

# 声阻法换能器特性的研究\*

李 明 轩

(中国科学院物理研究所)

## 一、引言

利用声波可以检测材料内的“伤”。这种检测通常称为声学检测，声学检测可以分为传播检测和振动检测两类，传播检测是利用声波的传播特性，振动检测则是利用被检测材料的振动特性。声阻法是振动检测中的一种方法，它把反映材料振动特性的力阻抗转换为换能器的负载阻抗，而材料的力阻抗是和材料中某些类型“伤”有一定关系的。通过对换能器某些特性的测量来鉴别材料的力阻抗，可以实现检测的目的。点源激发被检测材料使作弯曲振动的声阻法，一般用来检查粘结质量，如薄蒙皮粘接和蜂窝粘接等质量。根据对换能器测量参量的不同，应用时可分为振幅法、相位法和频率法。

本文讨论的声阻法，是 Ю. В. Ланге 首先提出并进一步发展的<sup>[1-10]</sup>。Ланге 最近对圆锥形辐射杆换能器应用部分的等效线路，进行了比较细致的理论分析<sup>[11]</sup>，导出了计算公式和传递模数的极值公式，研究了发射压电元件的背面负载质量和片数对辐射效率的影响；又对振幅法和相位法的检测灵敏度进行了分析<sup>[12]</sup>。

由于可采用的换能器结构形式很多，比如我们曾采用过阶跃形辐射杆的结构，本文由全等效线路出发，导出了对各种形状辐射杆适用的一般公式，为研究如何提高换能器的灵敏度等特性提供了线索。以等截面辐射杆为例，对空载下接收电压的模数进行了理论与实验的比较，并计算了电压矢量图；对两种简单的粘接状态，也进行了理论和实验的比较。

## 二、基本方程

本声阻法采用双压电元件复合式换能器(如图1所示)。图中1为背复盖板或背复负载块，2与4各为压电元件，3为辐射盖板或辐射杆。它可以是等截面的直杆，或变截面的圆锥杆，或变截面阶跃杆等等；5为检测盖板或触头，和被检测材料作点接触。

主要由压电元件2组成的换能部分，随着外加电压 $V_*$ ，通过触头5，对被检测材料激发弯曲振动，称为激振器。主要由压电元件4组成的换能部分，以触头5为阻抗转移器来测量被检测材料的检测阻抗，输出电信号 $V_*$ ，称作检测器。这两个器件处在同一个结构内同时工作，又相互影响。可以说，弯曲振动声阻法换能器是由两个夹心式换能器联合组

\* 1972年8月4日收到。

成的。

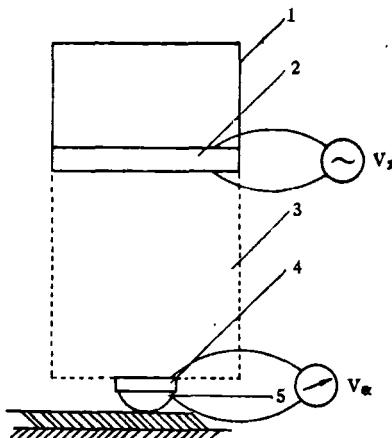


图1 换能器结构示意图

图1所示的声阻法换能器，它的通用全等效线路可用图2表示。

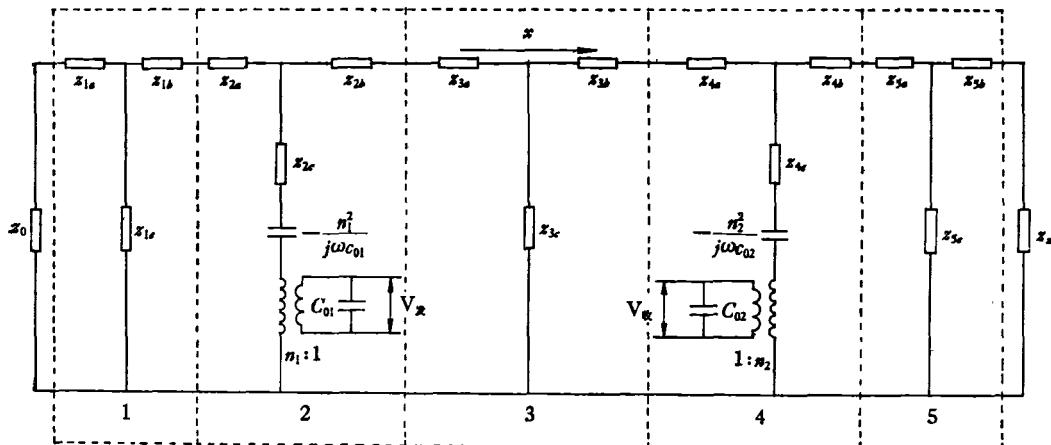


图2 换能器全等效线路图

图中：

$$z_{i,a} = z_{i,b} = \rho_i c_i s_i \operatorname{th}\left(\frac{k_i'' l_i}{2}\right), \quad z_{i,c} = \frac{\rho_i c_i s_i}{\operatorname{sh}(k_i'' l_i)}. \quad (i = 1, 2, 4; i \neq 3, 5.) \quad (1)$$

关于  $z_{3a}$ ,  $z_{3b}$ ,  $z_{3c}$ , 当辐射杆3为等截面时, 仍同式(1), 即

$$z_{3a} = z_{3b} = \rho_3 c_3 s_3 \operatorname{th}\left(\frac{k_3'' l_3}{2}\right), \quad z_{3c} = \frac{\rho_3 c_3 s_3}{\operatorname{sh}(k_3'' l_3)}.$$

但当辐射杆3为变截面时, 设其截面面积为  $s_3 = s(x)$ , 则

$$z_{3a} = \rho_3 c_3 s_{3,1} \operatorname{cth}(k_3' l_3) - j \frac{\rho_3 c_3 s_{3,1}}{k_3'} \left( \frac{1}{2s_{3,1}} \frac{\partial s_3}{\partial x} \Big|_{x=l_{3,0}} \right) - \frac{\rho_3 c_3 \sqrt{s_{3,1} s_{3,2}}}{\operatorname{sh}(k_3' l_3)}, \quad (2.1)$$

$$z_{3b} = \rho_3 c_3 s_{3+2} \coth(k'_3 l_3) + j \frac{\rho_3 c_3 s_{3+2}}{k'_3} \left( \frac{1}{2s_{3+2}} \frac{\partial s_3}{\partial x} \Big|_{x=l_{3+3}} \right) - \frac{\rho_3 c_3 \sqrt{s_{3+1}s_{3+2}}}{\sinh(k'_3 l_3)}, \quad (2.2)$$

$$z_{3c} = \frac{\rho_3 c_3 \sqrt{s_{3+1}s_{3+2}}}{\sinh(k'_3 l_3)}. \quad (2.3)$$

式中

$$k'^2 = k''^2 - s_3^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{d^2 s_3^{1/2}}{dx^2} \right), \quad l_{3+3} - l_{3+0} = l_3. \quad (3)$$

若辐射杆为圆锥形, 则

$$s_3 = s_{3+1} \left( 1 - \frac{x}{l_3} \right)^2. \quad (4)$$

若辐射杆为指数形, 则

$$s_3 = s_{3+1} e^{-2\beta x}, \quad \beta = \frac{1}{e} \ln \sqrt{\frac{s_{3+1}}{s_{3+2}}}, \quad (5)$$

等等.

若辐射杆为阶跃形, 则

$$z_{3a} = z_1 + \frac{z_3(z_2 + z_4)}{z_2 + z_3 + z_4 + z_6}, \quad (6.1)$$

$$z_{3b} = z_5 + \frac{z_6(z_2 + z_4)}{z_2 + z_3 + z_4 + z_6}, \quad (6.2)$$

$$z_{3c} = \frac{z_1 z_6}{z_2 + z_3 + z_4 + z_6}. \quad (6.3)$$

其中

$$z_1 = z_2 = \rho_3 c_3 s_{3+1} \operatorname{th} \left( \frac{k''_3 l_{3+1}}{2} \right), \quad z_3 = \frac{\rho_3 c_3 s_{3+1}}{\sinh(k''_3 l_{3+1})}.$$

$$z_4 = z_5 = \rho_3 c_3 s_{3+2} \operatorname{th} \left( \frac{k''_3 l_{3+2}}{2} \right), \quad z_6 = \frac{\rho_3 c_3 s_{3+2}}{\sinh(k''_3 l_{3+2})}.$$

式中  $l_{3+1}, l_{3+2}$  分别是截面面积各为  $s_{3+1}, s_{3+2}$  的部分杆长.

由于各个部件的阻尼效应, 上述各个  $k''$  均为复数.

$$k'' = jk + K = k \left( j + \frac{1}{2Q} \right). \quad (7)$$

关于  $z_{5a}, z_{5b}, z_{5c}$ , 由于实际设计中, 做得非常薄, 即  $l_5 \ll \lambda$ , 于是

$$z_{5a} = z_{5b} \simeq j\omega \frac{m_5}{2}, \quad z_{5c} \simeq \infty.$$

图 2 中,  $z_0$  是背复负载块 1 的负载阻抗,  $z_x$  是被检测材料的检测阻抗. 一般情况下负载块 1 的负载是空气, 所以  $z_0 = 0$ , 至于  $z_x$  下面将略有讨论.

现在从图 2 的全等效电路来求  $V_*$  的解. 将等效线路图 2 中的某些元件合并, 令

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= z_{2c} + j \frac{n_1^2}{\omega c_{01}}, \quad z_2 = z_{2a} + z_{1a} + \frac{z_{1b} z_{1c}}{z_{1b} + z_{1c}} = z_{2a} + \rho_1 c_1 s_1 \operatorname{th}(k_1' l_1), \\ z_3 &= z_{2b} + z_{3c}, \quad z_4 = z_{3c}, \quad z_5 = z_{3b} + z_{4a}, \\ z_6 &= z_{4c} + \left( j \frac{n_2^2}{\omega c_{02}} - j \frac{n_1^2}{\omega c_{01}} \right) = z_{4c}, \quad z_7 = z_{4b} + z_{5a} + z_{5b} + z_{x_0} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

则从图2可得出合并后的等效线路图3。从图3得出方程组：

$$\left. \begin{aligned} n_1 V_\alpha + z_1 \dot{\xi}_1 &= z_2 \dot{\xi}_2, \quad \dot{\xi}_1 = \dot{\xi}_2 + \dot{\xi}_3, \\ z_2 \dot{\xi}_2 &= z_3 \dot{\xi}_3 + z_4 \dot{\xi}_4, \quad \dot{\xi}_3 = \dot{\xi}_4 + \dot{\xi}_5, \\ z_4 \dot{\xi}_4 &= z_5 \dot{\xi}_5 + z_6 \dot{\xi}_6, \quad \dot{\xi}_5 = \dot{\xi}_6 + \dot{\xi}_7, \\ z_6 \dot{\xi}_6 &= z_7 \dot{\xi}_7, \quad V_\alpha = \frac{n_2}{j \omega c_{02}} \dot{\xi}_6. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中  $\dot{\xi}_i (i = 1, \dots, 7)$  是图3中的一些支路电流。

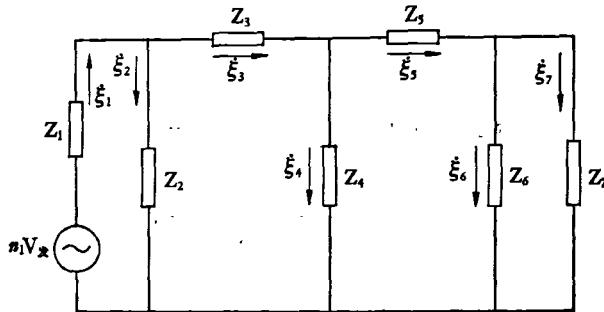


图3 合并后的等效线路图

解方程组得

$$\dot{\xi}_6 = \frac{n_1 V_\alpha}{a_3 z_2 - (a_1 + a_2 + a_3) z_1}, \quad (10)$$

$$V_\alpha = \frac{n_1 n_2 V_\alpha}{j \omega c_{02} [a_3 z_2 - (a_1 + a_2 + a_3) z_1]}. \quad (11)$$

式中

$$a_1 = 1 + \frac{z_6}{z_7}, \quad a_2 = \frac{a_1 z_3 + z_6}{a_4}, \quad a_3 = \frac{(a_1 + a_2) z_3 + a_2 z_4}{z_2}.$$

公式(11)给出的换能器输出电压  $V_\alpha$  为复数, 可写作

$$V_\alpha = V_1 + j V_2 = |V| e^{j\varphi}. \quad (12)$$

式中

$$|V| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}, \quad \varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_2}{V_1}.$$

当忽略整个换能器的损耗时, 则  $V_2 = 0$ , 而  $V_\alpha = V_1$  变为实数。相角  $\varphi$  取  $0^\circ$  或  $180^\circ$  值。

### 三、空载特性

根据上述基本方程(11),先分析最简单的情况,即当 $z_s = 0$ ,换能器空载的情况。这里选取一个实例,对公式(11)进行数字计算,然后与实验比较。在计算和实验中,换能器选取半径为5毫米、长为20毫米的钢柱为背复负载块,半径为5毫米、长为100毫米的有机玻璃杆为辐射杆,半径为5毫米、厚度分别为2毫米与1毫米的PZT-5圆片作为辐射与接收压电元件,曲率半径为10毫米、底半径为5毫米的钢球片为触头。

由于在整个换能器结构中,估计有机玻璃损耗是主要的,而这个杆的损耗又只在系统谐振附近才有较大的影响。所以,当远离系统谐振时,计算中将忽略全部损耗;当在系统谐振附近时,则只考虑辐射杆的损耗。这样得到公式(11)中各个 $z$ 分别为:

在整个频段,

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= j\omega \frac{m_2}{2} + \frac{1}{j\omega c_{02}} - \frac{n_1^2}{j\omega c_{01}}, & z_2 &= j\omega \frac{m_2}{2} + j\rho_1 c_1 s \operatorname{tg}(k_1 l_1), \\ z_6 &= j\omega \frac{m_4}{2} + \frac{1}{j\omega c_4}, & z_7 &= j\omega \left( \frac{m_4}{2} + m_5 \right). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

远离谐振时,

$$\left. \begin{aligned} z_3 &= j\omega \frac{m_2}{2} + j\rho_3 c_3 s \operatorname{tg} \left( \frac{k_3 l_3}{2} \right), & z_4 &= \frac{\rho_3 c_3 s}{j \sin(k_3 l_3)}, \\ z_5 &= j\omega \frac{m_4}{2} + j\rho_3 c_3 s \operatorname{tg} \left( \frac{k_3 l_3}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

在谐振附近,

$$\left. \begin{aligned} z_3 &= j\omega \frac{m_2}{2} + j\rho_3 c_3 s \operatorname{tg} \left( \frac{k_3 l_3}{2} \right) + \frac{\rho_3 c_3 s k_3 l_3}{4Q \cos^2 \left( \frac{k_3 l_3}{2} \right)}, \\ z_4 &= \frac{\rho_3 c_3 s}{j \sin(k_3 l_3)} + \frac{\rho_3 c_3 s k_3 l_3 \cos(k_3 l_3)}{2Q \sin^2(k_3 l_3)}, \\ z_5 &= j\omega \frac{m_4}{2} + j\rho_3 c_3 s \operatorname{tg} \left( \frac{k_3 l_3}{2} \right) + \frac{\rho_3 c_3 s k_3 l_3}{4Q \cos^2 \left( \frac{k_3 l_3}{2} \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

取有机玻璃的 $Q = 20$ , $V_s = 34$ 伏,代入公式(11),得到接收电压的实数部分随频率变化,如图4所示。其虚数部分的频率特性如图5所示。电压的矢量图如图6所示,电压模数的频率特性如图7所示。实验测出了不同频率的电压模数,结果表示在图7中。实验结果与理论计算(其 $Q$ 值是估计的)比较接近。为了对照,在图8中给出完全忽略损耗时的理论曲线。从图中可以看出相位在 $0^\circ$ 与 $180^\circ$ 之间的跃变。

资料[13]曾给出两个与耦合元件串联相接的耦合电路(如图9所示)。 $z_{E11}$ 和 $z_{E22}$ 的谐振频率分别为 $\omega_{01}$ , $\omega_{02}$ , $z_{E11}$ 为无损耗的电感或电容耦合元件。当 $\omega_{01} = \omega_{02}$ 时可得到在谐振附近 $i_2/e_1$ 随频率变化的轨迹,如图10(a)所示, $|i_2/e_1|$ 随频率变化的曲线如图10(b)所示。本文中的图3,通过网络变换也可以变作如图9的形式,其中相应的 $\omega_{01} \approx \omega_{02}$ ,且

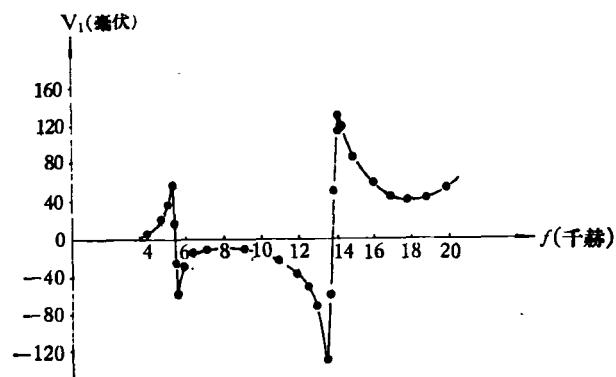


图4 电压实部频率特性曲线

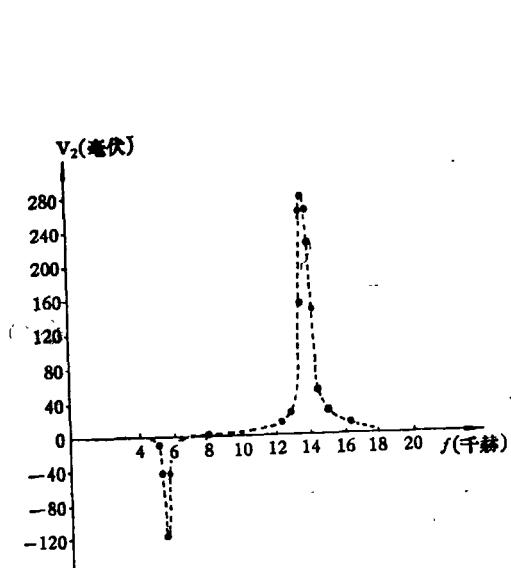


图5 电压虚部频率特性曲线

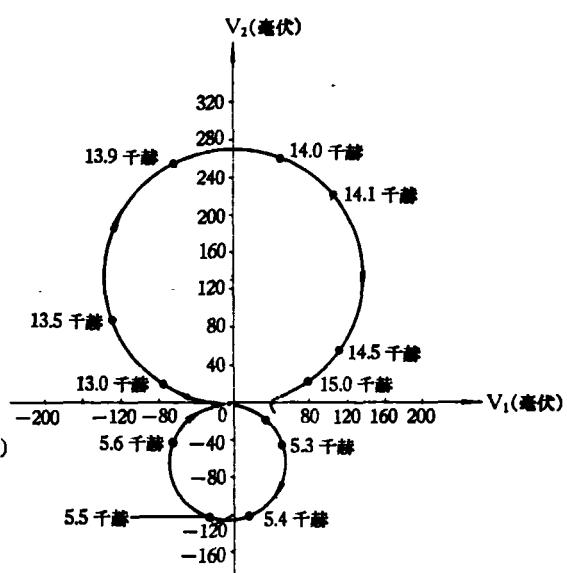


图6 电压矢量图

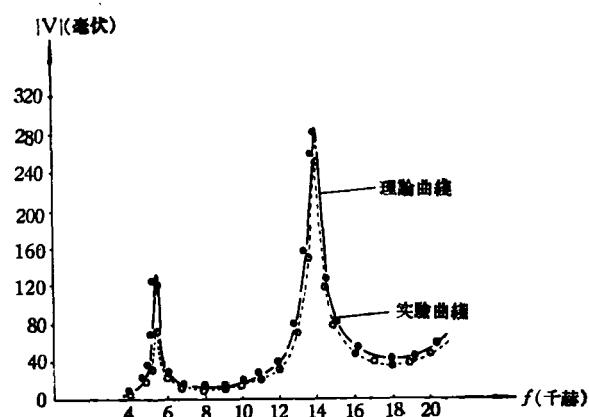


图7 电压模数与实验频率特性曲线

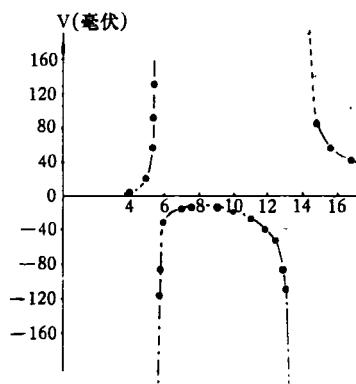


图 8 忽略损耗电压频率特性曲线

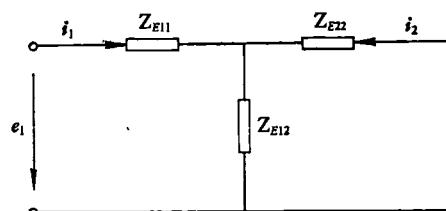
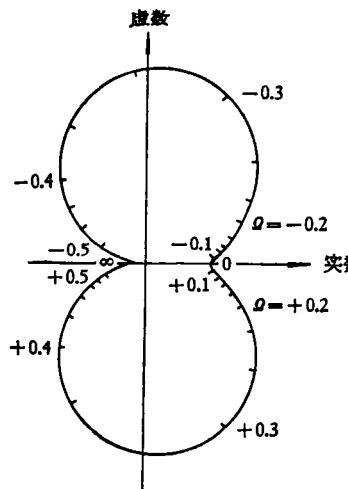
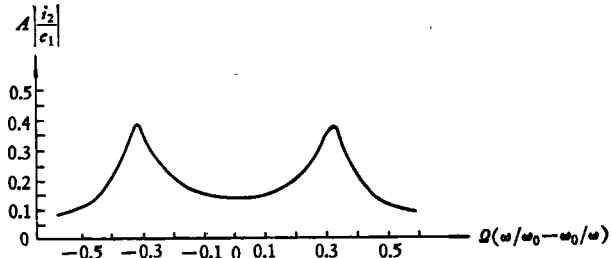


图 9 具有串联相接耦合元件的二个耦合电路图

(a)  $i_2/e_1$  随频率变化的轨迹;(b)  $|i_2/e_1|$  随频率变化特性曲线。图 10  $i_2/e_1$  与  $|i_2/e_1|$  的频率特性

$z_{E12}$  中有损耗。这样似乎可以定性地理解图 6 和图 7 中曲线的形状。

#### 四、负载特性

现在讨论换能器承受负载（即当  $z_x \neq 0$ ）的情况。这里只选取最简单的特例，即选取两个不同粘接状态的振动阻抗作为换能器的负载如图 11 所示。

图中 (a) 表示厚度  $h = 1$  毫米的钢板与钢块粘接好的状态，在忽略粘接层影响时，实际上是触头直接和钢块接触。图 (b) 表示与图 (a) 相同的粘结层，但在粘接界面有直径  $\phi = 10$  毫米、厚度  $\tau = 1$  微米的空气夹层，这是一种简单的脱粘状态。在任一种状态，检测阻抗  $z_x$  是由粘接后的钢块或钢板的振动阻抗与接触柔顺性阻抗两部分组成<sup>[9]</sup>。阻抗的等效线路如图 12 所示。

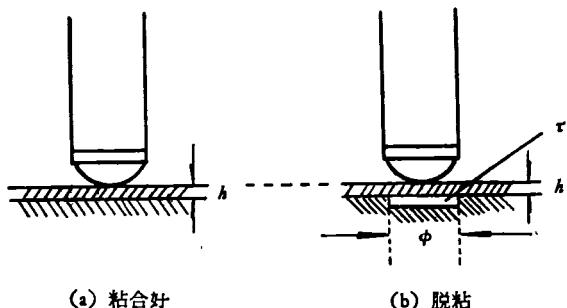


图 11 粘接状态示意图

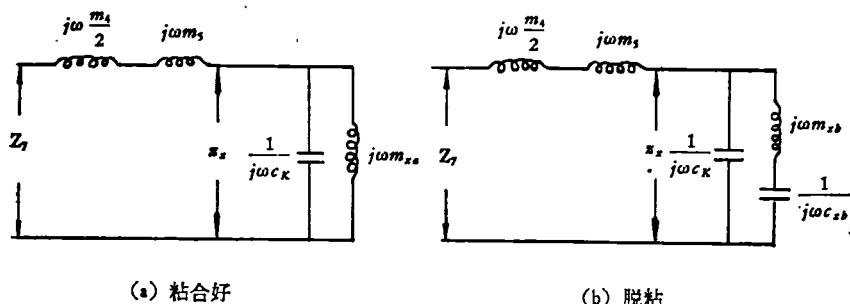


图 12 检测阻抗等效线路图

图中  $m_{xz}$  为钢块加钢板的质量, 实验中为 1.00 千克。 $C_k$  为接触柔顺性, 且<sup>[10]</sup>

$$C_k = \frac{2}{3} \left\{ \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{1 - \sigma_1^2}{E_s} + \frac{1 - \sigma_2^2}{E_2} \right) \right]^2 \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right\}^{1/3} F_0^{-1/3}. \quad (16)$$

式中  $E_s$  为被检测材料的动态杨氏模量,  $E_2$  为触头的静态杨氏模量,  $\sigma_1, \sigma_2$  为被检测材料和触头的泊松比,  $R_1, R_2$  为被检材料和触头的曲率半径, 中心在物体内时取正, 中心在物体外时取负,  $F_0$  为检测中换能器作用于被检测材料的垂直静压力。这里取  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.28$ ,  $E_s = 22.06 \times 10^{10}$  牛顿/米<sup>2</sup>,  $E_2 = 21.00 \times 10^{10}$  牛顿/米<sup>2</sup>,  $R_2 = \infty$ ,  $R_1 = 10$  毫米,  $F_0 = 3$  牛顿即 305.9 克重 (一般在 300 到 1000 克重之间)。由公式 (16) 得到  $C_k = 7.21 \times 10^{-8}$  米/牛顿。

图中  $m_{xb}$  为脱粘“伤”区域钢板的等效质量,  $c_{xb}$  为脱粘“伤”区域钢板的等效柔顺性, 且<sup>[9]</sup>

$$m_{xb} = \frac{7\rho\pi h R^2}{54}, \quad (17.1)$$

$$c_{xb} = \frac{48\tau(1 - \sigma^2)R^4}{\pi[64\tau Eh^3 + 3\rho_0 c_0^2 R^4(1 - \sigma^2)]}. \quad (17.2)$$

式中  $\rho, \rho_0$  分别为钢板和“伤”内空气的密度,  $R$  为“伤”半径,  $h$  为钢板厚度,  $\tau$  为“伤”空气层厚度,  $E$  为钢板杨氏模量,  $\sigma$  为钢板泊松比,  $c_0$  为“伤”内空气声速。这里取  $\rho = 7.8 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>,  $\rho_0 = 1.293$  千克/米<sup>3</sup>,  $c_0 = 3.30 \times 10^5$  米/秒,  $\tau = 1 \times 10^{-6}$  米,  $E = 21.00 \times 10^{10}$  牛顿/米<sup>2</sup>,  $h = 1 \times 10^{-3}$  米,  $R = 5 \times 10^{-3}$  米,  $\sigma = 0.28$ 。由公式 (17) 得到  $m_{xb} = 8.25 \times 10^{-4}$  千克,  $c_{xb} = 2.618 \times 10^{-8}$  米/牛顿。

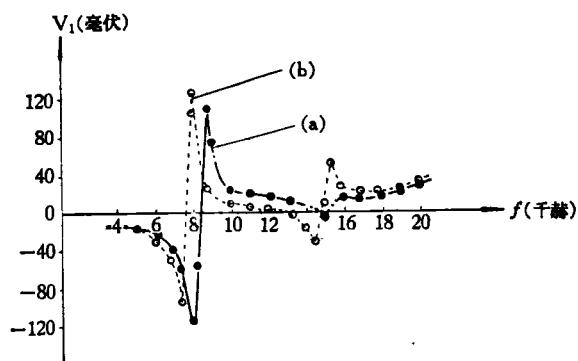


图 13 电压实部频率特性曲线

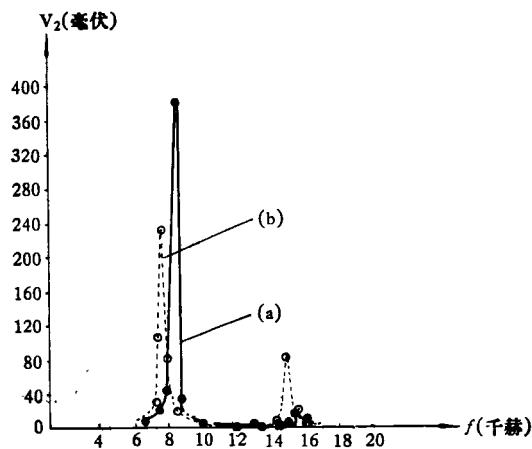


图 14 电压虚部频率特性曲线

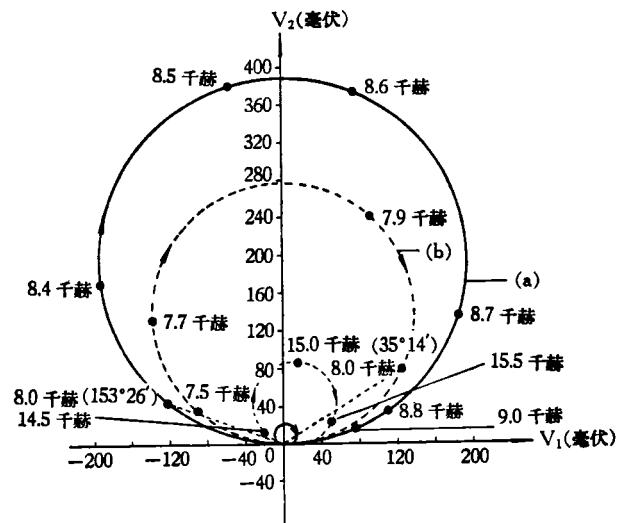


图 15 电压矢量图

取上述  $z_*$  值, 忽略其他损耗, 而在谐振附近考虑了辐射杆的损耗, 并取  $Q=20$ ,  $V_*=34$  伏。代入公式(11), 得到电压的实数分量随频率变化曲线(如图 13 所示)、虚数分量随频率变化曲线(如图 14 所示)、电压矢量图(如图 15 所示)、电压模数随频率变化曲线以及与实验的比较(如图 16 所示)。由图 15 看出, 如果取 8 千赫工作, 粘合好时电压相位为  $153^{\circ}26'$ , 脱粘时电压相位为  $35^{\circ}14'$ 。它们的相角差为  $118^{\circ}12'$ 。在这个特例中, 相位法检测可以得到较高灵敏度。同时可以看出, 只有在系统谐振附近才能得到相位检测的高灵敏度。由图 16 看出, 若取 8.5 千赫工作, 粘合好时电压模数为 389 毫伏, 脱粘时电压模数为 60 毫伏, 可以得到较高的振幅法检测灵敏度。理论曲线与实验曲线有一定的偏差, 看来从理论方面和从实验方面都尚待更细致地探讨。

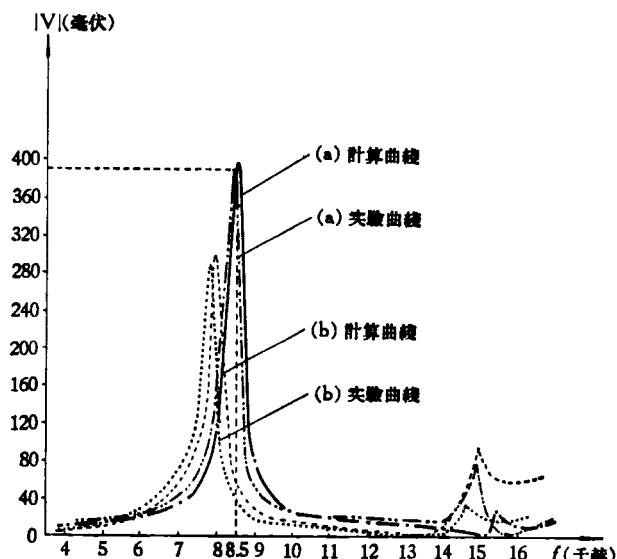


图 16 计算曲线与实验曲线比较

本工作得到应崇福同志的指导以及汪承浩、刘献铎、李丽岩等同志的帮助, 一并致谢。

### 参 考 资 料

- [1] Ю. В. Ланге, *Заводская лаборатория*, 7 (1959), 833.
- [2] Ю. В. Ланге, *Заводская лаборатория*, 7 (1960), 842.
- [3] Ю. В. Ланге, *Деректоскопия*, 1 (1965) 44.
- [4] Ю. В. Ланге, Новые машины и приборы для испытания металлов сборник статей металлоиздат., (1963), 94.
- [5] Ю. В. Ланге, *Деректоскопия*, 3 (1969), 1.
- [6] Ю. В. Ланге, *Деректоскопия*, 5 (1971), 96.
- [7] Ю. В. Ланге, *Деректоскопия*, 3 (1971), 62.
- [8] Ю. В. Ланге и С. М. Шварцман, *Деректоскопия*, 4 (1970), 53.
- [9] Ю. В. Ланге и З. И. Манаева, *Деректоскопия*, 1 (1971), 42.
- [10] Ю. В. Ланге и И. И. Теумин, *Деректоскопия*, 2 (1971), 49.
- [11] Ю. В. Ланге, *Деректоскопия*, 1 (1972), 10.
- [12] Ю. В. Ланге, *Деректоскопия*, 1 (1972), 57.
- [13] F. A. 费歇尔, 电声学基础第一章 7, 13.