

层子模型中准二体反应的共振衰变角分布*

物理研究所理论小组

(中国科学院)

提 要

本文利用层子模型研究了高能强子准二体反应的共振衰变角分布和角关联,得到了同一个反应的各个统计张量之间的若干关系,这些关系与实验符合得较好。在理论上没有非相对论“夸克”模型在自旋参考系方面的困难。

一、引 言

1966年,北京基本粒子理论组提出了强子的相对论性结构模型——层子模型^[1],并在强子的电磁作用、弱作用和强衰变等方面做了一系列的研究,对层子模型的若干方面进行了检验,取得了一定的成功。

本文利用这个模型,研究了高能准二体反应中的共振衰变角分布和角关联。我们的主要目的是检验层子模型的基本假定。为此,我们将把层子-层子散射振幅取成最一般的形式,来推导同一个反应的不同统计张量之间的关系。容易想到,这些关系不依赖于层子的轨道波函数的具体形式。因此,在这个工作中,可以避免引入更多的附加假定。另一方面,共振态的自旋密度矩阵元的独立测量量要比反应截面的多,且与层子模型的自旋波函数有更密切的关系。由这两方面看来,这些关系可以对层子模型提供一种较为严格的、细致的检验。

1968年以来, Białas 等^[2]利用非相对论的“夸克”模型,讨论过这类问题。但是,他们所用的自旋波函数是非相对论性的。因此,理论上存在着困难。特别是,用他们的方法,在共振态的不同参考系中得到的某些关系彼此有很大的矛盾^[2]。而理论上无法说明这些关系究竟应在哪个自旋参考系中成立。考虑到在高能散射中,无论在哪个参考系,都会有某些强子的速度接近于光速,因而,用非相对论的“夸克”模型研究这类问题是有问题的。大家知道,层子模型的自旋波函数是相对论性的,所以,容易想象,在所得到的关系中不会存在上述困难。在后面的结果中,恰恰证明了这一点。

本文的第二节叙述了基本假定和所得到的统计张量的表示式。第三节列出了两类关系:第一类与相互作用的具体形式无关;第二类是在进一步的附加假定下得到的。其中有一些关系如式(42)——(48)、(51)——(52)是非相对论“夸克”模型^[2]中所没有的新关系。第四节把层子模型的预言与实验进行了比较,发现理论与实验能够比较好地符合。最后对结果进行了讨论。附录中给出了计算的主要步骤。

* 1972年8月11日收到。

二、计算方法

这里作如下假定:

假定 1: 强子的波函数取层子模型的波函数;在强子静止系中,强子波函数是 SU_6 对称的,运动中的强子波函数由静止系中的波函数作洛仑兹变换得到.

对于 $\frac{3^+}{2}$ 重子、 $\frac{1^+}{2}$ 重子、 1^- 介子和 0^- 介子,其零级近似的旋量波函数分别如下^[1]:

$$\bar{D}_{\gamma' \beta' a'}^{m_2}(p') = [\bar{u}_{\gamma'}]_{\mu}^{m_2} \left[C^{-1} \gamma_{\mu} \left(1 - \frac{i \hat{p}'}{M_2} \right) \right]_{\beta' a'}, \quad (1)$$

$$[\bar{u}_{\gamma'}]_{\mu}^{m_2} = \sum_{n, l} C_{1 \frac{1}{2} \frac{3}{2}}^{n l m_2} \bar{e}_{\mu}^n u_{\gamma'}^l(p'), \quad (1')$$

$$\chi_{\alpha \beta \gamma}^{m_4}(p) = \left[\left(1 - \frac{i \hat{p}}{M_4} \right) \gamma_5 C \right]_{\alpha \beta} u_{\gamma}^{m_4}(p) + (\alpha \beta \gamma \text{ 的轮换项}), \quad (2)$$

$$\bar{\chi}^{m_1}(k') = \gamma_{\mu} \bar{e}_{\mu}^{m_1} \left(1 - \frac{i \hat{k}'}{M_1} \right), \quad (3)$$

$$\chi(k) = \left(1 - \frac{i \hat{k}}{M_3} \right) \gamma_5. \quad (4)$$

其中,脚标 1、2、3 和 4 分别代表 1^- 介子、 $\frac{3^+}{2}$ 重子、 0^- 介子和 $\frac{1^+}{2}$ 重子. M_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 是强子的物理质量. l, n, m_i 是自旋磁量子数. p, p', k 和 k' 是强子的四动量(参见图 1). C 是电荷共轭变换矩阵. $C_{1 \frac{1}{2} \frac{3}{2}}^{n l m_2}$ 是 Clebsch-Gordan 系数. e_{μ} 是球坐标的极化矢量. $\bar{e}_{\mu} \equiv (e_{\mu}^*, -e_{\mu}^*)$, “*” 是复数共轭. $u_{\gamma'}^l$ 是自旋第三分量为 l 的 Dirac 旋量.

假定 2: 高能小角度散射满足相加性. 即,强子散射总振幅等于各个层子-层子(或层子-反层子)二体散射的贡献之和.

注意到层子模型的波函数[式(1)一(4)]自动地满足巴格曼-维格纳方程,并且强子的散射振幅满足洛仑兹不变性和空间反射、时间反演不变性,则层子-层子(或层子-反层子)散射只有六个独立的振幅,我们把它取成最一般的形式:

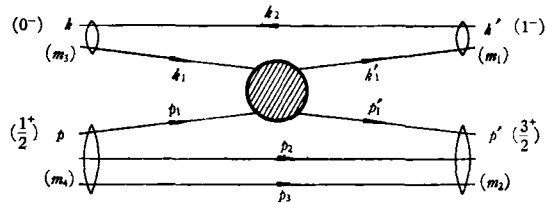


图 1 介子-重子散射

$$\begin{aligned} k + p &\rightarrow k' + p', \\ k &= k_1 + k_2, & k' &= k'_1 + k_2, \\ p &= p_1 + p_2 + p_3, & p' &= p'_1 + p_2 + p_3, \end{aligned}$$

m_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 是强子的自旋第三分量.

$$m = \sum_{i=1}^6 a_i \Gamma_i^{(1)} \otimes \Gamma_i^{(2)} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{(1)} &= 1, & \Gamma_2^{(1)} &= \gamma_5, & \Gamma_3^{(1)} &= \hat{K}, \\ \Gamma_4^{(1)} &= 1, & \Gamma_5^{(1)} &= \hat{K}, & \Gamma_6^{(1)} &= \gamma_5 \hat{K}, \\ \Gamma_1^{(2)} &= 1, & \Gamma_2^{(2)} &= \gamma_5, & \Gamma_3^{(2)} &= 1, \\ \Gamma_4^{(2)} &= \hat{P}, & \Gamma_5^{(2)} &= \hat{P}, & \Gamma_6^{(2)} &= \gamma_5 \hat{P}. \end{aligned} \quad (5')$$

其中, a_i 是层子四动量 p_i, p'_i, k_i 和 k'_i 的标量函数. $\hat{P} = \gamma_\mu(p + p')_\mu, \hat{K} = \gamma_\mu(k + k')_\mu$. (四动量的标记可参阅图 1.)

可以用一个图形来表达我们的假定. 例如, 对于介子-重子反应 (IV), 可以用图 1 表达.

从上述两个基本假定出发, 研究了强子的下面五种准二体反应:

$$(I) \quad P + B \rightarrow P + B^*,$$

$$(II) \quad P + B \rightarrow V + B,$$

$$(III) \quad B + B \rightarrow B + B^*,$$

$$(IV) \quad P + B \rightarrow V + B^*,$$

$$(V) \quad B + B \rightarrow B^* + B^*.$$

其中, P 代表 0^- 介子, B 是 $\frac{1}{2}^+$ 重子, V 是 1^- 介子, B^* 是 $\frac{3}{2}^+$ 重子.

前三个反应, 只有一个共振态, 它的衰变角分布完全由单统计张量 T_M^J 描述. 后两个反应, 包含两个共振态, 它们的衰变角关联完全由 T_{MM}^{00}, T_{MM}^{20} 和 T_{MM}^{22} 这三种双统计张量描述^[3]. 在附录 I 中给出了计算这些统计张量的方法(整个计算都是在横向系中进行的, 即自旋参考系的 Z 轴平行于反应平面的法线方向), 所得结果如下:

对于反应(I)有

$$T_0^0(B^*) = \frac{2}{3} |g_s|^2 L_0^{(2)} \bar{L}_0^{(2)} = \frac{1}{2} \quad (\text{归一化条件}), \quad (6)$$

$$T_0^2(B^*) = \frac{1}{4} - |g_s|^2 L_0^{(2)} \bar{L}_0^{(2)} = -\frac{1}{2}, \quad (7)$$

$$T_2^2(B^*) = \frac{2}{\sqrt{6}} |g_s|^2 L_+^{(2)} \bar{L}_+^{(2)} = 0. \quad (8)$$

对于反应(II), 得到

$$\begin{aligned} T_0^0(V) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{\lambda=0, \pm 1} (g_2 Q_\lambda^{(1)} + g_5 L_\lambda^{(1)} + g_6 B_\lambda^{(1)}) \\ &\quad \times (g_2^* \bar{Q}_\lambda^{(1)} + g_5^* \bar{L}_\lambda^{(1)} + g_6^* \bar{B}_\lambda^{(1)}) = \frac{1}{\sqrt{3}}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$T_0^2(V) = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{3}{\sqrt{6}} |g_s|^2 L_0^{(1)} \bar{L}_0^{(1)}, \quad (10)$$

$$T_2^2(V) = (g_2 Q_+^{(1)} + g_6 B_+^{(1)}) (g_2^* \bar{Q}_+^{(1)} + g_6^* \bar{B}_+^{(1)}). \quad (11)$$

对于反应(III), 得到

$$\begin{aligned} T_0^0(B^*) &= \frac{2}{3} \sum_{\lambda=0, \pm 1} (g_2 Q_\lambda^{(2)} + g_5 L_\lambda^{(2)} + g_6 B_\lambda^{(2)}) \\ &\quad \times (g_2^* \bar{Q}_\lambda^{(2)} + g_5^* \bar{L}_\lambda^{(2)} + g_6^* \bar{B}_\lambda^{(2)}) = \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$T_0^2(B^*) = \frac{1}{4} - |g_s|^2 L_0^{(2)} \bar{L}_0^{(2)}, \quad (13)$$

$$T_2^2(B^*) = \frac{2}{\sqrt{6}} (g_2 Q_+^{(2)} + g_6 B_+^{(2)}) (g_2^* \bar{Q}_+^{(2)} + g_6^* \bar{B}_+^{(2)}). \quad (14)$$

对于反应(IV),有

$$T_{00}^{02}(VB^*) = \frac{1}{4\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} (L_{00})^2 |g_5|^2, \quad (15)$$

$$T_{00}^{20}(VB^*) = \frac{1}{2\sqrt{6}} - \frac{2}{\sqrt{6}} (L_{00})^2 |g_5|^2, \quad (16)$$

$$T_{00}^{22}(VB^*) = \frac{1}{4\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}} (L_{00})^2 |g_5|^2, \quad (17)$$

$$T_{02}^{02}(VB^*) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \{ |g_2|^2 Q_{--} Q_{+-} + |g_6|^2 B_{--} B_{+-} + \text{Re}(g_2 g_6^*) (Q_{--} B_{+-} + Q_{+-} B_{--}) \}, \quad (18)$$

$$T_{02}^{22}(VB^*) = \frac{1}{\sqrt{2}} T_{02}^{02}(VB^*), \quad (19)$$

$$T_{20}^{20}(VB^*) = \frac{4}{3} \{ |g_2|^2 Q_{--} Q_{-+} + |g_6|^2 B_{--} B_{-+} + \text{Re}(g_2 g_6^*) (Q_{--} B_{-+} + Q_{-+} B_{--}) \}, \quad (20)$$

$$T_{20}^{22}(VB^*) = \frac{1}{2} T_{20}^{20}(VB^*), \quad (21)$$

$$T_{22}^{22}(VB^*) = \sqrt{\frac{2}{3}} \{ |g_2|^2 (Q_{--})^2 + |g_6|^2 (B_{--})^2 + 2\text{Re}(g_2 g_6^*) Q_{--} B_{--} \}, \quad (22)$$

$$T_{2-2}^{22}(VB^*) = \sqrt{\frac{2}{3}} \{ |g_2|^2 (Q_{-+})^2 + |g_6|^2 (B_{-+})^2 + 2\text{Re}(g_2 g_6^*) Q_{-+} B_{-+} \}, \quad (23)$$

$$T_{1-1}^{22}(VB^*) = \frac{2}{\sqrt{6}} \{ \text{Re}(g_2 g_5^*) Q_{-+} L_{00} + \text{Re}(g_6 g_5^*) B_{-+} L_{00} \}, \quad (24)$$

$$T_{11}^{22}(VB^*) = \frac{2}{\sqrt{6}} \{ \text{Re}(g_2 g_5^*) Q_{--} L_{00} + \text{Re}(g_6 g_5^*) B_{--} L_{00} \}. \quad (25)$$

对于反应(V),得到

$$T_{00}^{20}(B^* B^*) = \frac{1}{8} - \frac{2}{3} |g_5|^2 (L_{00})^2, \quad (26)$$

$$T_{00}^{22}(B^* B^*) = \frac{1}{16} + \frac{1}{3} |g_5|^2 (L_{00})^2, \quad (27)$$

$$T_{1-1}^{22}(B^* B^*) = \frac{2}{3} \{ \text{Re}(g_2 g_5^*) Q_{-+} L_{00} + \text{Re}(g_6 g_5^*) B_{-+} L_{00} \}, \quad (28)$$

$$T_{2-2}^{22}(B^* B^*) = \frac{2}{3} \{ |g_2|^2 (Q_{-+})^2 + |g_6|^2 (B_{-+})^2 + 2\text{Re}(g_2 g_6^*) Q_{-+} B_{-+} \}, \quad (29)$$

$$T_{20}^{20}(B^* B^*) = \frac{8}{3\sqrt{6}} \{ |g_2|^2 Q_{--} Q_{-+} + |g_6|^2 B_{--} B_{-+} + \text{Re}(g_2 g_6^*) (Q_{--} B_{-+} + Q_{-+} B_{--}) \}, \quad (30)$$

$$T_{20}^{22}(B^* B^*) = \frac{1}{2} T_{20}^{20}(B^* B^*), \quad (31)$$

$$T_{11}^{22}(B^*B^*) = \frac{2}{3} \{ \text{Re}(g_2 g_5^*) Q_{--} L_{00} + \text{Re}(g_6 g_5^*) B_{--} L_{00} \}, \quad (32)$$

$$T_{22}^{22}(B^*B^*) = \frac{2}{3} \{ |g_2|^2 (Q_{--})^2 + |g_6|^2 (B_{--})^2 + 2\text{Re}(g_2 g_5^*) Q_{--} B_{--} \}. \quad (33)$$

(上面五种反应中的标量参数 g_i 是各不相同的, 为了简化, 在上列表达式中没有加以区别.)

各个反应的其他的统计张量, 可以由下面的性质求得:

(1) 厄米性

$$T_M^J = (-)^M (T_M^J)^*; \quad T_{-M_1 - M_2}^{J_1 J_2} = (-)^{M_1 + M_2} (T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2})^*. \quad (34)$$

(2) 横向系中的宇称守恒条件

$$T_M^J = (-)^M T_M^J; \quad T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = (-)^{M_1 + M_2} T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}. \quad (35)$$

(3) 对于反应(V), 如果存在二强子的交换对称性(电荷对称、电荷共轭对称或全同粒子交换对称性)的话, 则有关系

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = T_{M_2 M_1}^{J_2 J_1}. \quad (36)$$

公式(6)–(33)中的符号的意义如下:

上标(1)和(2)分别代表第一个共振态和第二个共振态. 参数 g_i 的定义见附录 I 中的式(A.8).

$$\left. \begin{aligned} Q &= p' - p = k - k', & K &= k + k', \\ L_\mu &= \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P_\nu K_\rho Q_\sigma, & P &= p + p', \\ Q_\lambda^{(1)} &= Q_\mu \bar{e}_\mu^\lambda(k'), & Q_\lambda^{(2)} &= Q_\mu \bar{e}_\mu^\lambda(p'), \\ L_\lambda^{(1)} &= L_\mu \bar{e}_\mu^\lambda(k'), & L_\lambda^{(2)} &= L_\mu \bar{e}_\mu^\lambda(p'), \\ B_\lambda^{(1)} &= \left[\frac{(PK)}{M_1 M_3} Q_\mu + \frac{1}{2} \mathcal{K}^2 P_\mu \right] \bar{e}_\mu^\lambda(k'), \\ B_\lambda^{(2)} &= \left[\frac{(p'K)}{M_2 M_4} Q_\mu - \frac{1}{2} \mathcal{D}^2 K_\mu \right] \bar{e}_\mu^\lambda(p'), \\ \mathcal{D} &= \frac{p}{M_4} + \frac{p'}{M_2}, & \mathcal{K} &= \frac{k}{M_3} + \frac{k'}{M_1}, \\ B_{\lambda\lambda'} &= B_\lambda^{(1)} B_{\lambda'}^{(2)}, & Q_{\lambda\lambda'} &= Q_\lambda^{(1)} Q_{\lambda'}^{(2)}, \\ L_{\lambda\lambda'} &= L_\lambda^{(1)} L_{\lambda'}^{(2)}, & & (\lambda, \lambda' = 0, \pm 1). \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

($\mu, \nu, \rho, \sigma = 1, 2, 3, 4$)

注意到 $Q_\lambda^{(i)}$ 、 $B_\lambda^{(i)}$ 和 $L_\lambda^{(i)}$ 是洛仑兹标量, 因此, 可以在任何参考系中计算它们. 在各个粒子的静止横向系中, 有 $\bar{e}^\pm = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (1, \mp i, 0, 0)$; $\bar{e}^0 = (0, 0, 1, 0)$. Q_μ 和 P_μ 的第三分量是零; L_μ 的第一、第二分量为零. 因此, $B_0^{(i)} = Q_0^{(i)} = 0$; $L_\pm^{(i)} = 0, (i = 1, 2)$.

三、统计张量之间的关系

对于反应(I)–(V), 每个反应的各统计张量之间存在下面诸关系.

1. 在不做进一步假定的情况下:

对于反应(I), 方程(7)和(8)给出

$$T_0^2(B^*) = -\frac{1}{2}, \quad T_1^2(B^*) = 0. \quad (38)$$

反应(II)和(III)没有什么关系.

对于反应(IV), 十一个独立的统计张量分量中有八个是复的. 因此, 共有十九个独立的实量. 从式(15)–(25)可以看到, 它们是六个实参数 $|g_2|^2, |g_3|^2, |g_6|^2, \text{Re}(g_2g_6^*), \text{Re}(g_3g_6^*)$ 和 $\text{Re}(g_3g_6^*)$ 的线性组合. 而这六个实参数中只有五个是独立的. 因此, 可以得到十三个实线性关系和一个实非线性关系. 在线性关系中, 有六个与动量无关, 它们是:

$$T_{20}^{20}(VB^*) = 2T_{20}^{22}(VB^*), \quad (39)$$

$$T_{02}^{02}(VB^*) = \sqrt{2} T_{02}^{22}(VB^*), \quad (40)$$

$$T_{00}^{20}(VB^*) = \sqrt{2} T_{00}^{22}(VB^*) = \frac{1}{\sqrt{6}} - 2T_{00}^{22}(VB^*). \quad (41)$$

另外, 有七个与动量有关的实线性关系, 它们是:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re}T_{20}^{20} & \text{Re}(Q_{--}Q_{-+}) & \text{Re}(B_{--}B_{-+}) & \text{Re}(Q_{--}B_{-+} + Q_{-+}B_{--}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}T_{20}^{20} & \text{Im}(Q_{--}Q_{-+}) & \text{Im}(B_{--}B_{-+}) & \text{Im}(Q_{--}B_{-+} + Q_{-+}B_{--}) \\ \text{Re}T_{02}^{02} & \text{Re}(Q_{--}Q_{+-}) & \text{Re}(B_{--}B_{+-}) & \text{Re}(Q_{--}B_{+-} + Q_{+-}B_{--}) \\ \text{Im}T_{02}^{02} & \text{Im}(Q_{--}Q_{+-}) & \text{Im}(B_{--}B_{+-}) & \text{Im}(Q_{--}B_{+-} + Q_{+-}B_{--}) \end{vmatrix} = 0, \quad (42)$$

$$\begin{vmatrix} \text{Re}T_{22}^{22} & \text{Re}(Q_{--}Q_{--}) & \text{Re}(B_{--}B_{--}) & \text{Re}(Q_{--}B_{--}) \\ \text{Im}T_{22}^{22} & \text{Im}(Q_{--}Q_{--}) & \text{Im}(B_{--}B_{--}) & \text{Im}(Q_{--}B_{--}) \\ \text{Re}T_{2-2}^{22} & \text{Re}(Q_{-+}Q_{-+}) & \text{Re}(B_{-+}B_{-+}) & \text{Re}(Q_{-+}B_{-+}) \\ \text{Im}T_{2-2}^{22} & \text{Im}(Q_{-+}Q_{-+}) & \text{Im}(B_{-+}B_{-+}) & \text{Im}(Q_{-+}B_{-+}) \end{vmatrix} = 0, \quad (43)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re}T_{20}^{20} & \text{Re}(Q_{--}Q_{-+}) & \text{Re}(B_{--}B_{-+}) & \frac{1}{2}\text{Re}(Q_{--}B_{-+} + Q_{-+}B_{--}) \\ \text{Re}T_{02}^{02} & \text{Re}(Q_{--}Q_{+-}) & \text{Re}(B_{--}B_{+-}) & \frac{1}{2}\text{Re}(Q_{--}B_{+-} + Q_{+-}B_{--}) \\ \sqrt{\frac{4}{3}} \text{Re}T_{22}^{22} & \text{Re}(Q_{--}Q_{--}) & \text{Re}(B_{--}B_{--}) & \text{Re}(Q_{--}B_{--}) \\ \sqrt{\frac{4}{3}} \text{Im}T_{22}^{22} & \text{Im}(Q_{--}Q_{--}) & \text{Im}(B_{--}B_{--}) & \text{Im}(Q_{--}B_{--}) \end{vmatrix} = 0, \quad (44)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}T_{20}^{20} & \text{Im}(Q_{--}Q_{-+}) & \text{Im}(B_{--}B_{-+}) & \frac{1}{2}\text{Im}(Q_{--}B_{-+} + Q_{-+}B_{--}) \\ \text{Im}T_{02}^{02} & \text{Im}(Q_{--}Q_{+-}) & \text{Im}(B_{--}B_{+-}) & \frac{1}{2}\text{Im}(Q_{--}B_{+-} + Q_{+-}B_{--}) \\ \sqrt{\frac{4}{3}} \text{Re}T_{22}^{22} & \text{Re}(Q_{--}Q_{--}) & \text{Re}(B_{--}B_{--}) & \text{Re}(Q_{--}B_{--}) \\ \sqrt{\frac{4}{3}} \text{Im}T_{22}^{22} & \text{Im}(Q_{--}Q_{--}) & \text{Im}(B_{--}B_{--}) & \text{Im}(Q_{--}B_{--}) \end{vmatrix} = 0, \quad (45)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Re} T_{20}^{20} & \operatorname{Re}(Q_{--}Q_{-+}) & \operatorname{Re}(B_{--}B_{-+}) & \frac{1}{2} \operatorname{Re}(Q_{--}B_{-+} + Q_{-+}B_{--}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Im} T_{20}^{20} & \operatorname{Im}(Q_{--}Q_{-+}) & \operatorname{Im}(B_{--}B_{-+}) & \frac{1}{2} \operatorname{Im}(Q_{--}B_{-+} + Q_{-+}B_{--}) \\ \sqrt{\frac{4}{3}} \operatorname{Re} T_{1-2}^{22} & \operatorname{Re}(Q_{-+}Q_{-+}) & \operatorname{Re}(B_{-+}B_{-+}) & \operatorname{Re}(Q_{-+}B_{-+}) \\ \sqrt{\frac{4}{3}} \operatorname{Im} T_{1-2}^{22} & \operatorname{Im}(Q_{--}Q_{--}) & \operatorname{Im}(B_{--}B_{--}) & \operatorname{Im}(Q_{--}B_{--}) \end{vmatrix} = 0, \quad (46)$$

$$\begin{vmatrix} \operatorname{Re} T_{11}^{22} & \operatorname{Re} B_{--} \\ \operatorname{Im} T_{11}^{22} & \operatorname{Im} B_{--} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \operatorname{Re} Q_{-+} & \operatorname{Re} B_{-+} \\ \operatorname{Im} Q_{-+} & \operatorname{Im} B_{-+} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \operatorname{Re} T_{1-1}^{22} & \operatorname{Re} B_{-+} \\ \operatorname{Im} T_{1-1}^{22} & \operatorname{Im} B_{-+} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \operatorname{Re} Q_{--} & \operatorname{Re} B_{--} \\ \operatorname{Im} Q_{--} & \operatorname{Im} B_{--} \end{vmatrix}, \quad (47)$$

$$\begin{vmatrix} \operatorname{Re} T_{11}^{22} & \operatorname{Re} Q_{--} \\ \operatorname{Im} T_{11}^{22} & \operatorname{Im} Q_{--} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \operatorname{Re} Q_{-+} & \operatorname{Re} B_{-+} \\ \operatorname{Im} Q_{-+} & \operatorname{Im} B_{-+} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \operatorname{Re} T_{1-1}^{22} & \operatorname{Re} Q_{-+} \\ \operatorname{Im} T_{1-1}^{22} & \operatorname{Im} Q_{-+} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \operatorname{Re} Q_{--} & \operatorname{Re} B_{--} \\ \operatorname{Im} Q_{--} & \operatorname{Im} B_{--} \end{vmatrix}. \quad (48)$$

对于反应(V), 公式(26)—(33)给出的十二个独立的实统计张量之间有三个与动量无关的实线性关系

$$T_{00}^{22}(B^*B^*) = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} T_{00}^{02}(B^*B^*), \quad (49)$$

$$T_{20}^{22}(B^*B^*) = \frac{1}{2} T_{20}^{20}(B^*B^*) \quad (50)$$

和三个与动量有关的实线性关系(它们和反应(IV)的关系相类似, 因此从略)及一个非线性关系.

2. 若进一步假定参数 g_2 和 g_6 具有相同的幅角, 或 $\operatorname{Im} g_2 = \operatorname{Im} g_6 = 0$, 则有

(1) 在任意横向自旋参考系中, 对于反应(IV), 有非线性关系:

$$\frac{T_{1-1}^{22}}{T_{11}^{22}} = \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{T_{20}^{20}}{T_{22}^{22}} = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{T_{2-2}^{22}}{T_{20}^{20}} \quad (51)$$

和

$$\frac{T_{-11}^{22}}{T_{11}^{22}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \frac{T_{02}^{02}}{T_{22}^{22}} = \sqrt{\frac{4}{3}} \frac{T_{-22}^{22}}{T_{02}^{02}}. \quad (52)$$

对于反应(V), 有非线性关系

$$\frac{T_{1-1}^{22}}{T_{11}^{22}} = \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{T_{20}^{20}}{T_{22}^{22}} = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{T_{2-2}^{22}}{T_{20}^{20}}. \quad (51')$$

(2) 在由 $\operatorname{Im} T_{20}^{20} = \operatorname{Im} T_{02}^{02} = 0$ 所定义的“动力学”系中, 有

$$\operatorname{Im} T_{MN}^{22} = \operatorname{Im} T_{M0}^{20} = \operatorname{Im} T_{0N}^{02} = 0. \quad (53)$$

并有下面诸关系(证明见附录 II). 对于反应(IV), 有线性关系

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}(VB^*) = \sqrt{\frac{J_1 + 2}{J_2 + 2}} T_{M_2 M_1}^{J_2 J_1}(VB^*), \quad (54)$$

$$T_{22}^{22}(VB^*) + T_{1-2}^{22}(VB^*) + T_{00}^{22}(VB^*) = \frac{1}{\sqrt{6}}. \quad (55)$$

对于反应(V),有线性关系

$$T_{22}^{22}(B^*B^*) + T_{2-2}^{22}(B^*B^*) + T_{00}^{22}(B^*B^*) = \frac{1}{4}. \quad (56)$$

四、理论与实验的比较

在我们的第 1 类关系中,关系式(38)—(41)、(49)和(50)同资料[2]中的(a)类关系相同,这些关系在资料[2, 4—10]中已经与实验做了比较,它们与实验符合得较好.

对于介子-重子反应(IV)的关系式(42)—(46),其系数依赖于动量传递 t ,它们应当在一个给定的 t 下与实验进行比较.但是,现在已有的实验数据都是在一个较大的 t 的围范内取平均的.因此,对这些关系只能进行粗略的检验.我们把所能找到的实验资料都同理论预言做了比较,结果见表 1. 可以看到,除了 $8\text{GeV}/c$ 的 $\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$ 以外,理论预言与实验都较好地符合.至于关系(47)和(48),由于实验误差太大,我们没有和实验进行比较.

表 1 关系式(42)—(46)与实验的比较*

反 应	入射动量	f^{**}	(42)	(43)	(44)	(45)	(46)
$\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$	$5\text{GeV}/c^{[10]}$	$-0.06^{(1)}$	0.32 ± 0.15	-1.5 ± 1.0	-1.07 ± 0.81	0.50 ± 0.29	0.56 ± 0.51
		$-0.10^{(2)}$	0.53 ± 0.24	-2.5 ± 1.8	-1.4 ± 1.3	1.01 ± 0.57	0.80 ± 0.98
	$8\text{GeV}/c^{[11]}$	$-0.05^{(1)}$	-1.5 ± 1.3	-11.6 ± 8.6	-47.3 ± 6.2	4.5 ± 2.6	-32.6 ± 4.1
		$-0.10^{(2)}$	-2.4 ± 2.4	-21 ± 18	-81 ± 11	11.4 ± 6.5	-74 ± 10
$\pi^+p \rightarrow \omega^0\Delta^{++}$	$5\text{GeV}/c^{[10]}$	$-0.25^{(1),(2)}$	1.09 ± 0.72	1.1 ± 5.4	-2.0 ± 2.9	0.9 ± 2.0	-3.3 ± 3.2
	$8\text{GeV}/c^{[11]}$	$-0.25^{(1),(2)}$	0.26 ± 0.97	7.4 ± 7.0	-6.0 ± 3.5	0.8 ± 2.5	-6.4 ± 4.1
$K^+p \rightarrow K^*\Delta$	$5\text{GeV}/c^{[9]}$	$-0.10^{(1)}$	1.0 ± 1.1	1 ± 19	-2.6 ± 9.1	4.7 ± 6.5	-9 ± 11
		$-0.15^{(2)}$	1.2 ± 1.4	3 ± 25	-2 ± 10	6.5 ± 8.9	-18 ± 15
$K^+p \rightarrow K^*\Delta^{++}$	$3\text{GeV}/c^{[12]}$	$-0.12^{(1),(2)}$	0.10 ± 0.15	1.1 ± 3.3	1.5 ± 1.3	1 ± 10	0.5 ± 1.6

* 表中给出的是横向 Jackson 系中公式(42)—(46)左边的实验值[已除以 $(Q^{(1)}Q^{(2)}P_0^{(1)}K^{(2)})^3$,结果为无量纲的数],右边是零.

** $f' = t - t_{\min}$. 统计张量的实验值是在较大的 t' 范围内做的,这里是对公式(42)—(46)取 t' 的平均值进行检验. t' 的平均值有两种取法:

$$(1) f' = \frac{1}{b} \quad (b \text{ 为微分截面向前峰的斜率}),$$

$$(2) f' = \text{实验测量的 } t' \text{ 区间的中值.}$$

在某些实验中这两个值是几乎相等的.

对于重子-重子反应(V)的那些与动量有关的关系,由于没有横向系中的实验资料,我们没有进行检验.

我们的第 2 类关系,只是对存在使所有统计张量都是实的那样一种参考系(以下简称“实参考系”)的准二体反应才成立.目前,实验上发现 $5\text{GeV}/c$ 的 $K^+p \rightarrow K^*\Delta^{[9]}$ 和 $\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++[10]}$ 以及 $8\text{GeV}/c$ 的 $\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$ 和 $\pi^+p \rightarrow \omega^0\Delta^{++[11]}$ 有“实参考系”,而 $5\text{GeV}/c$ 的反应 $\pi^+p \rightarrow \omega^0\Delta^{++[10]}$ 没有.

对于有“实参考系”的那些反应,关系式(54)和(55)与实验的比较在资料[9—11]中已经有了,它们和实验是一致的。

非线性关系(51)和(52),在“实参考系”中是等价的,它们和实验的比较见表 2。结果表明,它们和实验是相容的。

表 2 关系式(51)与实验的比较*

	T_{11}^{11}/T_{11}^{11}	$\sqrt{\frac{3}{8}} T_{10}^{10}/T_{11}^{11}$	$\sqrt{\frac{8}{3}} T_{11}^{11}/T_{10}^{10}$
$5\text{GeV}/c^{191} \quad K^+p \rightarrow K^*\Delta$	0.50 ± 0.75	-0.84 ± 0.25	-0.68 ± 0.35
$5\text{GeV}/c^{111} \quad \pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$	-0.35 ± 0.35	-0.68 ± 0.14	-0.39 ± 0.27

* 本表给出的是“实参考系”中的实验数值。

对于反应(V)的关系(51')和(56),由于没有横向系的实验资料,我们也没有进行检验。

五、讨 论

在资料[1]中,用层子模型研究了重子的电磁形状因子和超子的半轻子衰变,对中子磁矩和质子磁矩之比的预言,和对超子的半轻子衰变的预言,都和实验很好地符合。这两个问题都是和层子模型的自旋波函数直接相关的。理论上在这方面的成功,是对层子模型的 $SU(6)$ 波函数的一个很好的支持。本文所研究的衰变角分布,也是和层子模型的自旋波函数有着极为密切的关系的。所得结果与实验的较好符合,是对层子模型的 $SU(6)$ 波函数又一新的支持。

在引言中,我们已经指出,非相对论性“夸克”模型存在着理论上的困难。例如,资料[2]中的(b)类,特别是(c)类关系(相应于我们的式(53)—(56))不可能在一切参考系中成立(例如,如果按照他们的方法,在横向 helicity 系中写出这些关系,然后转到横向 Jackson 系中,就会和直接在横向 Jackson 系中写出的关系矛盾)。他们的这些关系是对“夸克”振幅做了附加假定得到的,由于他们所用的波函数和“夸克”振幅都是非协变的,因此,理论上不能说明这种附加假定在何种参考系中成立。就是说,不能从理论上说明(b)类,特别是(c)类关系在哪些自旋参考系中成立。这种困难在本文中并不存在。这是因为层子模型的波函数是相对论性的,我们的全部计算都是协变的。我们的关系式(53)—(56)与资料[2]中的(b)类和(c)类关系虽然形式相同,但是,在本文中这些关系成立的坐标系是完全确定的,不存在矛盾。

此外,在他们的理论中,应用时间反演不变性条件是有困难的。而在我们的理论中,只对强子使用时间反演不变性条件,层子振幅的一般形式(5)式就自然地满足时间反演不变。这样,独立振幅比资料[2]中所用的少二个,得到的关系就比他们的多。

至于我们的第二类关系,是在假定 g_2 和 g_6 位相相同的条件下得到的¹⁾。这一条件也

1) 例如,单轨迹交换的反应满足这个条件。

可以用来解释为什么实验上发现有的反应有“实参考系”，有的反应则没有。

在第三节中，我们已经看到，交换对称关系式 (54) (即资料 [2] 中的 (b) 类)，只是在 g_2 和 g_6 的位相相同的情况下，在动力学系 (或由动力学系出发，把两个粒子的自旋参考系转相同角度) 中成立。从目前实验的初步资料来看，在横向 Jackson 系中，除了个别过程外，大部分过程是符合这一关系的。这个问题可以作如下解释：由公式 (42) — (48) 可以看出，在横向 Jackson 系中，假如 $\text{Im}B_{+-} = 0$ 的话，交换对称关系就会成立。实际上，虽然 $\text{Im}B_{+-} \neq 0$ ，但是我们对 $\text{Im}B_{+-}$ 的估计表明，它比起 $\text{Re}B_{+-}$ 小得多。例如，对于 $5\text{GeV}/c$ 的反应 $Kp \rightarrow K^*\Delta$ ，有 $\text{Im}B_{+-}/\text{Re}B_{+-} \cong 9\%$ 。因此，交换对称关系在横向 Jackson 系中近似成立是可以理解的。

最后，需要说明，目前衰变角分布的实验测量，误差较大，并且是在动量传递 t 的一个较大的范围内取平均值。在这里，各种关系都是在一个给定 t 下成立的。特别是非相对论“夸克”模型里所没有的那些新关系，例如式 (42) — (48)，它们的系数与 t 有较大的依赖性。因此，更加精确地检验第三节中的诸关系将是有意义的。我们希望实验能够在更小的 t 的间隔内对统计张量进行更加精确的测量。

附录 I 统计张量的计算方法

统计张量的定义如下^[3]：

$$T_M^J = \sum_{m_1 m_1'} (-)^{s_1+m_1-J} C_{s_1 s_1' J}^{-m_1 m_1' M} \rho_{m_1 m_1'} \quad (\text{A.1})$$

$$\rho_{m_1 m_1'} = N \sum_{m_2 m_3 m_4} f_{m_1 m_2 m_3 m_4} f_{m_1' m_2 m_3 m_4}^* \quad (\text{A.2})$$

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = \sum_{m_1 m_1' m_2 m_2'} (-)^{s_1+m_1-J_1} (-)^{s_2+m_2-J_2} C_{s_1 s_1' J_1}^{-m_1 m_1' M_1} C_{s_2 s_2' J_2}^{-m_2 m_2' M_2} \rho_{m_2 m_2'}^{m_1 m_1'} \quad (\text{A.3})$$

$$\rho_{m_2 m_2'}^{m_1 m_1'} = N \sum_{m_3 m_4} f_{m_1 m_2 m_3 m_4} f_{m_1' m_2 m_3 m_4}^* \quad (\text{A.4})$$

其中下标 3 和 4 代表初态二强子；下标 1 和 2 代表末态二强子。 s_i 是自旋。 m_i 是磁量子数。 $\rho_{m_1 m_1'}$ 是共振态 (s_1) 在其静止系中的自旋密度矩阵元。 $\rho_{m_2 m_2'}^{m_1 m_1'}$ 是双共振态 (s_1 和 s_2) 的自旋密度矩阵元。 N 是归一化系数，使得 $T_0^0 = \frac{1}{\sqrt{2s_1+1}}$ ， $T_{00}^{00} = \frac{1}{\sqrt{(2s_1+1)(2s_2+1)}}$ 。 $f_{m_1 m_2 m_3 m_4}$ 是强子准二体反应的振幅。

下面以反应 (IV) 为例，来说明计算统计张量的方法。

按照层子模型的协变场论方法^[13]，图 1 所示的反应的振幅可以写成：

$$\begin{aligned} f_{m_1 m_2 m_3 m_4} = & N \sum_{i=1}^6 \int d^4 p_2 d^4 p_3 d^4 k_2 a_i(p_1, p_1', k_1, k_1') f_i^*(k_1, k_2) f_i^*(p_1, p_2, p_3) \\ & \times f_3(k_1, k_2) f_4(p_1, p_2, p_3) \delta^4(p + k - p' - k') \\ & \times \bar{D}_{r' \beta' a'}^{m_2}(\Gamma_i^{(2)})_{a' a} (i\beta_2 + M)_{\beta' \beta} (i\beta_3 + M)_{r' r} \chi_{a \beta r}^{m_4} \\ & \times \text{Sp} \{ \bar{\chi}^{m_1} \Gamma_i^{(1)} \chi^{m_3} (i\hat{k}_2 + M) \}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

其中 N 是归一化系数, M 是层子质量, a_i 和 $\Gamma_i^{(1)}, \Gamma_i^{(2)}$ 由正文中的公式(5)和(5')给出, f_1, f_2, f_3 和 f_4 分别是四个强子的内部运动轨道波函数。

考虑到 $i\beta_2, i\beta_3$ 和 $i\hat{k}_2$ 诸项比起 M 的项小很多, 将把它们略掉。

将式(1)–(4)代入式(A.5), 并注意到 B^* 重子的旋量波函数式(1)对脚标 $\gamma'\beta'\alpha'$ 是对称的, 在做一些简化之后, 式(A.5)成为

$$f_{m_1 m_2 m_3} = \sum_{n l} C_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{n l m_2} \tau_{m_1 n} \bar{u}_\gamma^l(p') u_{\gamma'}^{m_4}(p). \quad (\text{A.6})$$

其中

$$\tau_{m_1 n} = \sum_{i\mu\mu'} g_i \tau_\mu(\Gamma_i^{(1)}) \bar{\epsilon}_{\mu_1}^{m_1}(k') \tau_{\mu'}(\Gamma_i^{(2)}) \bar{\epsilon}_{\mu'}^{m_4}(p'), \quad (\text{A.7})$$

$$g_i = 2N \int d^4 p_2 d^4 p_3 d^4 k_2 a_i f_1^* f_2^* f_3 f_4 \delta^4(p + k - p' - k'), \quad (\text{A.8})$$

$$\tau_\mu(\Gamma_i^{(1)}) = \text{Sp} \left\{ \gamma_\mu \left(1 - \frac{i\hat{k}'}{M_1} \right) \Gamma_i^{(1)} \left(1 - \frac{i\hat{k}}{M_3} \right) \gamma_5 \right\}, \quad (\text{A.9})$$

$$\tau_{\mu'}(\Gamma_i^{(2)}) = \text{Sp} \left\{ \gamma_{\mu'} \left(1 - \frac{i\hat{p}'}{M_2} \right) \Gamma_i^{(2)} \left(1 - \frac{i\hat{p}}{M_4} \right) \gamma_5 \right\}. \quad (\text{A.10})$$

将式(5')代入(A.9)和(A.10), 求迹之后得到矢量 τ_μ , 其中 $\tau_\mu(1) = 0$, 因此式(A.7)成为

$$\tau_{m_1 n} = g_2 Q_{m_1}^{(1)} Q_n^{(2)} + g_3 L_{m_1}^{(1)} L_n^{(2)} + g_6 B_{m_1}^{(1)} B_n^{(2)}, \quad (n, m_1 = 0, \pm 1) \quad (\text{A.11})$$

式中的符号定义见正文中的式(37) (这里我们已经把一些数字系数归到参数 g_i 中去了)。

将上述式(A.6)和(A.11)代入式(A.1)–(A.4), 经过运算后便得到式(6)–(33)的统计张量。

附录 II 第二类关系的证明

以反应(IV)为例. 在 $\text{Im}g_2 = \text{Im}g_6 = 0$ 的条件下, 统计张量的表达式(15)–(25)均可写成乘积的形式:

$$T_{20}^{20} = 2T_{20}^{22} = \frac{4}{3} (g_2 Q_{-+} + g_6 B_{-+})(g_2 Q_{--} + g_6 B_{--}), \quad (\text{B.1})$$

$$T_{02}^{02} = \sqrt{2} T_{02}^{22} = \frac{2\sqrt{2}}{3} (g_2 Q_{+-} + g_6 B_{+-})(g_2 Q_{--} + g_6 B_{--}), \quad (\text{B.2})$$

$$T_{22}^{22} = \sqrt{\frac{2}{3}} (g_2 Q_{--} + g_6 B_{--})^2, \quad (\text{B.3})$$

$$T_{2-2}^{22} = \sqrt{\frac{2}{3}} (g_2 Q_{-+} + g_6 B_{-+})^2, \quad (\text{B.4})$$

$$T_{11}^{22} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{Re}(g_5 L_{00})(g_2 Q_{--} + g_6 B_{--}), \quad (\text{B.5})$$

$$T_{1-1}^{22} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{Re}(g_5 L_{00})(g_2 Q_{-+} + g_6 B_{-+}). \quad (\text{B.6})$$

从这些式子容易看出式(51)和(52)成立。

过渡到 $\text{Im}(T_{20}^{20})' = \text{Im}(T_{02}^{02})' = 0$ 所定义的动力学系, 共振 1 和 2 的自旋参考系需分别绕 Z 轴转动角度 θ_1 和 θ_2 :

$$\theta_1 = -\frac{1}{2} \arg T_{20}^{20}, \quad \theta_2 = -\frac{1}{2} \arg T_{02}^{02}. \quad (\text{B.7})$$

其中 \arg 表示幅角, 由变换公式

$$(T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2})' = e^{i(M_1 \theta_1 + M_2 \theta_2)} T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}, \quad (\text{B.8})$$

不难算出动力学系中的统计张量 $(T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2})'$: 对 (B.1)–(B.6) 各式右边的每个因子取模, 则得动力学系中相应的统计张量的表达式. 亦即

$$(T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2})' = |T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}|. \quad (\text{B.9})$$

可见, 在动力学系中一切统计张量均为实数. 且不难验证, 式(54)和(55)在动力学系中成立. 这两个关系在任意的自旋参考系中的表示式是:

$$|T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}| = \sqrt{\frac{J_1 + 2}{J_2 + 2}} |T_{M_2 M_1}^{J_2 J_1}|, \quad (\text{B.10})$$

$$|T_{22}^{22}| + |T_{2-2}^{22}| + |T_{00}^{22}| = \frac{1}{\sqrt{6}}. \quad (\text{B.11})$$

参 考 资 料

- [1] 1966年北京科学讨论会报告(北京基本粒子组);
中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, **3**(1966), 137;
北京大学理论物理研究室基本粒子理论组, 中国科学院数学研究所理论物理研究室, 北京大学学报, **2**(1966), 103.
- [2] A. Białas and K. Zalewski, *Nucl. Phys.*, **B6** (1968), 465.
- [3] A. Kotański and K. Zalewski, *Nucl. Phys.*, **B4** (1968), 559.
- [4] M. Ferro-Luzzi et al., *Nuo. Cim.*, **36** (1965), 1101.
- [5] Aachen-Berlin-CERN-Collaboration, *Phys. Letters*, **22** (1967), 533.
- [6] G. Alexander et al., *Phys. Rev.*, **154** (1967), 1284.
- [7] R. George et al., *Nuo. Cim.*, **49A** (1967), 9.
- [8] A. Białas and K. Zalewski, *Phys. Letters*, **26B** (1968), 170.
- [9] W. De Baere et al., *Nuo. Cim.*, **61A** (1969), 397.
- [10] Bonn-Durham-Nijmegen-Paris-Strasbourg-Turin Collaboration, *Phys. Letters*, **28B** (1968), 72.
- [11] Aachen-Berlin-CERN Collaboration, M. Aderholz et al., *Nucl. Phys.*, **B8** (1968), 485.
- [12] K. Buchner et al., *Nucl. Phys.*, **B29** (1971), 381.
- [13] 中国科学院数学研究所理论物理研究室, 北京大学理论物理研究室基本粒子理论组, 北京大学学报, **2** (1966), 113.