杨振宁论科学之美与科学创造*

厚字德节

(山西大学科学技术史研究所 太原 030006)

2023-11-20收到

† email: hyd630418@sina.com DOI: 10.7693/wl20240608

杨振宁对物理学之美,尤其是理论物理学之美有过长期的关注和深入思考,在20世纪80年代初开始发表相关研究著述。他认为理论物理之美不仅存在,还在演变中愈发丰富;理论物理之美不仅给物理学家以美的愉悦,还对他们关键的创新工作具有重要的引导作用。正确归纳、阐述杨振宁的相关思想,不仅具有基本的学术价值,还具有总结与提炼科学方法之作用。要达到这样的目标,全面整理并深入解读杨振宁在该领域的著述是研究的基础;杨振宁的访谈中针对其中关键问题的解答,为科学美如何介入科学研究提供了恰当的具体案例;杨振宁解答关于科学美问题的回函,充分展示了他感受数学美的一个独特视角,也揭示了他培养感受科学美感的直觉能力的一种有效方法。

美感兼具客观性和主观性,科 学美还具有专业知识属性——不懂 科学的人,即便是伟大的艺术家也 难以感受到科学所蕴含的独特美。 杨振宁对科学美,尤其对物理和数 学之美,有过长期的关注和深入的 思考。杨振宁有时候一般性地称其 为"科学美",有时候则更具体地称 之为"物理美"或"理论物理之 美", 而更准确地说, 他所关注和思 索的,主要是理论物理领域各个层 次所展示出来的科学美。1982年杨 振宁发表了第一篇重要的讨论美与 物理学的文章,该文于1988年由张 美曼译成中文(图1)[1]。在文中他明 确指出:"科学中存在着美,所有的 科学家都有这种感受。"这一表述除 肯定科学美的存在,还反映出杨振 宁对科学美以专业知识为基础的属 性有清晰的认识。杨振宁曾用几个 关键词概括理论物理学之美:"和 谐、优雅、一致、简单、整齐等 等,都与科学中的美,特别是与理 论物理中的美有关。"进而他却发现 难以用这些词恰当定义科学美。他 对此的理解是科学家在一个时期很 在意和谐、一致,而在另一个时期 却更重视优雅、简洁或其他, 这意

味着物理学中美的概念不是固定 的,而是动态的、发展的。

1 杨振宁对理论物理美之动 态性的深入阐释

理论物理学中美的内涵处于变化之中,杨振宁认为其根本原因在于"理论物理学的题材是发展的"^[1],物理学家对美的感受也随之改变。为了描述物理学新领域中的新现象,必须提炼出前所未有的标志性新概念,如加速度、力、引力、场、波粒二象性、量子化等等,都是不同时期标志着物理学发

缔造了物理学又一完美的理论体系。

理论物理美之动态性还与理论物理日益数学化密切相关,甚至可以说理论物理美是经过其不断地方。物理学的数理学的数法创于伽利略,杨振宁说伽利略对方法,也为创造明验的重要发展,杨振宁指出,物理之前,杨振宁指出,被理学的重要发展,杨振宁指出,狭义相对论的基础是超直观的数学四维时空概

第十卷 & SS 類 1 9 8 8 1 第 10URNAL OF DIALECTICS OF NATURE

・科学哲学・

美和理论物理学

[美]杨振宁

科学中存在费,所有的科学家都有这种感受。美的定义是什么: 市伯斯特 (Webster) 大学养养中对美进法律定义的"一个人走一种事物具有的品质点品质的综合。它愉快患官或 使思想或精神得到愉快的满足。"这是一个不到25个字的简洁的定义。《在美语中证保 际仅 24个同——详者注》当然,美的概念实际上比这个定义复杂得多。你会问在文学、验证、 东和科学中,美的含义是什么;当你这样提问时,你会拿识到,这个问题相当复杂。也许很 准始出一个周全的定义。 毫无疑问。很早科学家引戴惯得科学中盛含旁妙的美。1542年出版的哥白尼的伟大著作

毫无疑问。根外科学或自健機科科中丰盛含粉的的类。515年出版的新生品的抗去落作。 天体运行论。中的第一切活是"在哺育人的无数"首的多种多样的条件新艺术中,我认为 首先应该用金调的方来研究那些与最美的事物有关的东河"。新自己选择这样一切该来开始 他的著作,情楚她走明了他是多么改黄科学中蕴含的类。实际上通观全书,人们会发现还有一些类似的股票也表现了他们等的性性。

今天,不同科学学科的美观密切相关,又不完全相同。我的题目是理论物理中的美,如 非政府省(Lipscomb)教授已经强调的那样,物理学——当然总统思论物理学——中的许多美 是与董中申翰美丽泰全素蓄积长形。1870年,19世纪教作大的编号学文——发京第十分等。 weil) 在被任不列颠学会中数学物理学部 A 组主席的演说中,读到他对一位卓越的数学家、 首任主题序或斯特(5) twester)教授的印象。他说,两尔威斯特具有"郑阳性坚重的数全。 他想到这是一切知识之本,一切快乐之源。它构成了各种行动的前题。这位数学家首先具有 对常的规划。"

图1 杨振宁论述理论物理之美的第一篇重要 文章

^{*} 教育部人文社科研究项目(项目批准号: 20YJAZH036)

念,广义相对论建立在黎曼几何基础之上,量子力学概念的数学基础是无限维的希尔伯特空间,规范场论建立在纤维丛几何之上。随着一个又一个漂亮而抽象的数学理论的介入,理论物理由此获得更为丰富的科学美:"所有这些数学发展对20世纪的物理学是非常重要的,它们相当抽象又非常美丽。"[1]

杨振宁所阐述的理论物理美的 动态性,其实质就是随着理论物理 的发展,有精致的概念、具有美妙 结构的理论、具有结构美的数学工 具等,不断出现并充实到理论物理 之中,从而使理论物理的美更加丰 富、更加色彩缤纷。

2 杨振宁论理论物理美的三 个层次

杨振宁深入研究理论物理之美 后指出,它包括三个基本层次,分 别是:现象之美、理论描述之美与 理论结构之美。他同时强调,这三 个层次之间并非彼此泾渭分明,不 存在明确的分界线^[1]。

杨振宁认为理论物理现象美还 分为两种,即直观的自然美与抽象 或想象的物理美。前者直观可见, 杨振宁以彩虹为例予以说明:"早在 童年时,看到虹我们会脱口而出 '美极了'。"[1] 杨振宁进一步以物理 学家对行星轨道的认识、对原子谱 线与外界条件无关结论的认识、对 微观超导现象的认识为例, 说明理 论物理的现象美不都如彩虹美那样 直观,有些还需要基于一定抽象的 专业知识、经过间接的实验测量(如 物理学家看不到导体内的运动电 荷,但可以测量宏观量电流强度的 变化与否),以及物理学家的想象 (如想象行星光滑的椭圆轨道、想象 原子类似太阳系的有核模型等),才能被物理学家感受到。第二种情形与直观的自然美在感受方式上存在巨大的差别,但也有相同之处,即一旦搞清楚这些非直观可见的复杂现象,物理学家与观察到直观的自然美一样,也喜悦、惊讶与惊奇,从而获得美的感受^[1]。总之,理论物理现象之美,给物理学家的或是直接的爽心悦目,或是间接认识后产生的不可思议的惊讶与惊奇。

杨振宁以库仑定律、热力学第 一、第二定律以及放射元素指数衰 变定律等为例,说明这些定律都是 对表面上杂乱无章的物理现象精准 而简洁的描述,都实现了用一个简 单的公式, 充分表述某一类复杂现 象的目标,揭示了现象背后的本质 关系,都是"漂亮的"、"很美的" 理论描述[1]。因此,理论物理的描 述之美,即指用最为简洁的数学公 式对复杂自然现象的描述。对现象 的纷繁复杂性认识得越深刻,对理 论物理描述美的感受即愈强烈。理 论物理描述之美是一种简洁美,一 定意义上它是理论物理学家对研究 结论的表述方式之极致追求使然。 而在做这种极致追求时, 物理学家 感受美的能力发挥着决定性的作 用。杨振宁曾借用狄拉克的话揭示 这一道理:"使一个方程具有美感比 使它去符合实验更重要。"[1]而什么 样的方程才最具有美感, 需要理论 物理学家本人去感悟和把握; 杨振 宁指出狄拉克有"感知美的奇异本 领"[1],认为这是狄拉克能做出重 要科学贡献的决定性因素。

自然界存在并非一目了然的各种结构,如元素周期律、原子的有核结构、水分子中氧原子和两个氢原子的空间排列关系、以点阵为基

础的各种晶体的对称结构, 月亮按 照一定周期围绕地球转, 地球又带 着月亮按照一定的节奏围绕太阳转 动等等,都包含着美妙的结构。杨 振宁以元素周期表为例, 指出性质 相似的元素纵列排在一起,人们可 以按照这个规律去发现新的元素, 这很美妙, 但是仍属于现象美范 畴[1]。量子力学诞生后,物理学家 借助群论这一数学工具才得以描述 和解释周期表内涵的特性, 如周期 性为什么存在等等[1]。与此相类, 物理学家一旦认识到一种自然界结 构, 如行星运动的椭圆轨道、原子 的有核结构等,会有洞察奥秘、明 心见性、豁然开朗的愉悦和美感, 因为他知道自己的身体也是由这样 的原子构成的; 而一旦在数学中找 到与大自然结构相似, 因而恰好能 反映后者的数学工具,比如群论、 纤维从等等时, 两种结构恰如其分 的精美契合,会让科学家感受到另 外一种震惊与美妙。正如杨振宁所 说:"自然界为它的物理定律选择这 样的数学结构是一件神奇的事"[1]。 因此, 物理学理论结构之美, 不仅 指大自然具有的优美精致之结构, 也不仅指理论物理能反映这种美, 还包括这种自然结构之美与数学理 论结构美之间的契合。物理学家为 之震惊并感到神奇, 很大程度上是 因为, 那些对物理学极为有效的具 有一定结构的数学理论, 多数是数 学家在不了解大自然的结构、不知 道物理学理论的前提下, 按照数学 方法主观构造出来的!

简单地说,物理学家对理论物 理学三个层次之美的感受有所不同: 数学家主观构造的数学能奇妙地描 述自然现象并揭示自然现象内在的 奥秘,这令理论物理学家困惑;理 论物理的理论描述之美,使物理学家头脑中涌现优雅、简单、整齐等与美有关的词汇;而理论物理的结构美,则直接震撼物理学家的灵魂。杨振宁曾指出,理论物理的结构美给予他的是无与伦比的震撼,他由此感受到了"一种庄严感,一种神圣感,一种初窥宇宙奥秘的畏惧感。……(这)是筹建哥德式教堂的建筑师们所要歌颂的崇高美、灵魂美、宗教美、最终极的美。"[2]

对于牛顿运动方程、麦克斯韦 方程组、爱因斯坦的相对论方程、 狄拉克方程和海森伯方程1)等基本方 程, 杨振宁有过这样的评价: "它们 提炼了几个世纪的实验工作与唯象 理论的精髓, 达到了科学研究的最 高境界。它们以极度浓缩的数学语 言写出了物理世界的基本结构,可 以说它们是造物者的诗篇。"[2] 这是 杨振宁对理论物理学的描述之美与 理论结构之美的最高赞颂。如果自 然现象本身没有结构之美, 也就没 有这些基本方程;如果没有恰当的 数学,也不会写出这些基本方程。 因此,理论物理的理论描述之美及 结构之美,是借助数学反映和揭示 出来的自然美。

3 杨振宁论科学美与科学创造

1985年1月在香港中文大学, 杨振宁谈到科学家如何在广泛的事 实中选择值得研究的内容时指出: "如果把不同科学家的工作拿来比较 一下,就会发现他们的取舍方针很 不同,他们对于自然现象里的规律 和其美与妙的了解不同,这就决定 了他们的风格,也由此而决定了他 们的工作的重要性。"^[2] 这是他对科学美感决定科学家的研究视角和研究风格这一观点的准确描述,也是对自己科研风格的一种总结。孙昌璞曾这样评价杨振宁的科学美造诣及寓于其成果中的科学美:"杨振宁是理论物理之美的创造者和实践者,规范场和杨一巴克斯特方程堪称其美之创造典范。在很多非常具体的工作中,杨先生创造和把握'美'的能力可谓登峰造极。"^[3]

杨振宁和爱因斯坦同为伟大的 理论物理学家, 共同的研究领域、 面对类似的难题、解决难题的类似 经历和感悟, 使他们有诸多相似的 科研心路历程。当杨振宁功成名就 后总结其理论物理研究方法时,他 常常去学习爱因斯坦在自己类似时 期的类似自我描述。功成名就的杨 振宁为什么要阅读爱因斯坦的这类 著述?显然在回首科研往事时,在 这两位理论物理学家之间,发生了 "现在"(杨振宁)与"过去"(爱因斯 坦)的思想共鸣。通过杨振宁1979 年在谈论理论物理的方法时引用的 爱因斯坦的关键语句, 可以感受到 他们二人思想共鸣的涟漪和余音。 在爱因斯坦诸多同类话题著述中, 杨振宁选择引用了这样的语句: "……理论物理的基本假设不可能从 经验中推断出来,它们必须是不受 约束地被创造出来……经验可能提 示某些适当的数学概念, 但可以非 常肯定地说,这些概念不可能由经 验演绎出来……"[4]这句话为何重 要? 因为它深刻地揭示了理论物理 学创造性研究的本质,理论物理研 究中提出的假设以及基于假设的新 理论,不能违背实验经验,但是它 不是由实验经验直接归纳或推论出 来的,而必须依赖理论物理学家大 胆、严谨的创造性构思; 与此相 似,数学概念也不能由经验直接演 绎出来, 也必须依赖数学家的创造 性思维。所谓原创科研就是"无中 生有"地提出新的概念、创造出新 的理论。这也是科学原创性工作艰 难因而也格外重要的原因。理论物 理的理论描述之美与结构之美,不 是经验事实不断累积过程中自发涌 现并赋予理论的,因而只能源于理 论物理学家或数学家的思想创造。 这一认识可以由杨振宁概括爱因斯 坦思想的语句中直接看出:"爱因斯 坦从自己的经验及本世纪初物理学 的几次大革命中认识到, 虽然实验 定律一直是(而且继续是)物理学的 根基,然而,数学的简和美对于基 础物理概念的形成起着越来越大的 作用。"[4] 前面说过,杨振宁认为, 理论物理的美是动态的、与时俱进 的,在这里杨振宁又指出,数学的 简与美对基础物理概念的形成起着 越来越大的作用。这两个关于理论 物理和数学美之作用的"动态"叙 述,描写的不是彼此无关的两件 事, 二者应该有密切的内在关联, 即前者是表现形式, 而要靠后者去 具体实现。这样,才能与前文所做 的总结一致起来:"理论物理的理论 描述之美及结构之美,是借助数学 反映和揭示出来的自然美。"因此, 理论物理学家的科研创造过程,就 是物理现象与数学知识、数学理论 合理交融的过程: 理论物理的非现 象美,不是直接源自实验经验的累

1) 杨振宁所说的海森伯方程指的是量子力学的对易关系式: $pq-qp=-i\hbar$ 。此方程最早由玻恩写出,由约当证明。因此应该称为玻恩方程。玻恩去世后,人们将这一方程镌刻在了他的墓碑上。在 2002 年《物理》杂志刊出杨振宁这篇文章时,为此方程做注以纠正原文的说法: "事实上海森伯并未写下这个方程。他当时的数学知识不够。"详见: 杨振宁.美与物理. 物理, 2002, 31(04): 199。

 积,而是数学美向物理学深刻渗透 所带来的结果。1980年杨振宁在 演讲中引用爱因斯坦的另外一句 话,充分揭示了数学对于理论物理 的创造性研究,因而对理论物理之 美的决定性作用:"创造性的原理存 在于数学中。"^[4]

2015年12月22日(图2), 笔者曾向杨振宁提出一个问题:"杨先生,毫无疑问物理学是实验科学,您也常常强调这一点;但是,您也曾明确提出,理论物理学家对于数学或理论物理美的直觉感受,往往能帮助他取得重要的科学成就。您可否结合具体案例对此再做些深入说明?"杨振宁对这一问题的回答是:

这个问题可以用我和Mills提出 规范场理论的例子做说明。有两件 事情恰巧在那时候相遇,因此就产 生了那篇文章和这个理论。第一件 事情是发现了很多新的粒子,有很 多文章讲各种新粒子之间怎么相互 作用,众说纷纭。我想这样不行, 得有个原则来支配这些乱七八糟的 东西, 这是第一个重要的点。每二 个呢,恰巧我对韦尔1929年提出的 电磁场的规范不变性2) 颇有兴趣, 觉得它很奇妙, 但这更是一种数学 欣赏。因为那时候大家都感觉它就 像一朵好看的花,但没有什么真正 的用处。可是我对这个大家觉得没 有用处的美的东西,特别欣赏。我 想这是因为我比同时代的物理学家 对数学的认识多一些, 能感觉到有 很妙的数学在这里边。第一点可以 说是物理的见解, 第二点是数学的 见解,恰巧我把这两个联系在了一 起。接下来我就想去找一个与韦尔 的规范场相一致的原则, 结果就写 出了最初关于规范场的文章。后来 我把这个原则归纳成一句话:"对称 性支配相互作用。"3)200年以后人 们问杨振宁对物理的贡献是什么呢? 答案就是这句话,我就是找出了一 个基本的原则,它的重要性在于它 是一个总体的原则, 能把本来乱七 八糟的东西都包括在其中。现在美

中场来的什找后向性或现发的有于对,。要要以物前才是包引称还我研把做理类声引机,不要要做理类有引起,对性没想究对拓学似可处的,以方称、出的能

包容引力场。

杨振宁叙述的如何以美的观点 去指导或影响科学研究的这个案例 表明:他之所以能提出重要的规范 场理论,有三点十分重要。第一, 他对当时粒子物理学的研究现状以 及必须首要解决的关键问题,看得 透、把握得准。在这个层面,在他 提出规范场理论之前, 粒子物理领 域实验事实累积的"现状"所呈现 的是:诸多现象"乱七八糟"堆在 一起的一种非美的状态。第二,他 乐于深入品味在很多人看来没用的 数学理论,如规范不变性的数学描 述,虽然当时它看似毫无用处,但 他感受到了寓于其中的美妙结构。 事实上,规范场理论的美就蕴含在 其中,解决粒子物理学"乱七八 糟"非美现状所需要的创造性,也 蕴含于其中。第三,最为关键和重 要的是,在前两点的基础上,在适 当的时侯杨振宁能将那个美妙的数学 结构与将要攻克的物理难题, 创造 性地联系起来,由此发生"化学反 应"的结果是涌现建立新理论的思 路、彻底解决问题,进而完成重要 的科学创造,成功提出规范场理论。

杨振宁自己思考并借鉴爱因斯 坦对理论物理创造性及理论物理美 的阐述,给出了对相关话题的自我 阐释。基于两位在相关话题上的诸 多阐述,我们可以最终概括出两点: 理论物理除了现象美之外的所有美 感,均来自于数学美,理论物理的 创造性,很大程度上在于敏锐发现 并创造性地应用了合适的数学工具。



图2 2015年12月22日,本文作者与杨振宁先生合影

2) 杨振宁在《韦尔对物理学的贡献》一文中指出,虽然此前有多位科学家曾模糊地提到,但是韦尔1929年的一篇重要文章才清晰地确定了规范变换的概念。详见杨振宁著,翁帆编译. 曙光集. 北京:生活·读书·新知三联书店,2018. pp.83—86。

3) 杨振宁曾撰文专门阐述这一思想,详见:杨振宁.对称与物理.广西民族大学学报(自然科学版),1994,19(04):297—307。更早杨振宁于1982年1月21日曾在香港中文大学做题为"对称与20世纪物理学"的演讲,详见:杨振宁.杨振宁文集(上).上海:华东师范大学出版社,1998.pp.355—373。

4 杨振宁感受数学美的一个 新视角

2015年12月22日,在杨振宁 先生寓所与他交流时,谈到数学之 美,他举的一个例子是柯西定理: "柯西定理是一个古怪的方程,积分 转一圈,如果圈内没有奇点,积分 结果等于零。这个定理的发现者一 定觉得这个结论妙不可言;我想任 何一个人真正懂了这个定理以后, 都会觉得惊讶,这真是美妙极了。" 2019年3月21日,本文作者给杨振 宁先生写了一封邮件:

杨先生:

2015年您曾对我说:第一个发现 $\oint_{(L)} f(z) dz = 0$ 这个公式的人一定激 动并惊讶不已,因为这个结论太美 妙了。说实话,您的说法当时令我 困惑,现在也是。所以今日特就此 向您请教。按照复变函数理论,一个复变函数,如果是解析的,即在

区域内连续可导, 借助格林公式,

您好!不知道您是否记得——

则柯西定理是轻易可以导出的必然 结果: $\oint f(z) dz = 0$

可以从物理学的角度去理解这个等式,如它代表沿任何闭合路径计算重力随位置变化所做的总功结果为零: $\oint_{(L)} mg \cdot dI = 0$ 。这一结论同

样适用于静电场等所有无耗散的保守力场。因此,在我看来,无论从数学知识还是从物理实际案例的角度,柯西公式似乎都是一个必然的 结果而不具有其他深刻的寓意。我想请教您的是:当您以这个公数学 想请教您的数学研究结论一定令数学 家感觉惊奇时,柯西定理的数学知

Re:杨先生: 向您请教个问题 ★ 🛭 🕾

frankcn yang 于2019年3月21日 星期四 下午15:20 发送给 hyd630418... 查看

YD.

The theorem is amazing because

- 1) The integral is ALONG a path.
- 2) But it is true only if EVERYWHERE in the INERIOR of the loop the function is differentiable. The interior INFLUENCES the values of the function along the path!!!!

在 2019-03-21 12:59:49, hyd630418@sina.com 写道:

图3 2019年3月21日杨振宁先生回函

识背景、推导过程以及对应的物理 内涵,在您的脑海里是如何浮现的? 您的说法是思考这些内容之后得出 的感受,还是仅就这个式子的简洁 表达形式本身而言的呢?

请您回忆一下。多谢, 祝健康愉快。厚宇德

杨先生提到的柯西定理, 仅是 柯西定理的最简单情形, 即单连通 区域柯西定理,这个定理可以很容 易地予以证明[5]。证明过程完全基 于数学上已知的格林公式,复变函 数积分与解析函数等相关定义,以 及解析函数实部与虚部满足的柯西 一黎曼条件。因此,在笔者看来, 一切自然而然,既无意外,也没什 么令人惊奇之处。打个比方,这个 公式之所以成立,本质上就像在滴 水皆无的沙漠里用竹竿围起个封闭 的栅栏L,并在栅栏内也埋栽若干 竹竿, 然后计算被栅栏 L 围起来的 那块沙漠区域内成活的竹子的根数 N, 一般而言必有下式成立:

$$N = \sum_{n=1}^{\infty} (\uparrow \uparrow \stackrel{\text{def}}{=})_n = 0 ,$$

如果在极限近似情况下,将组成栅栏的竹竿密集排布视为连续排布,这个式子也可以类似地写成与单连通区域柯西定理相同的形式:

$$N = \oint_{(I)} f(n) dn = 0 .$$

这个公式反映的是毫无意外的必然

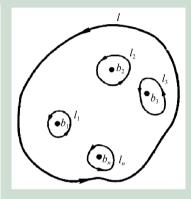


图4 留数定理说明图[5]

结果: 栅栏 L 围起的沙漠中成活的 竹子数为零。如果不然, 才会令人 觉得不可思议——那一定是埋栽于 滴水皆无的沙漠上的竹竿, 有的竟 然生根成活了, 这才会令人不解、 令人惊讶。这正是杨先生对柯西积 分有那种强烈反应, 令笔者费解并 致函请教的原因。

在致函杨振宁先生的当天下午,即收到回函(图3)。

笔者反复阅读并认真体味这几句话,最后发现杨振宁的做法竟然是跳出数学概念的内涵、几个量之间满足的数学关系,也不在意具体的分析与推导过程,而面对最多之一个。 这数学结论的公式,完全依据本能和直觉去感悟和洞察空间奥体分析。 有这样忘却自然而然的具体分析和推导过程,才能对最后的的人情活的的人情,竟然决定着区域路径积分的结果! 站在本能和直觉的层面, 看待这个数学结论,杨振宁经过类似"看山不是山"的视角转换,思想上产生了新的感悟、进入了新的境界。

在对杨振宁的说法和做法有了如此理解之后,在笔者看来,一般情形下解析函数的积分,即复连通区域的柯西定理,应该更能揭示杨先生所要表达的寓意。所谓复连通区域指的是在积分路径围绕起来的区域内,被积复变函数不解析即非处处可导,而是存在若干奇点。设复变函数f(z)在积分路径l所围区域B上除有限个孤立奇点 b_1,b_2,\cdots,b_n 外解析,即处处可导(图4),在闭区域B上除 b_1,b_2,\cdots,b_n 外连续,则f(z)沿l的积分满足下式:

$$\oint_{I} f(z) dz = 2\pi i \sum_{j=1}^{n} \operatorname{Re} s f(b_{j}).$$

其中 Re sf(b_j)是函数f(z)在b_j点的留数值。因为引入了留数概念,这个计算复变函数积分的公式也被称为留数定理。留数定理说明,在积分路径所围区域内存在不可导奇点的情况下,复变函数沿积分路径的积分值,等于被积函数在积分路径所围区域内各奇点处的留数之和。

即使不介绍留数的具体计算方法,也不难认识到一个事实:一个复变函数沿着一个路径的积分值,完全由这个路径包围起来的区域内各奇点处的留数值所决定。毫无疑问,这更能充分体现杨振宁先生所要强调的:沿着一个曲线包围起来,竟然完全由这个曲线包围起来的区域内各特殊点的情况所决定。如果不了解导出这个结论过程中所需要的数学知识,这一结果却是令

人惊讶。而决定这个结论的所有奥 妙都在数学上推导之前所定义的相 关数学概念以及数学上已知的一些 公式---复变函数、柯西-黎曼条 件、格林公式、复连通区域、复变 函数的奇点、复变函数在孤立奇点 处的留数。有了这些定义及符合这 些条件的复变函数,那么留数定理 就是必然的结论。因此,从本质上 说,这个满足特殊条件的复变函数 的积分公式,完全是数学家定义出 来的,证明过程只是将这些定义赋 予函数的内涵简单展示出来并参与 运算而已。然而一旦忘却或者像杨 振宁那样根本不考虑数学上的这些 具体定义及推导过程, 即忘记所 属、忘记其产生过程,故意令自己 的意识停驻干看山不是山的内心状 态, 再去直接感悟数学公式的寓 意,才会产生他所表达的那种不可 思议的惊奇。

5 培养科学直觉的一个秘诀

杨振宁先生感受数学惊奇即数 学美的做法和视角告诉我们, 他数 学与物理造诣深厚,不仅仅体现为 掌握较多的数学知识并熟练地以它 们为工具经过繁琐的数学计算来解 决物理问题, 也不仅仅体现为拥有 渊博的物理知识、掌握一些解决物 理问题的规则和方法,还体现在他 看待数学问题(哪怕是既有的结论) 以及进一步看待物理现象时,能够 做到不拘泥于严谨的专业知识细 节,因而不受其束缚,主动采取忘 却数学知识及具体的推导环节,而 用一种近乎外行地、貌似肤浅地从 表面去直觉看待、感受、理解和思 考简洁的数学公式或物理表述的深

刻寓意。这样做的好处是,其一, 由此可以突破具体的细节知识及其 之间逻辑关系的局限,这种局限往 往导引学者跟随既有的逻辑去展开 思维, 却体会不到某个数学与物理 结论本身可能蕴含的更深刻的奥 妙。如为柯西定理相关知识所局 限, 笔者对它本身只能感受到由定 义、推导到结论之间的严谨,及其 中近平平淡的自然而然。杨振宁的 做法, 却使他在很多人看来平淡而 必然的结论里, 感受到了那份难得 的惊奇——即物理学家对数学美与 物理美的敏感而强烈的反应或与其 产生的共鸣。其二, 自觉放弃专业 知识的约束, 以直觉的角度去感受 数学问题和物理现象,如此不断的 尝试和实践有助于培养物理学家对 科学美本能的洞察力。杨振宁分析 狄拉克的研究过程后发现, 狄拉克 做出重要物理贡献的灵感往往来自 于他对数学美的直觉感悟和欣赏, 他曾以狄拉克提出反物质理论为例, 说明科学家在科学美的指引下确实 能完成关键突破、取得重要成果。 事实证明, 以直觉与本能的角度去 看待数学问题和物理现象, 是杨振 宁成功的研究方法中非常关键的一 环, 值得理论物理同仁们深入参悟。

参考文献

- [1] 杨振宁 著,张美曼 译.自然辩证法通讯,1988,10(01):1
- [2] 杨振宁. 杨振宁文集(下). 上海: 华东师 范大学出版社,1998.pp.850—851,p.473
- [3] 孙昌璞. 物理学报, 2022, 71(01):1
- [4] 杨振宁. 杨振宁文集(上). 上海: 华东师范 大学出版社, 1998. pp. 313—314, p.331
- [5] 梁昆森. 数学物理方法. 北京:高等教育 出版社,2004. pp.30—31