

# 铀 235 临界质量的估算

吴从军<sup>†</sup>

(西湖大学物理系 新基石科学实验室 杭州 310024)

2024-05-16 收到

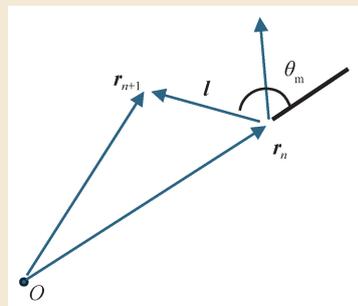
<sup>†</sup> email: wucongjun@westlake.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20240609

海森伯是德国著名物理学家，以开创了量子力学的第一种现代意义上的表述形式——矩阵力学，以及发现了测不准原理闻名于世。然而，他的人生也有一些有争议的地方。例如，他曾经主持过纳粹德国的核计划。下面是一个关于他的传说。

在1945年德国战败后，海森伯和哈恩等人被美军俘虏，一起被软禁在英国的一个庄园里。哈恩是1938年发现原子核裂变的核物理学家。1945年8月，在广岛“小男孩”原子弹爆炸后，美英方故意把消息告诉他们，然后监听他们的反应。海森伯和哈恩一边散步一边聊。海森伯说这个消息是假的，除非美国能把成吨的铀扔下去。他估算的铀 235 的临界质量在 10 吨量级。其实“小男孩”原子弹只装了大约 60 公斤铀 235。海森伯的估计和真实情况相去甚远，有数量级的差别。

在分析海森伯为什么会把临界质量估算错误之前，先介绍一点背



景材料：一个铀 235 原子核在被一个热中子（也就是动能 25 meV 左右的中子，折算成温度  $T = E_k/k_B \approx 300$  K）轰击时裂变成两个中等大小的原子核。这个过程中大约放出 200 MeV，即  $3.2 \times 10^{-11}$  J 的能量，同时平均生成 2.5 个中子。中子的平均自由程  $l \approx 6$  cm。爆炸当量通常按 TNT 炸药来计算。1 克 TNT 炸药释放的能量是 1 千卡，即 4.2 kJ。广岛原子弹当量是 15000 吨 TNT，释放的能量为  $6.3 \times 10^7$  MJ。这相当于  $2 \times 10^{24}$  个铀原子发生裂变，即 3.3 mol 的铀 235。也就是说，“小男孩”原子弹中实际发生裂变的铀 235，才 780 g 左右，还不到 1 kg。

海森伯用中子的无规行走来计算裂变链式反应的持续问题。在反应了  $N$  步之后，根据无规行走的特点，知道中子的扩散距离  $d \approx \sqrt{N}l$ ， $l$  为中子的平均自由程，“小男孩”原子弹中大致发生了 60 步链式反应 ( $2 \times 10^{24} \approx 2.5^{61}$ ，底数 2.5 为每次反应放出的平均中子数)。这样，铀球的半径要  $d \approx \sqrt{60} \times 6 = 46$  cm，相应的体积略大于 400 dm<sup>3</sup>。铀的比重约为 19，可以估算出其临界质量在 8 吨左右。因为这样的重量，海森伯觉得原子弹是不可能作为实战武器来使用的。

一个星期以后，海森伯意识到了自己的错误。他的错误在于忘了裂变反应是中子增殖的。在他的估算中，铀块要大到可以容纳反应中释放的所有中子，但这是不必要的。在每一步反应中，只要有平均

多于一个中子留在铀块内，比如 1.1 个，链式反应仍然可以继续。

我们进行如下的估计，设反应开始于  $O$  点，记第  $n$  步反应时的位置为  $r_n$ 。设中子运动方向是随机的，则其速度与  $r_n$  夹角的余弦  $\cos \theta$  在  $[-1, 1]$  之间均匀分布，如图所示。为计算简单，保守考虑按每步发射 2 个中子来计算。这两个中子和  $r_n$  夹角较大的那个记作  $\cos \theta_m$ ，经过简单的概率分析可得，其平均值  $\overline{\cos \theta_m} = -1/3$ 。（这个结论留给读者做练习）。这样我们得到递推关系：

$$\overline{r_{n+1}^2} = \overline{r_n^2} + l^2 + 2 \overline{\cos \theta_m} l \overline{r_n},$$

$$\overline{r_{n+1}^2} - \overline{r_n^2} \approx l^2 \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{\overline{r_n}}{l} \right). \quad (1)$$

这样，只要铀块半径达到了  $r_n = \frac{3}{2}l$ ，即有  $\overline{r_{n+1}^2} < \overline{r_n^2}$ ，平均就有超过一个中子往回走，链式反应即可继续。所以铀块的临界半径可以取  $\frac{3}{2}l \approx 10$  cm 作为上界，也就是 4.2 dm<sup>3</sup> 的体积，其对应的临界质量为 80 kg。考虑到每步平均发射的中子数为 2.5，这个估算可以作为临界质量的一个比较保守的上界，即  $M_c < 80$  kg。

真实的临界质量值为 52 kg。这个估算比真实值要高一些，相差不到一倍，作为数量级估计，其效果已经很好了。

核物理书上对于临界质量的计算往往很复杂，需要解反应扩散方程。上面的估算，物理图像清晰，计算简单明了，并给出了正确的数量级。可见数量级估计是可以解决大问题的。

物理 · 53 卷 (2024 年) 6 期

# Scryo-S<sup>®</sup>

## 系列低温恒温器

Scryo-S 系列低温恒温器 (Scryo-S) 具有降温速度快, 变温范围大, 震动小, 噪音低, 设计灵活, 样品可置于真空或超高真空中, 制冷剂使用效率高, 无需定期维护等特点, 并可与 Qcryo 形成不消耗液氮的干式低震动低温系统。



Scryo-S-100  
通用型低温恒温器



Scryo-S-200  
超高真空低温恒温器



Scryo-S-300  
紧凑型显微低温恒温器



Scryo-S-400  
超高真空(UHV)低温插件



Scryo-S-500  
显微低温恒温器



Scryo-S-600  
UHV JT插件

### Scryo<sup>®</sup> 系列低温恒温器典型特性

类 型	S-100 低温恒温器	S-200 低温恒温器	S-300 低温恒温器	S-400 低温插件	S-500 低温恒温器	S-600 JT插件
样品环境	真空	超高真空	真空	超高真空	真空	超高真空
温度范围	<1.8K-500K	<2.2K-475K	<1.8K-475K	<1.8K-500K	<1.8K-475K	<1.3K-500K
震动水平	-	<5nm	<10nm	-	<5nm	-
漂移水平	-	<2nm/min	<3nm/min	-	<2nm/min	-
温度稳定	<25mK	<10mK	<10mK	<25mK	<10mK	<10mK
典型应用	紫外 / 可见光 / 红外, THz, 基质隔离, 穆斯堡尔谱, 高压 / 高能物理等	STM、AFM、离子阱、原子 / 分子冷阱、近场光学椭圆仪和高能物理等	显微 / 近场光学、低维材料、磁光、拉曼 / 红外光谱、高压、X-ray 和高能物理等	STM、AFM、ARPES、椭圆仪、红外、超快、X-ray 和高能物理等	显微(磁光)、低维材料、拉曼 / 傅里叶 / 布里渊散射、高压和高能物理等	STM、AFM、ARPES、椭圆仪、红外、超快、X-ray 和高能物理等

