

大尺度薛定谔猫态制备新方法*

张轩晨¹ 胡知遥^{1,2} 刘永椿^{1,3,†}

(1 清华大学物理系 低维量子物理国家重点实验室 北京 100084)

(2 西安交通大学物理学院 西安 710049)

(3 量子信息前沿科学中心 北京 100084)

2024-03-28收到

† email: ycliu@tsinghua.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20240407

“薛定谔的猫”源于薛定谔在1935年提出的著名思想实验^[1]。在这一思想实验中，一只猫与一个由放射性元素控制的毒气瓶被关在一个密闭容器中，放射性元素的衰变会打破毒瓶，导致猫的死亡。由于衰变是一个概率性事件，量子力学理论表明：放射性元素在测量前会处于衰变与未衰变的叠加态。这样，猫的死亡和生存这两种宏观状态就与放射性元素是否衰变纠缠在一起，形成了生与死的叠加。在最早提出这一思想实验时，薛定谔希望用这样有违常理的结果说明量子力学理论的不完备性。今天，研究者已经在离子阱、光学腔和超导电路等多种物理系统中制备出了介观尺度的“薛定谔的猫”^[2-4]，人们也常用薛定谔猫态来指代两种不同宏观状态的量子叠加，其研究对理解宏观尺度量子效应有重要意义^[5]。2023年，瑞士苏黎世联邦理工学院的研究组在一个16 μg的晶体上制备出了两种振荡状态的叠加，是迄今为止最重的薛定谔猫态^[6]。

在各种薛定谔猫态中，多粒子最大纠缠态(Greenberger—Horne—Zeilinger态，简称GHZ态)^[7]是一个典型的例子，最早用于基础研究中对量子非局域性的检验，其最大纠缠的特性也在量子信息中应用广泛^[8]。在精密测量领域，GHZ态能够达到海森伯极限的测量精度^[9, 10]，即测量误差 $\Delta\theta \propto 1/N$ ，其中 N 为GHZ态的粒子数。可以发现，增大GHZ态的粒子数是提升测量精度的关

键。然而，使用现有的一些制备方法很难得到大粒子数的GHZ态，主要是因为这种量子态非常脆弱，极易被环境噪声所破坏，其纠缠特性会在仅仅损失一个粒子的情况下完全丢失。例如，人们可以借助一种名为单轴扭曲的相互作用在集体自旋系统中制备GHZ态^[11, 12]，但这种方法需要很长的演化时间。当粒子数比较多时，体系往往在演化完成之前就被退相干和粒子损耗等因素破坏了。因此，制备大尺度GHZ态需要寻找一种能够对抗环境噪声的全新方法。

为了解决GHZ态容易在制备过程中被环境噪声破坏的问题，我们提出了一种被命名为集体自旋XYZ模型的全新模型^[13]，并创新性地引入了三体相互作用。为了形象地描述这一模型下自旋态的演化，我们绘制了广义布洛赫球上准概率分布随时间的变化，如图1所示。在演化初期，XYZ模型与著名的双轴扭曲模型^[11]效果类似，能沿赤道方向对一个自旋相干态进行拉伸(从广义布洛赫

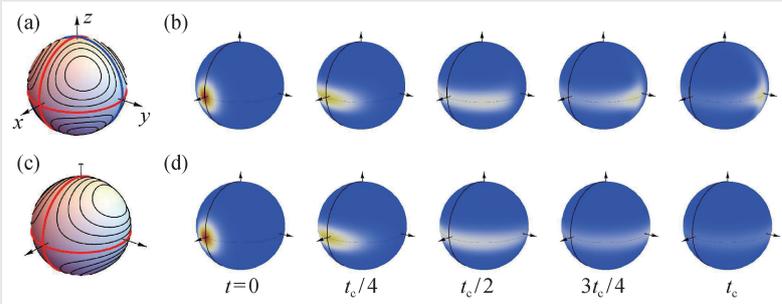


图1 XYZ模型(上图)与双轴扭曲模型(下图)的对比 (a, c)两种模型的空空间轨迹，可以看到，XYZ模型多出了一条由蓝色实线表示的分界线；(b, d)量子态在广义布洛赫球上的准概率分布随时间的演化。XYZ模型会使量子态“停留”在 y 轴的两个端点附近，形成类GHZ态，而双轴扭曲模型不会

* 国家重点研发计划(批准号: 2023YFA1407600)、国家自然科学基金(批准号: 12275145; 92050110; 91736106; 11674390; 91836302)资助项目

球上的一个圆形变成椭圆)。经过一段时间的演化之后,由于XYZ模型在 y 轴上有两个额外的不动点,自旋态会近似“停留”在这两点附近,形成球面上中心距离最大的两团准概率分布的相干叠加,非常接近于标准GHZ态的准概率分布,我们将其称为类GHZ态。这一模型的主要优势在于:类GHZ态的制备时间反比于粒子数 N ,因此在粒子数较多时,我们能够在极短时间内得到类GHZ态,从而大大削弱了环境噪声对演化的影响。

接下来需要考虑的问题是:如何在真实物理系统中产生前面提到的XYZ模型。目前实验上只实现了两体相互作用集体自旋模型,比如单轴扭曲模型^[14-16]。为了产生需要的三体相互作用,我们提出了一种动力学调控方法,在单轴扭曲模型的基础上,通过施加调控脉冲合成出等效的XYZ模型^[13]。具体来说,我们设计了如图2(a)所示的脉冲序列,沿两个正交轴施加周期性的旋转脉冲,使自旋态依次沿三个坐标轴进行扭曲。这种设计可以将演化中的两体相互作用部分抵消,并利用三段演化的不对易性产生所需的三体相互作用,得到等效的XYZ模型。在脉冲间隔足够短时,该

方法得到的结果与XYZ模型符合得很好。

前面提到过,直接使用单轴扭曲模型也能制备GHZ态,但所需的演化时间太长,自旋态往往在演化完成前就被退相干和粒子数损耗所破坏。相比之下,通过脉冲调控得到的XYZ模型极大缩短了类GHZ态的制备时间,如图2(b)所示,因此能够在环境噪声引起显著影响前制备出所需的量子态。为了更具体地说明这一优势,我们在数值上模拟了超辐射对演化造成的影响^[13]。超辐射是原子的一种集体退相干行为。在以光腔为中介的单轴扭曲模型中,超辐射来源于光子从腔内泄露到环境中的过程,是这一模型中起主要影响的耗散行为^[17]。我们使用量子Fisher信息作为指标来定量衡量量子态在精密测量方面的性能,得到了如图2(c)所示的数值模拟结果,其中颜色从蓝到红代表我们方案相较于单轴扭曲模型的优势逐渐变大。可以发现,由于该方案的制备时间反比于粒子数 N ,它在粒子数较大以及退相干较强的情况下都具有更显著的优势。

在得到类GHZ态之后,我们可以将它用在量子精密测量中,来得到极高的测量精度。对于一个标准GHZ态,人们可以通过测量

宇称来获取待测相位的信息。简单来说,就是要统计朝上自旋数目的奇偶性,其平均值会根据待测相位的大小发生显著振荡,这一现象也常用于实验中对GHZ态的检验^[18, 19]。如图3(b)所示,在待测相位为0时,GHZ态只在偶数个自旋朝上的状态上有占据,对应的宇称取值为1。在施加一个很小的待测相位后,GHZ态的占据情况就会发生显著变化,有相当一部分占据到奇数个自旋朝上的状态,这也体现在宇称平均值的迅速下降,从而提供了待测相位的信息。如图3(a)所示,我们对XYZ模型制备的类GHZ态与标准GHZ态的宇称振荡行为进行了比较。在待测相位很小时,二者的结果非常接近,这表明XYZ模型的确

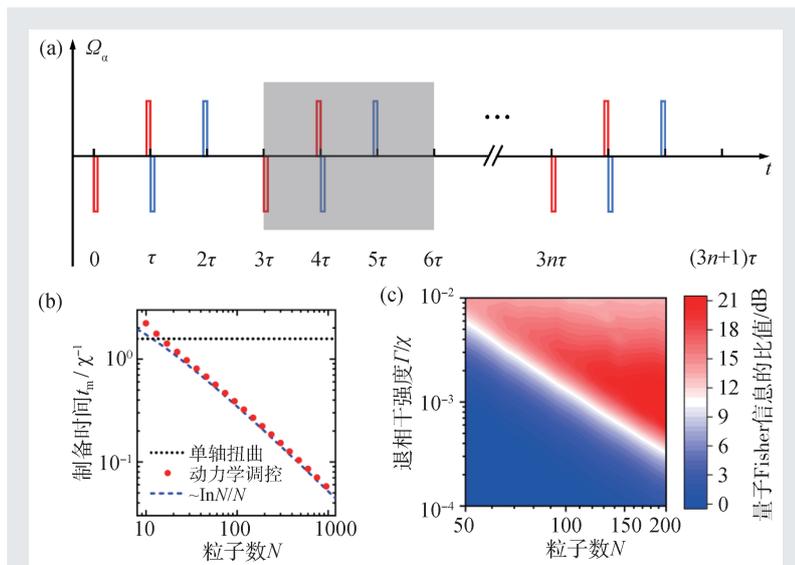


图2 动力学调控方法 (a)脉冲序列示意,红框和蓝框分别代表沿 x 轴和 y 轴施加的 $\pi/2$ 脉冲,朝上和朝下代表两个相反的旋转方向;(b)动力学调控方法制备类GHZ态需要的时间与粒子数 N 的关系,服从蓝色虚线所示的标度律正比于 $1/N$,在粒子数较大时显著低于单轴扭曲模型需要的时间(黑色点线);(c)在有退相干的情况下,动力学调控方法与单轴扭曲模型得到的(类)GHZ态的对比,图中颜色反映了二者量子Fisher信息的比值

能够制备出与标准 GHZ 态性质十分相似的量子态。当然，类 GHZ 态还包含一些标准 GHZ 态以外的成分，这些成分会使宇称的振幅下降，但只在待测相位较大时起作用。

量子精密测量的精度受限于海森伯不确定关系，能达到的最高精度由著名的海森伯极限给出，即测量误差与粒子数成反比。GHZ 态就是一种能够达到海森伯极限的重要量子态。从图 3(c) 可以看到，XYZ 模型制备出的类 GHZ 态也能达到这样的精度极限。因此，在量子精密测量中，类 GHZ 态与标准 GHZ 态具有几乎相同的性能。

在实际使用中，GHZ 态还会受到粒子数损耗的严重影响。用 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 代表粒子可能处在的两种状态(自旋朝上和自旋朝下)，一个标准 GHZ 态可以表示为 $(|\uparrow\uparrow\cdots\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\cdots\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ 。这意味着：所有的粒子要么同时处于 $|\uparrow\rangle$ 这个状态，要么同时处于 $|\downarrow\rangle$ 。因此，只要有一个粒子的状态确定了，整个体系就会坍缩到其中一个无纠缠的状态。也就是说，在仅仅损失一个粒子的情况下，GHZ 态的纠缠性质就被完全破坏了。与之不同的是，使用 XYZ 模型得到的类 GHZ 态对损失粒子具有一定的鲁棒性。我们发现：在丢失少量粒子的情况下，类 GHZ 态仍然能够保持较大程度的纠缠^[13]。这主要是因为它包含了除 $|\uparrow\uparrow\cdots\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\downarrow\cdots\downarrow\rangle$ 以外的成分，这些成分在丢失部分粒子的情况下还保留着相干性。因此，即使是在粒

参考文献

[1] Schrödinger E. *Naturwissenschaften*, 1935, 23: 844
 [2] Monroe C, Meekhof D M, King B E *et al.* *Science*, 1996, 272: 1131
 [3] Wang C, Gao Y Y, Reinhold P *et al.* *Science*, 2016, 352: 1087
 [4] Song C, Xu K, Li H *et al.* *Science*, 2019, 365: 574
 [5] Fröwis F, Sekatski P, Dür W *et al.* *Rev. Mod. Phys.*, 2018, 90: 025004
 [6] Bild M, Fadel M, Yang Y. *Science*, 2023, 380: 274
 [7] Greenberger D, Home M, Shimony A *et al.* *Am. J. Phys.*, 1990, 58: 1131
 [8] Zhao Z, Chen Y, Zhang A *et al.* *Nature*, 2004, 430: 54
 [9] Bollinger J J, Itano W M, Wineland D J *et al.* *Phys. Rev. A*, 1996, 54: R4649

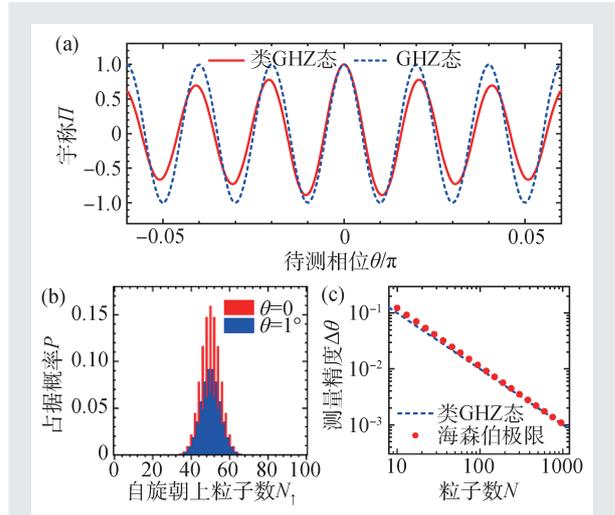


图3 宇称振荡行为 (a)类GHZ态的宇称平均值与待测相位 θ 的关系; (b)在宇称测量中,标准GHZ态占据情况的概率分布。对应 $\theta = 0$ 的红色部分只占据了偶数 N_1 的情况,而对应 $\theta = 1^\circ$ 的蓝色部分则在奇数 N_1 上面占据更多; (c)类GHZ态在宇称测量中得到的测量精度,几乎达到了黑色虚线代表的海森伯极限

子损失比较严重的环境中，我们的方案依然具有一定效力。

该工作提出的三体相互作用集体自旋模型是一项理论上的重要突破，它指出了高阶相互作用在制备特殊量子态方面的一项优势，为大尺度量子纠缠态的制备开辟了新的道路。未来，这一理论方案有望应用在多种实际物理系统中，制备出包含大量粒子的薛定谔猫态，为量子信息处理和精密测量提供重要的量子资源。相关研究成果近期发表在 *Physical Review Letters* 上^[13]。

[10] Leibfried D, Barrett M, Schaetz T *et al.* *Science*, 2004, 304: 1476
 [11] Kitagawa M, Ueda M. *Phys. Rev. A*, 1993, 47: 5138
 [12] Agarwal G S, Puri R R, Singh R P. *Phys. Rev. A*, 1997, 56: 2249
 [13] Zhang X, Hu Z, Liu Y C. *Phys. Rev. Lett.*, 2024, 132: 113402
 [14] Gross C, Zibold T, Nicklas E *et al.* *Nature*, 2010, 464: 1165
 [15] Leroux I D, Schleier-Smith M H, Vuletić V. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 104: 073602
 [16] Hines J A, Rajagopal S V, Moreau G L *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2023, 131: 063401
 [17] Norcia M A, Lewis-Swan R J, Cline J R K *et al.* *Science*, 2018, 361: 259
 [18] Sackett C, Kielpinski D, King B *et al.* *Nature*, 2000, 404: 256
 [19] Omran A, Levine H, Keesling A *et al.* *Science*, 2019, 365: 570