿透深度 λ 。对 Y-Ba-Cu-O 高温超导体有近似关系 $\lambda(T) = \lambda(0)[1 - (T/T_c)^{1.7}]^{-0.5}$ ^[12], 即随着 T 下降过 T_c , $\lambda(T)$ 从无限大急剧减小, 再随 T 的继续下降逐渐趋于最小值 $\lambda(0)$, 相应的 χ 由相当于正常态的小值快速下降, 然后以逐渐变慢的速率趋于一个约为 -1 的极小值。这就是迈斯纳效应的规律和起因。

除了迈斯纳效应之外, 超导体还必须具有

零电阻, 而这个具有零电阻的电流就是局限在表面穿透深度 λ 之内的超导电流, 也被叫做迈斯纳电流。

6 不完全的迈斯纳效应

以上测量的锡和铅属于第一类超导体, 而大部分合金和化合物超导体都属于第二类超导体。根据金兹堡和朗道的理论, 超导体有两个特征长度, 即 λ 和相干长度 ξ 。当金兹堡—朗道参量 $\kappa \equiv \lambda/\xi < 1/\sqrt{2}$ 时, 超导体属于第一类, 否则属于第二类。把第一类长圆柱超导体置于轴向磁场 H 中, 可以定义一个热力学临界场 H_c , 在 $H < H_c$ 时体内 $B = 0$, 有完全的迈斯纳效应, $H > H_c$ 时转变为正常态。对于第二类超导体, 除了 H_c 之外尚有下列临界场 H_{c1} 和上临界场 H_{c2} , 并在 H 增至 H_{c1} 以后, 有逐渐增多的、每根携带一个磁通量子 $\Phi_0 \equiv h/(2e) = 2.07 \times 10^{-15}$ Wb (其中 h 和 $-2e$ 为普朗克常数和—个库珀电子对的电荷)的阿布里科索夫涡旋线(AV)穿入体内, 因而体内 $B > 0$ 、迈斯纳效应变成不完全的。

轴向磁场 H 中第二类长圆柱超导体的热平衡磁化曲线 $M_{eq}(H)$ 可由其单位长度吉布斯函数 G 的极小化算出^[13-15]。 G 的表达式是

$$G = n_L E_{AV} + \sum_{i>j} E_{ij} - BH, \quad (9)$$

式中 n_L 是穿过单位横截面积超导体的AV数, 因而有 $B = n_L \Phi_0$, E_{AV} 是每根AV的能量, E_{ij} 是第 i 和

第 j 根AV间的互作用能。在 $H \approx H_{c1}$ 时有较少AV进入超导体、互作用项可忽略, (9)式可写作 $G \approx B(E_{AV}/\Phi_0 - H)$ 。当 $H < E_{AV}/\Phi_0$ 时, G 是 B 的升函数, 最低的 G 相应于 $B = 0$, 即完全的迈斯纳效应。当 $H > E_{AV}/\Phi_0$ 时, 可以用非零 B 值来降低 G , 因而有些磁通渗入超导体, 迈斯纳效应成为不完全的。这样, 考虑到当 $\kappa \gg 1$ 时^[16],

$$E_{AV} = \Phi_0^2 \ln \kappa / (4\pi\mu_0 \lambda^2), \quad (10)$$

因而下临界场:

$$H_{c1} = \Phi_0 \ln \kappa / (4\pi\mu_0 \lambda^2), \quad (11)$$

还有以下关系式近似成立^[14]:

$$H_{c1} = H_c \ln \kappa / (\sqrt{2} \kappa), \quad (12)$$

$$H_{c2} = H_c \sqrt{2} \kappa, \quad (13)$$

其中 H_c 是第二类超导体的热力学临界场。用(12)和(13)式可以估算样品在悬浮场下的迈斯纳磁化率。例如从文章[17]中给出的Y-Ba-Cu-O高温超导体在77 K的 $H_{c1} = 10$ kA/m和在 $T > 50$ K的 $\kappa = 38$, 算出 $H_c = 150$ kA/m, $H_{c2} = 8000$ kA/m。

$M_{eq}(H)$ 遵从磁化功条件 $\int_0^{H_c} M_{eq} dH = -H_c^2/2$ 。当 $\kappa \gg 1$ 时, 有 $-\int_0^{H_c} M_{eq} dH \ll H_c^2/2$ 。若把 H_c 和 H_{c2} 间的 $M_{eq}(H)$ 看做直线, 有 $H_c^2 \approx -(H_{c2} - H_c)M_{eq}(H_c)$, 其中 $M_{eq}(H_c)$ 是 $H=H_c$ 处的 M_{eq} ^[18]。由此得出 $-M_{eq}(H_c)$ 的上限为2.87 kA/m, 把它稍做修正为2.8 kA/m, 得热平衡磁化率 $\chi_{eq}(H_c) = M_{eq}(H_c)/H_c \approx -0.019$ 。

这些在 $\kappa \gg 1$ 条件下的临界场都是针对长圆柱、因而退磁场的作用可忽略的情况下得到的。对有限长的圆柱体要考虑退磁场 $H_d = -N_m M_{eq}$, 而把 H 转换成外加场 $H_a = H + N_m M_{eq}$, 其中 N_m 是磁强计退磁因子^[19]。在 $H \leq H_{c1}$ 的完全迈斯纳态有 $\chi_{eq} = M_{eq}/H = -1$, 若把对于外加磁场的迈斯纳磁化率定义为 $\chi_{a,eq} \equiv M_{eq}/H_a \equiv -\chi_0$, 则对给定尺寸比的超导体在给定 M_{eq} 下有:

$$H_a = H [1 - N_m (\chi = -1)] \equiv H/\chi_0 \quad (14)$$

和 $H_{a,c1} = H_{c1}/\chi_0$, 其中 $N_m(\chi = -1)$ 是在材料磁化率 $\chi = -1$ 时的 N_m 。已经算出对于半径为 r_s 、厚度为 t_s 的薄圆片有 $\chi_0 = 8r_s/(3\pi t_s)$ ^[20]; 对于边长为 s_s 、厚度为 t_s 的薄方片, 有 $\chi_0 = 0.4547s_s/t_s$ ^[21]。因

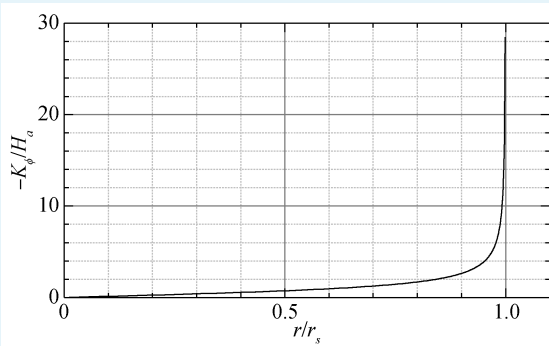


图2 在垂直外场 H_a 、半径为 r_s 的超导薄片中, 约化环向迈斯纳片电流密度 K_ϕ/H_a 作为 r/r_s 的函数^[20]

为在 $H = H_{c2}$ 时 $M_{eq} = 0$, 有 $H_a = H$, 而在 $H \approx H_c$ 时 $-M_{eq} \ll H_c$, 有 $H_a \approx H$ 。

与长圆柱只有表面电流的情况不同, 为使垂直外场 $H_a < H_{a,c1}$ 下半径为 r_s 的薄片中有 $B(r < r_s) = 0$, 其环向迈斯纳片电流密度 $K_\phi \equiv \int_0^{t_s} J dz$ (J 是体电流密度) 是 r 的函数^[20]:

$$K_\phi/H_a = -4\pi r^{-1}(r_s^2 - r^2)^{-1/2}. \quad (15)$$

如图 2 所示, 随 r 从 0 增大, $-K_\phi/H_a$ 从 0 线性增大、然后逐渐加速、最后在 $r \rightarrow r_s$ 时趋于无穷。当然, 实际超导体的边缘部分会有磁通穿入, 并具有有限的 K_ϕ 。

7 磁悬浮实验中的迈斯纳效应

为用磁悬浮检测迈斯纳效应, 把一片 $s_s = 0.01$ m 的正方形涂覆 $t_s = 1$ μm 厚 Y-Ba-Cu-O 高温超导膜样品放在永磁体上表面并压住不动, 再浇上液氮降温到 T_c 以下, 然后松开样品看它是否悬浮。实验结果显示样品并未浮起, 说明悬浮力小于重力。从图 1(a) 可以看到, $r_0 = 0.02$ m 的永磁体上极面的磁场 $H_{az} = 220$ kA/m, 已经超过样品的临界外场 $H_{a,c} \approx 150$ kA/m, 因而 $\chi_{a,eq} \approx -0.019$, 接近超导膜本身发生悬浮的临界值 $\chi_{sus} = -0.025$ 。但是超导膜附着在金属基带上并被铜膜包裹, 致使总厚约为 0.1 mm, 样品总重达(4)式算出的 F_g 的约 140 倍^[22], 所以实际应有 $\chi_{sus} \approx -3.5$, 是上述 $\chi_{a,eq}$ 的 180 倍, 根本不可能悬浮。

8 位移感生超导电流的悬浮锁定作用

如果用一块平板把前述高温超导样品与永磁体极面隔开一定距离并冷却到 T_c 以下再把隔板去掉, 则不论超导体处于永磁体之上或之下, 只要平板不太厚, 它将悬浮或悬挂在原位保持不动。这个现象可归因于位移感生超导电流的位置锁定作用。

根据比恩提出的临界态模型, 硬超导体内的宏观超导电流有个极限的临界电流密度 J_c , 由此

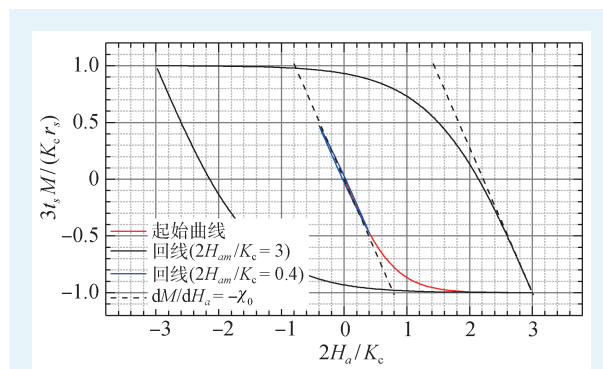


图 3 具有临界片电流密度 K_c 的圆形超导薄片由感生超导电流决定的法向起始磁化曲线和磁滞回线^[20]

可以算出变化磁场感生的磁矩以及相应的磁化曲线^[23]。符合这一条件的超导电流常被叫做临界电流。具有上述尺寸且临界片电流密度为 $K_c \equiv J_c t_s$ 的超导圆片, 在轴向外场 H_a 下感生的环向电流有密度 $|K_\phi(r)| \leq K_c$ 和相应的磁化强度 M 。在从 0 增大 H_a 到 H_{am} 后减小到 $-H_{am}$ 再增大到 H_{am} , 计算起始磁化曲线和 $\pm M_m$ 之间的磁滞回线, 结果示于图 3^[20]。可以看到, 足够大 H_{am} 下的 $M_m = M_s = K_c r_s / (3t_s)$; 起始磁化曲线和回线的下降、上升支的起始段斜率 $dM/dH_a = -\chi_0$; $M_m \ll M_s$ 的回线可看作一条斜率为 $-\chi_0$ 的直线。

现对处于 $r_0 = 0.02$ m 的永磁体以上 $z = 0.015$ m、半径为 $r_s = 0.005$ m 的超导圆片降温。此时, 如图 1(a) 所示, 有 $H_{az} = 90$ kA/m 和 $dH_{az}/dz = -7000$ kA/m。在降温到 T_c 以下撤去隔板, 圆片将因自重下落而有个位置增量 Δz , 使片中 H_{az} 有个增量 ΔH_{az} , 并感生 $K_\phi(r)$ 的增量 $\Delta K_\phi(r)$ 以根据法拉第定律维持片内的 B 不变。若把 K_ϕ 和 H_a 看作其改变量 ΔK_ϕ 和 ΔH_{az} , 图 2 给出了 $\Delta K_\phi/\Delta H_{az}$ 随 r/r_s 的变化。这种磁场和磁化强度的变化相应于一个微分磁化率 $\chi_{a,d} \equiv dM/dH_{az} = -\chi_0$, 因而与(3)式相似, 圆片受力的增量为

$$\begin{aligned} \Delta F_z &= -\mu_0 \pi r_s^2 t_s \chi_0 (dH_{az}/dz)^2 \Delta z \\ &= -\mu_0 8 r_s^3 (dH_{az}/dz)^2 \Delta z / 3. \end{aligned} \quad (16)$$

根据 $\Delta F_z + pF_g = 0$, 由(16)和(4)式可算出相应于悬浮平衡位置的 Δz 为

$$\Delta z = -3\pi t_s \rho g / [8\mu_0 r_s (dH_{az}/dz)^2]. \quad (17)$$

由此式算出 $\Delta z = -32$ μm , 它确是个肉眼无法感

知的下落。相应地,有 $\Delta H_{az} = dH_{az}/dz\Delta z = 220 \text{ A/m}$ 和 $\Delta M = -\chi_0\Delta H_{az} = -8r_s\Delta H_{az}/(3\pi t_s) \approx -10^3 \text{ kA/m}$ 。如果 Y-Ba-Cu-O 在悬浮磁场下的 $K_c \approx 5 \text{ kA/m}^{[24]}$, 这个 $|\Delta M|$ 要比 $M_s \approx 8 \times 10^3 \text{ kA/m}$ 小一个量级, 所以把磁化曲线的斜率 $\chi_{a,d}$ 取作 $-\chi_0$ 是完全合理的。

以上的计算也适用于冷却处于永磁体下极面以下 0.015 m 超导片的情况。至于超导片的位置锁定现象, 则可用(16)式得出的 $\Delta F_L/\Delta z < 0$ 来解释, 因为任何外力引起的小位移必然产生一个反向的力推动其回到原位。

9 洛伦兹力、伦敦力和钉扎力

在零场下冷却第二类长圆柱超导体到 T_c 以下, 再沿其轴加磁场 H 到 H_{c1} 以上, 将在柱面感生环向超导电流并驱动一些涡旋线 AV 进入体内。一根单位长度 AV 受密度为 J 的超导电流的驱动力是

$$F_L = J \times \Phi_0. \quad (18)$$

材料中常含有很多超导性较差或非超导的点缺陷, 会把 AV 线的正常芯子钉扎住。当驱动力接近最大单位长度钉扎力 $F_{p,\max}$ 时, AV 就要向内做热激活蠕动并伴有能量损耗。钉扎的强度和点缺陷密度决定了 J_c 的大小和它的 B 依赖性。实际上有 $B = n_L\Phi_0$, 当 n_L 大到每根 AV 分摊不到一个点缺陷以后, 单位体积的平均钉扎力就会随 B 的继续增大而减小, 导致关于 J_c 对于所处磁通密度 B 的依赖性的金模型: $J_c(B) = \alpha/(|B| + B_0)$, 其中 α 和 B_0 是常数^[25]。作为库珀电子对的运动, 临界电流仍是超导的。但是伴随 J_c 的 AV 蠕动是有损耗的, 所以临界电流的电阻不是零。对于高温超导体, 集体 AV 蠕动模型给出幂律的电场电流密度依赖性 $E/E_c = (J/J_c)^n$, 其中临界电场 $E_c \equiv 10^{-4} \text{ V/m}$, $n \approx 32$ ^[24]。从典型的 $J_c \approx 10^{10} \text{ A/m}^2$, 得出在 $J = J_c$ 时电阻率 $\rho \equiv E/J \approx 10^{-14} \Omega \cdot \text{m}$, 比铜的室温电阻率小 6 个量级, 并随 J 的下降而急剧下降。

临界电流密度 J_c 的 AV 脱钉蠕动机制是在 1962 年由安德森提出的^[26]。他还把(18)式表示的 F_L 叫做洛伦兹力, 或因在均匀 J 的条件下, 它可

以从一个以速度 v 运动的电荷 q 受到所处 B 场的洛伦兹力算出:

$$f_L = qv \times B. \quad (19)$$

但是因为洛伦兹力是 B 对 q 的作用力, 这样算出的 J 对 Φ_0 的作用力应是 $-F_L$ 。(18)式作为 AV 的驱动力是在两年以后由德金斯和马特利肯从伦敦方程和安培定理严格推导出来的, 在推导中还用到作为库珀电子对定向运动的电流 J 的量子力学表达式, 并且所得出的 J 不是均匀的, 而是 AV 的正常芯子处的局域超导电流密度^[27]。

尽管如此, 在一些教科书中, 仍把定义为(18)式的力 F_L 叫做洛伦兹力^[14, 15, 28]。在文献[28]的第 195 页, 洛伦兹力被说成是 $H_a > H_{c1}$ 时进入的涡旋线受穿透层中磁场向体内的排斥力, 即与(18)式相同而与(19)式相反的力; 在文献[15]的第 163 页, 洛伦兹力被说成是超导体中的电流和穿过它的磁通间的力, 避开了力的具体指向; 在文献[14]的第 18 和 296 页, 在洛伦兹力被正确地定义作(19)式以后又错误地冠名于(18)式, 从而凸显了其间的矛盾。文献[29]的作者强调(18)式表示的力不是电磁力而是机械的马格努斯力, 因为它与电子电荷 e 无关而等于 $n_c\hbar v$, 其中 n_c 和 v 是库珀对的密度和速度。他们虽指出了真正的洛伦兹力应是 $-F_L$, 但又不想对两种力做语义学上的讨论。

这样, 教师在给学过电磁学的同学讲解超导物理时, 将会遇到很大困难。多年前, 笔者在巴塞罗那自治大学给研究生上课, 曾讲到超导电流对 AV 施加的洛伦兹力推动它向内移动, 课后有一位同学提出疑问, 说按电磁学中洛伦兹力的定义, AV 应向外移动才对。此后在马德里应用磁学研究所工作时, 一位博士生告诉笔者, 他们的物理老师曾说过, 超导中的洛伦兹力很复杂, 谁也讲不清它倒底是什么。这两件事促使笔者开始对这个问题做了系统的学习和研究, 并发现, 因为是著名凝聚态物理学家安德森首先把洛伦兹力用作对 AV 的驱动力, 这个名字是不容他人质疑的。1995 年在意大利弗拉斯卡蒂举行的一次超导研讨会上, 笔者遇见作为会议主席的文献[15]的作者、

哈佛大学的廷卡姆教授，问他：为什么在他们一项关于约瑟夫森矩阵的工作中忽略了超导电流产生的磁场，却用了含有磁通量子的(18)式来计算电流对涡旋线的驱动力并得到合理的结果？他不回答问题而反问：那我们能怎么办呢？他是在回避谈论棘手的洛伦兹力问题！不仅如此，我们提交并已被会议接受的论文还因涉及这一问题而被无理排除到会议文集之外。幸而，我们按德金斯的思路仔细推导并讨论这个驱动力的论文在历经周折后得以在《物理评论》上发表^[16]，启动了对它的进一步理论研究，包括这个力作为磁力和机械力的有趣组合，以及在一维和二维约瑟夫森矩阵中的不同表现^[30-32]。

两个本质和取值完全不同的物理量不应有相同的名字，既然在经典电磁学中早已把 f_L 叫做洛伦兹力，就要给在超导物理中后来引入的AV驱动力 F_L 起一个别的名字。我们建议把它叫做伦敦力，以在不改变其惯用下标 L 的条件下点明其来源，也不妨碍对其本质的进一步研究^[16]。这个名字在后来的一些工作中被采用^[30-33]。

两根平行的AV间的相互作用力也是伦敦力，其中的一根被属于另一根的涡旋电流所驱动，同向AV互相排斥、反向AV互相吸引。同向AV间的排斥力造成了进入的很多AV在体内的均匀密排，以及(9)式中 G 的相应AV互作用能。AV钉扎对实测的迈斯纳效应会有重要影响。将定场 H 中的长圆柱冷却到 $T = T_c$ 后，随着 T 的减小，有 λ 从 ∞ 减小， H_{c1} 和 H_{c2} 从0增大，以及体内 B 从 $\mu_0 H$ 下降，即AV从体内逐渐排出。此时，钉扎的作用不但使AV分布不再均匀，而且使AV的排出受阻，因而实际 B 值比其理想值偏大， $-M$ 比相应的 $-M_{eq}$ 为小。同 $J_c(B)$ 一样，这个钉扎效应也随 B 的增大而减弱。

10 悬浮锁定力分析

在区分了洛伦兹力和伦敦力以后，我们可以对第8节讨论的锁定磁悬浮做个粗略的作用力分析了。样品在 $z = 0.015$ m场冷后，因为 $\mu_0 H_{az} =$

0.276 T，并考虑到 $\chi_{eq} \approx -0.019$ ，超导片(膜)中的法向磁通密度可取作 $B = 0.27$ T。这样就有 $n_L = B/\Phi_0 = 1.35 \times 10^{14} \text{ m}^{-2}$ ，相应于每条AV的平均直径约0.1 μm ，它仅为77 K下 $\lambda = 0.3 \mu\text{m}$ 的1/3^[12]，可见超导片中充满了非常密集、相互大力排斥、因而相当均匀分布的AV。从 $\kappa = 38$ 可以算出 $\zeta = \lambda/\kappa = 0.008 \mu\text{m}$ ，所以直径为 2ζ 的所有AV正常芯子约占超导片体积的2.5%。换言之，97.5%的超导片体积充满叠加的超导环流并有适量磁通穿过，致使它成为一片 $\chi_{eq} = -0.019$ 而相当均匀的抗磁体。

超导片被隔板托住时，处于各种力的合力为零的静止状态。去掉隔板后它将在重力作用下有个位移 $\Delta z < 0$ ，从而有 H_{az} 的增量 $\Delta H_{az} > 0$ ，并根据法拉第电磁感应定律感生如图2所示的环向电流密度增量 $\Delta K_\phi(r) < 0$ ，从而维持片内的 $B = n_L \Phi_0$ 不变。从(19)式可写出超导电流受外场的洛伦兹力密度 $\mu_0 \Delta \mathbf{K} \times (\mathbf{H}_a + \Delta \mathbf{H}_a)$ ，在只考虑磁场的轴向分量时，即 $\mu_0 \Delta K_\phi(r) (H_{az} + \Delta H_{az})$ 并指向圆心。把(18)式写成超导电流对AV的伦敦力密度 $\Delta \mathbf{K} \times \mathbf{B} = n_L \Delta \mathbf{K} \times \Phi_0$ ，即 $\Delta K_\phi(r) B$ ，也是指向圆心，但因 $B < \mu_0 H_{az}$ ，比上面的洛伦兹力稍小。这个作用在AV上的伦敦力被点缺陷施加的钉扎力所抗衡，使AV保持静止。点缺陷是固定在晶格中的，AV作用于它们就作用于超导晶粒。总之，所有这些力都是超导体内各部分、或与永磁体磁场之间的径向作用力，在轴对称的情况下径向合力为零，不会对超导体相对于永磁体的轴向悬浮锁定力产生贡献。在轴向的力是不均匀 H_a 产生的另一部分洛伦兹力，由于 $dH_{az}/dz < 0$ 和磁力线的连续性，在超导片的厚度内必然有正值的径向分量 H_{ar} ，在 $\Delta z < 0$ 时，它对 ΔK_ϕ 的洛伦兹力是向上的，即由(16)式表示的力。作用于电流的洛伦兹力直接传给超导体，成为对超导片的向上推力。在 $\Delta z > 0$ ，因而 $\Delta K_\phi(r) > 0$ 时，所有这些力的方向都将反转。

对于上述 $\Delta z = -32 \mu\text{m}$ 的情况，有 $K_c/\Delta H_{az} = 23$ ，因而根据图2，在 $r/r_s > 0.998$ 处的 $-\Delta K_\phi > K_c$ 。为了符合临界电流的条件，在10 μm （相应于约100

根 ΔV 直径的厚度)宽的边缘区内应有 $\Delta K_{\phi} = -K_c$ ，伴随以一些新 ΔV 在边缘的形成和在伦敦力作用下的脱钉向内蠕动，和边缘区的 $dB/dr > 0$ 。在边缘区以内则有 $\Delta K_{\phi}(r)$ 从 $-K_c$ 到 0 的某种连续变化使 B 保持不变^[20]。这种过程导致 B 不变区的有效半径随 $|\Delta z|$ 的加大而从 r_s 稍有减小，以及有效 χ_0 的同比例减小。

在前面提及的科普教材[3, 4]中涉及的所有磁悬浮实验都是用零场，而非定场冷却后的涂覆 Y-Ba-Cu-O 超导薄片做的，因而根本没有演示迈斯纳效应对悬浮的贡献。在实验结果的讨论和解释中，教材的编写者又忽视了临界电流的存在和迈斯纳效应与不完全的迈斯纳效应之间的区别，因而把实验中显示的斥力似是而非地归因于迈斯纳效应，把不能单纯用迈斯纳效应定性解释的所有现象牵强附会地归因于所谓的量子锁定，甚至把第二类超导体的磁悬浮叫做量子悬浮。从教材行文中可见，他们的量子锁定指的就是磁通量子 (ΔV) 被点缺陷的钉扎，所依赖的逻辑是“这些磁通量子被锁定在这些钉扎中心，从而把整个超导体锁定在空中”。这个奇怪的逻辑是用图 4 来演示的。他们把磁力线看作穿过被缺陷钉扎的 ΔV 芯子的一组弹性细线，当超导体被外力推开以后，它会被这些线拉回原位。其实这不过是一种对现象的简化描述，没有物理定律作为依据，也就不能对任何实验发现做定量解释。从上例中可见，径向的钉扎力不会对轴向的悬浮锁定力产生贡献，所谓的量子锁定是没有道理的，超导片受到永磁

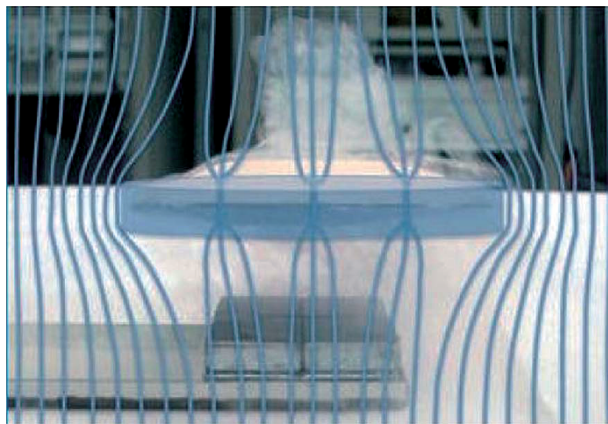


图 4 量子锁定机制示意图^[4]

体的作用力只能是洛伦兹力。

这样，对于本工作研究的强钉扎、大 K_c 的高温超导薄片和文献[34, 35]中用顶端种晶熔融生长技术制备的强钉扎、大 J_c 的单晶粒高温超导圆盘，其迈斯纳磁矩的作用可被忽略，各种磁悬浮现象都来源于感生的临界电流受到的洛伦兹力。文献[36, 37]涉及这类超导体，把磁悬浮归因于迈斯纳效应是不妥的。在对磁悬浮体系的悬浮力和稳定性做仿真研究时，计算的都是感生的临界电流在超导体中的分布和永磁体磁场对它的洛伦兹力^[38-42]。

如果钉扎很弱，除了感生的临界电流之外，也要考虑迈斯纳电流的作用。烧结高温超导体可在冷却后因迈斯纳效应而悬浮，应属于这种情况^[43, 44]。

为了简明，本文只考虑了超导片沿 z 轴的静态悬浮和锁定，类似的机制可用到包括径向移动以及快速运动的情况，那时除了样品重量之外，还要考虑与运动加速度成正比的推力和与运动速度成正比的阻力。

11 材料具有超导性的判据

零电阻和 $\chi = -1$ 的迈斯纳效应是在超导体研究早期的重要实验发现，也是此后所有关于超导性的模型和理论所基于的两个基本假设，但是在寻找新的超导材料时，不能简单地把它们用作材料具有超导性的判据。如上所述，即使是高质量的高温超导体，在磁悬浮场下的迈斯纳 χ 可小到 -10^{-2} 的量级，交流磁化率的测量显示，它们的电阻率也不是非常小^[45]。理论上的零电阻和 $\chi = -1$ 分别发生在厚度为 λ 的表面层和表面层以内，即使有了当今的先进技术，用实验来确认其真伪也是极为困难的。

所以在寻找新的超导材料时应先不抽象地考虑零电阻，而要发现在某温度 T_c 以下电阻率急降到比铜的电阻率小几个量级。文献[1, 2]中测出 LK-99 的电阻率急降，但下降后的电阻率比铜还高了几个量级，显然不能被看作是超导体。

也先不要不切实际地考虑 $\chi = -1$ 的迈斯纳

效应，而要测出某个弱场下的磁化率 χ 随降温从常态的小值急降到远小于最强抗磁材料的 $\chi = -0.0004$ 。文献[2]中在400 K以下既没有发现 χ 的急降，也没有给出在国际单位制(SI)中 χ 的数值，所得结果对超导性的判定并没有参考价值。

用磁悬浮来判定是否超导最为直观也最受大众欢迎。如前所述，完全的磁悬浮能证明材料具有第二类超导体的一个重要性质，即相当大的临界电流密度，如果LK-99真能显示这种磁悬浮，就值得把它作为超导体继续研究了。

这里有必要谈几个与超导磁性测量有关的问题。目前常用SQUID磁强计来测量样品的磁化曲线和磁化率，要注意这种磁强计以超导线圈作为磁化器，适用于高场测量。由于超导线圈本身的剩磁，如果不做特殊处理或适当修正，用磁化电流算出的磁场会有高达 ± 1 kA/m量级的误差^[46]，这在弱场下(例如文献[1, 2]中 $H = 40$ 和 800 A/m)是不能容忍的。受钉扎的影响，在 $T \approx T_c$ 时完全处于体内的磁通难以排出体外，用定场冷却的方法测不出相应于迈斯纳效应的 $M_{eq}(H)$ 和 χ 。此时可采用在不同温度下测量高场磁滞回线并用扩展的临界态模型对其拟合的方法。本文所用高温超导体的各种临界磁场数据就是这样得到的^[17]。在研发新的高温或室温超导体的过程中，测量样品的交流磁化率是既经济又最简便可靠的技术。自发现高温超导体以来，笔者在这方面做了长期系统的研究，某些工作已在[47, 48]中有所提及。

参考文献

- [1] Lee S B, Kim J H, Kwon Y W. 2023, arXiv:2307.12008
- [2] Lee S B, Kim J H, Kim H T *et al.* 2023, arXiv:2307.12037
- [3] Quantum Experience LTD. Quantum Levitation: For undergraduate and high school teachers
- [4] Almog B. The Levitating Superconductor. 2012, TED Global 2012
- [5] 李永乐. 高中物理视频教程: LK-99到底是不是室温超导体? 抗磁性跟迈斯纳效应有啥区别?
- [6] Chen D X, Zhu Y H. *J. Magn. Magn. Mater.*, 2020, 514: 167007
- [7] 陈笃行. 磁测量基础. 北京: 机械工业出版社, 1985. p. 22
- [8] Wu H, Yang L, Xiao B C *et al.* 2023, arXiv:2308.01516
- [9] Guo K Z, Li Y, Jia S. 2023, arXiv:2308.03110v1

12 结论

以上的分析和研究说明，LK-99在永磁体极面的半悬浮，起因于其杂质铁磁样品在不均匀外场中所受的转矩和引力，而非抗磁样品所受的斥力，因而不能作为其显示迈斯纳效应的证据。具有强钉扎、大临界电流密度的高温超导体的锁定磁悬浮、磁悬挂现象，应归因于超导体在不均匀外磁场中的位移感生临界电流所受该磁场的复位洛伦兹力。在这种情况下迈斯纳斥力可以被忽略，是因为超导体在0.2 T量级的悬浮场中处于很不完全的迈斯纳态，其磁化率仅约-0.02。如果把量子锁定解释为点缺陷对于AV的钉扎，这个钉扎力只能与作用于其上的伦敦力抗衡而进一步反作用到超导电流上，与超导体受永磁体的力不相干。AV钉扎对磁悬浮的影响是通过临界电流密度 J_c 的影响实现的，强钉扎导致大 J_c 从而有大的悬浮和位置回复洛伦兹力。迄今通行的忽略迈斯纳斥力、用计算超导体内位移感生临界电流的分布和它受到的洛伦兹力来研究磁悬浮的方法是合理的。在寻找新的超导材料时，不要简单地在超导体与零电阻和迈斯纳效应之间画上等号，而要根据它们的派生性能，致力于得到电阻率和磁化率远小于最好导体和最强抗磁体的结果。

致谢 感谢北京原力辰超导技术有限公司在实验上的配合以及中国科学院物理研究所陆俊和东北大学李硕的协助和支持。

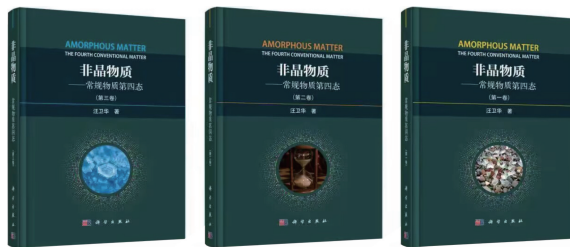
- [10] Meissner W, Ochsenfeld R. *Die Naturwissenschaften*, 1933, 21: 787
- [11] London F, London H. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1935, 149: 71
- [12] Chen D X, Navau C, Del-Valle N *et al.* *Physica C*, 2014, 500: 9
- [13] de Gennes P G. *Superconductivity of Metals and Alloys*, Addison-Wesley, 1966. p. 65
- [14] Poole C P, Jr, Farach H A, Creswick R J. *Superconductivity*. Academic Press, 1995. pp. 18, 288, 296
- [15] Tinkham M. *Introduction to Superconductivity*, 2nd edition. McGraw-Hill, 1996. pp. 156, 163
- [16] Chen D X, Moreno J J, Hernando A *et al.* *Phys. Rev. B*, 1998,

- 57:5059
- [17] Chen D X, Goldfarb R B, Cross R W *et al.* Phys. Rev. B, 1993, 48:6426
- [18] Brandt E H. Physica C, 2002, 369:10
- [19] Chen D X, Pardo E, Sanchez A. J. Magn. Mater., 2006, 306:135
- [20] Clem J R, Sanchez A. Phys. Rev. B, 1994, 50:9355
- [21] Chen D X, Navau C, Del-Valle N *et al.* Sci. Technol., 2008, 21: 105010
- [22] Chen D X. Physica C, 2014, 502:47
- [23] Bean C P. Phys. Rev. Lett., 1962, 8:250
- [24] Li S, Chen D X. Physica C, 2017, 538:32
- [25] Kim Y B, Hempstead C F, Strnad A R. Phys. Rev. Lett., 1962, 9: 306
- [26] Anderson P W. Phys. Rev. Lett., 1962, 9:309
- [27] De Gennes P G, Matricon J. Rev. Mod. Phys., 1964, 36:45
- [28] 张裕恒. 超导物理, 第三版. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2009. p.195
- [29] Brandt E H, Vanackenb J, Moshchalkov V V. Physica C, 2002, 369:1
- [30] Chen D X, Pardo E, Sanchez A. Appl. Phys. Lett., 2007, 90: 142512
- [31] Chen D X, Pardo E, Sanchez A. Physica C, 2010, 470:444
- [32] Chen D X, Moreno J J, Hernando A *et al.* Josephson-junction Arrays and High Temperature Superconductors. In: Studies in High Temperature Superconductors. New York: Nova Science, 2002. pp. 1—102
- [33] Castro J I, Lopez A. J. Low Temp. Phys., 2004, 135:15
- [34] Hull J R, Cansiz A. J. Appl. Phys., 1999, 86:6396
- [35] Yang W M, Zhou L, Feng Y *et al.* Supercond. Sci. Technol., 2002, 15:1410
- [36] Brown R. The Physics Teacher, 2000, 38:168
- [37] Aleksandrova I V, Koresheva E R, Koshelev E L. High Power Laser Sci. Eng., 2022, 10:e11
- [38] Navau C, Sanchez A. Supercond. Sci. Technol., 2002, 15:1445
- [39] Navau C, Sanchez A, Pardo E. IEEE Trans. Appl. Supercond., 2003, 13:2185
- [40] Navau C, Sanchez A, Pardo E *et al.* Supercond. Sci. Technol., 2004, 17:828
- [41] Qin M J, Li G, Liu H K *et al.* Phys. Rev. B, 2002, 66:024516
- [42] Yang W J, Quéval L, Ma G T *et al.* IEEE Trans. Appl. Supercond., 2020, 30:3602814
- [43] Brandt E H. Appl. Phys. Lett., 1988, 53:1554
- [44] Ouseph P J. The Physics Teacher, 1990, 28:205
- [45] Chen D X, Pardo E, Sanchez A *et al.* J. Appl. Phys., 2007, 101: 073905
- [46] Chen D X, Skumryev V, Bozzo B. Rev. Sci. Instrum., 2011, 82: 045112
- [47] Chen D X, Gu C. IEEE Trans. Magn., 2005, 41:2436
- [48] Chen D X, Skumryev V. Rev. Sci. Instrum., 2010, 81:025104

新书推荐

物质是什么？这是人类永恒的课题，也是人类对自然探索的最高使命之一。丰富多彩的非晶物质占自然界常规物质的很大部分，“非晶物质本质是什么”是物质是什么这个问题的核心内容之一，也是凝聚态物理乃至科学的难题之一。《非晶物质——常规物质第四态》分三卷，它用科普的语言，以典型非晶物质如玻璃、非晶合金等为模型体系，系统论述非晶物质是和自然界中气态、液态和固态并列的第四种常规物质，是常规物质的第四态。书中系统阐述了非晶物质的本质、特征、性能以及广泛和重要应用，全面介绍了非晶物质科学中的新概念、新思想、新方法、新工艺、新材料、新问题、新模型以及理论、奥秘、发展历史、研究概况和新进展，其中穿插了研究历史和精彩故事。本书力图把非晶物质放入一个更大的物质科学框架和图像中、放入材料研究和应用历史中、放到现实生活中去介绍和讨论，

读者和编者



让读者可以从不同的角度和视野来全面了解非晶物质，及其对科技发展、人类生活和文明的影响。

目前国内关于非晶物质科学的书籍偏少，这和蓬勃发展的非晶物质科学和广泛的非晶材料应用形势不相适应。这本书可作为学习和研究物质科学、物理和材料的本科生、研究生、科研人员的参考读物，也可供从事非晶科学、非晶物理、非晶材料、玻璃材料研究和产业的科研工作者、工程技术人员、企业家、研究生参考。