

# 变形核振动态的微观处理\*

程檀生 曾谨言

(北京大学物理系原子核理论组)

## 提 要

本文在处理对力的粒子数守恒方法的基础上,提出了处理长程力的一个方法,利用此方法分析了重变形核的振动态的微观机构.变形核的振动态被看成是在长程力(四极力、八极力等)的影响下, $K^\pi$ 相同的若干“对拆散态”和“对激发态”的某种相干混合.给出了长程力在各“对拆散态”和“对激发态”之间的矩阵元公式.在此方法中,避免了通常在BCS方法基础上处理振动时所碰到的粒子数不守恒、假态、波函数不正交等困难.也没有采用RPA方法中那些近似假定.而且基态或激发态的不同的堵塞效应已自动考虑在内. $np$ 力对导致振动态的出现起了重要作用.

作为例子,我们分析了稀土偶偶核的 $\gamma$ 振动和铜系偶偶核的 $b$ 振动态的内部结构.具体说明了以下事实:(1)振动带位置随不同核的变化规律(图1,3);(2)从基态到振动态的跃迁几率有显著加强;(3)讨论了重变形核中什么区域可以出现低能级的振动带.本文还分析了奇 $A$ 核的 $\gamma$ 振动态,它们被看成是 $K^\pi$ 相同的三粒子态和单粒子态的相干混合.以 $\text{Ho}^{163}$ 为例,分析了奇 $A$ 核 $\gamma$ 振动的各种特点.在这里堵塞效应起了很重要的作用.

## 一、引 言

变形核(稀土核 $A \sim 155-190$ 和铜系核 $A \geq 225$ )能谱学目前主要集中在 $\leq 2-3$  MeV的能谱的研究,系统地发现所谓“振动”谱<sup>[1,2]</sup>,其中包括 $\gamma$ 振动、 $\beta$ 振动和八极 $b$ 振动等.这些“振动带”的位置很多在1 MeV左右,甚至在1 MeV以下,随不同核有相当大的起伏(见图1,3),而且从原子核的基态到这些振动带的库仑激发截面较之单粒子值有显著加强.

振动谱的唯象处理早已提出<sup>[3,4]</sup>,但遇到不少困难.58年后,在处理对关联方法(BCS方法)的基础上<sup>[7]</sup>,提出了一种振动谱的微观处理方法,即无规相近似<sup>[5,6]</sup>(RPA),亦称准波色近似.

本文在处理对力的粒子数守恒方法的基础上<sup>[8-10]</sup>提出了处理长程力的一个方法.利用此方法分析了重变形核的振动态的微观结构,所谓“振动”态只不过是在长程力的影响下, $K^\pi$ ( $K$ 是核自旋在对称轴上投影, $\pi$ 是宇称)相同的若干“对拆散态”或“对激发态”的某种相干混合.在此方法中,粒子数是守恒的,而且基态或激发态的不同的堵塞效应已自动考虑在内.在第二节中给出长程力的处理方法,给出了各种振动态下内部态波函数的形式,以及长程力的矩阵元和 $B(E2)$ 、 $B(E3)$ 的表达式.在第三节中利用此方法处理稀土核

\* 1972年8月21日收到.

的  $\gamma$  振动谱。在第四节分析了铀系核的  $b$  振动谱。这些分析中, 振动带位置随不同核的变化能得到较好的说明,  $\gamma$  跃迁亦有显著加强的现象。在第五节中讨论了奇  $A$  核的  $\gamma$  振动, 并以  ${}^{165}\text{Ho}$  为例, 分析了奇  $A$  核的  $\gamma$  振动带的特点, 堵塞效应在这里起了重要的作用。

## 二、长程力的处理方法

### 1. 哈密顿量的选取

对于大变形核的较低激发态, 采取下列假设是合理的<sup>[11,12]</sup>, 即 (a) 绝热近似——转动和内部运动可近似地分开; (b) 轴对称性和反射对称性。此时哈密顿量可以表成

$$H = H_r + H_i \quad (2.1)$$

$H_r$  是描述转动的哈密顿量,  $H_i$  是内部运动哈密顿量, 而

$$H_i = H_{av} + H_{\text{pair}} + H_{\text{long}} \quad (2.2)$$

$H_{av}$  表示核子所受平均场的哈密顿量,

$$H_{av} = \sum_{\nu>0} \epsilon_p^{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\nu}) + \sum_{\nu>0} \epsilon_n^{\nu} (b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu} + b_{-\nu}^{\dagger} b_{-\nu}) \quad (2.3)$$

$a^{\dagger}$ 、 $b^{\dagger}$ 、 $(a, b)$  分别代表质子和中子的产生(湮灭)算子,  $\epsilon_p^{\nu}$ 、 $\epsilon_n^{\nu}$  分别代表质子和中子的单粒子能量, 可以取为适当参数下的 Nilsson 能级<sup>[13,14]</sup>。 $(-\nu)$  表示  $\nu$  态的时间反演态。 $H_{\text{pair}}$  表示核子间的对相互作用, 是核力中短程力部分的理想化表示:

$$H_{\text{pair}} = -G_p \sum_{\nu, \nu'>0} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\nu'} a_{\nu'} - G_n \sum_{\nu, \nu'>0} b_{\nu}^{\dagger} b_{-\nu}^{\dagger} b_{-\nu'} b_{\nu'} \quad (2.4)$$

$G_p, G_n (>0)$  分别是质子和中子的平均对力强度参数。  $H_{\text{long}}$  表示核子间剩余的长程作用力, 它包括四极力、八极力等, 即

$$H_{\text{long}} = H_Q + H_{\text{Oct.}} + \dots \quad (2.5)$$

其中  $H_Q$  为四极力,  $H_{\text{Oct.}}$  为八极力。

$$H_Q = H_{\beta} + H_r, \quad H_{\text{Oct.}} = H_b + \dots \quad (2.6)$$

它们可以用下列算子的矩阵元来表示,

$$\begin{aligned} f_{\beta} &= r^2 Y_{20}(\theta, \varphi), \\ f_r &= \frac{r^2}{\sqrt{2}} [Y_{22}(\theta, \varphi) + Y_{2-2}(\theta, \varphi)], \\ f_b &= r^3 Y_{30}(\theta, \varphi), \\ &\dots \end{aligned} \quad (2.7)$$

以上各式均在体坐标系中表示, 球谐函数定义见 Condon 和 Shortley 的著作。  $H_{\beta}$ 、 $H_r$  及  $H_b$  等分别都包含有  $(pp)$ 、 $(nn)$  和  $(np)$  作用, 例如  $H_r$

$$H_r = H_r(pp) + H_r(nn) + H_r(np) \quad (2.8)$$

$$H_r(pp) = -\frac{\chi_2}{2} \sum_{\substack{\sigma\sigma'\tau\tau'=\pm \\ \tau\tau'=\pm}} f_r(\sigma s, \sigma' s') f_r(\tau t, \tau' t') a_{\sigma s}^{\dagger} a_{\tau t}^{\dagger} a_{\tau' t'} a_{\sigma' s'}$$

其中

$$H_V(nn) = -\frac{\chi_n}{2} \sum_{\substack{\sigma\sigma', \tau\tau' = \pm \\ ss', ii'}} f_V(\sigma s, \sigma' s') f_V(\tau t, \tau' t') b_{\sigma s}^+ b_{\tau t}^+ b_{\tau' t'} b_{\sigma' s'},$$

$$H_V(np) = -\chi_{np} \sum_{\substack{\sigma\sigma', \tau\tau' = \pm \\ ss', ii'}} f_V(\sigma s, \sigma' s') f_V(\tau t, \tau' t') a_{\sigma s}^+ a_{\tau t} b_{\tau' t'}^+ b_{\sigma' s'}.$$

或令

$$Q_V(p) = \sum_{\substack{\sigma\sigma' = \pm \\ ss'}} f_V(\sigma s, \sigma' s') a_{\sigma s}^+ a_{\sigma' s'} = Q_V^+(p), \quad (2.9)$$

$$Q_V(n) = \sum_{\substack{\tau\tau' = \pm \\ ii'}} f_V(\tau t, \tau' t') b_{\tau t}^+ b_{\tau' t'} = Q_V^+(n),$$

则

$$H_V(np) = -\frac{\chi_{np}}{2} [Q_V^+(p)Q_V(n) + Q_V^+(n)Q_V(p)].$$

以上诸式中  $\chi_p$ 、 $\chi_n$ 、 $\chi_{np}$  乃  $(pp)$ 、 $(nn)$ 、 $(np)$  四极力强度参数。可取为相同, 即

$$\chi_p = \chi_n = \chi_{np} = \chi. \quad (2.10)$$

而八极力强度参数记为  $\chi'$ 。

为方便起见, 以下记

$$f(+s, +s') \equiv f(ss'), \quad f(+s, -s') \equiv f(s\underline{s}'), \quad f(-s, -s') \equiv f(\underline{s}s'). \quad (2.11)$$

利用  $f$  的自厄性, 矩阵元为实数及其时间反演性, 可以证明:

$$\begin{aligned} f(ss') &= f(s's), & f(s\underline{s}') &= f(\underline{s}s'), \\ f(\underline{s}s') &= f(ss'), & f(\underline{s}\underline{s}') &= -f(\underline{s}s'). \end{aligned} \quad (2.12)$$

## 2. 表象的选取

在绝热近似下, 变形核的波函数可表成

$$\Psi_{IMK\alpha} \sim D_{MK}^I \chi_D^\alpha. \quad (2.13)$$

其中  $D_{MK}^I$  是转动群的  $(2I+1)$  维不可约表示,  $\chi_D^\alpha$  是内部态波函数,  $Q$  是核子内部运动角动量在对称轴上(记为第3轴)的投影,  $\alpha$  是其余量子数。由轴对称性要求,  $K=Q$ 。再考虑到反射对称性, 则<sup>[11,12]</sup>

$$\Psi_{IMK\alpha} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} [\chi_K^\alpha D_{MK}^I + R_i R_i^{-1} \chi_K^\alpha D_{MK}^I]. \quad (2.14)$$

其中  $R_i$  表示核物质绕第2轴转  $180^\circ$ , 作用于内部态上,  $R_i^{-1}$  表示整个系统绕反方向转  $180^\circ$ , 作用于转动波函数上,

$$R_i^{-1} D_{MK}^I = (-)^{I+K} D_{M-K}^I. \quad (2.15)$$

而  $R_i \chi_K^\alpha$  要根据内部态波函数的性质来讨论。按前所述, 所谓“振动态”是一种特殊的内部态, 它们是若干个  $K^*$  相同的对激发态和对拆散态的某种相干迭加。在处理长程力影响时, 我们采取  $H_{av.} + H_{\text{pair}}$  已对角化的表象。关于对力的粒子数守恒方法见文献[8—10]。在计及对力影响后, 偶偶核的内部态可分两种情况讨论。

(A)  $K=0$  情况

$$\Psi_{IM0\alpha} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} D_{M0}^I (1 + (-)^I R_i) \chi_0^\alpha. \quad (2.16)$$

一般言之,  $\chi_0$  可能是对激发态和对拆散态的相干混合. 对于质子的对激发态取为

$$A_\alpha^+ |0\rangle = \sum_{\rho\mu\cdots} V_{\rho\mu\cdots}^\alpha S_\rho^+ S_\mu^+ \cdots |0\rangle, \quad (2.17)$$

其中

$$\begin{aligned} S_\rho^+ &= a_\rho^+ a_{-\rho}^+, \cdots \\ \sum_{\rho\mu\cdots} (V_{\rho\mu\cdots}^\alpha)^2 &= 1 \text{ (归一化),} \\ \alpha &= 0 \text{ (基态), } 1, 2, \cdots. \end{aligned}$$

$V_{\rho\mu\cdots}^\alpha$  中的下标  $\rho\mu\cdots$  的任何二个均不相同,  $\rho\mu\cdots$  下标按一定次序排列, 小的在左方, 每一组下标在求和中只出现一次. 中子的对激发态类似可表成

$$\begin{aligned} B_\beta^+ |0\rangle &= \sum_{lm\cdots} W_{lm\cdots}^\beta T_l^+ T_m^+ \cdots |0\rangle, \quad (2.18) \\ T_l^+ &= b_l^+ b_{-l}^+, \cdots, \\ \sum_{lm\cdots} (W_{lm\cdots}^\beta)^2 &= 1, \\ \beta &= 0, 1, 2, \cdots. \end{aligned}$$

可以证明

$$R_i A_\alpha^+ |0\rangle = A_\alpha^+ |0\rangle. \quad (2.19)$$

因此归一化的波函数为

$$\Psi_{IM0\alpha} = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{M0}^I \cdot \frac{1}{2} (1 + (-)^I) \chi_0^\alpha. \quad (2.20)$$

因此对于对激发态,  $I = 0, 2, 4, \cdots$ .

对于对拆散态, 考虑到  $K = 0$  无简并, 应取

$$\begin{aligned} \bar{A}_\alpha^+(1\bar{2}) |0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\alpha^+(1\bar{2}) + r A_\alpha^+(2\bar{1})) |0\rangle, \quad (2.21) \\ r &= \pm 1 \end{aligned}$$

其中

$$A_\alpha^+(1\bar{2}) |0\rangle = a_1^+ a_{-2}^+ \sum_{\rho\mu\cdots} V_{\rho\mu\cdots}^{\alpha(1\bar{2})} S_\rho^+ S_\mu^+ \cdots |0\rangle. \quad (2.22)$$

$Q_1 = Q_2$ ,  $\rho\mu\cdots$  不取  $(1, 2)$  态(堵塞效应).

可证明

$$\begin{aligned} R_i \bar{A}_\alpha^+(1\bar{2}) |0\rangle &= \pi r \bar{A}_\alpha^+(1\bar{2}) |0\rangle, \quad (2.23) \\ \pi &= \pi_1 \pi_2 \text{ (宇称)} \end{aligned}$$

因此式(2.16)可表成

$$\Psi_{IM0\alpha} = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{M0}^I \cdot \frac{1}{2} (1 + \pi r (-)^I) \chi_0^\alpha. \quad (2.24)$$

因此, 如果  $\pi = +$  (正宇称态)

$$\begin{aligned} \text{当 } r = 1, \quad I &= 0, 2, 4, \cdots \text{ (例如 } \beta \text{ 振动态可以含有这样的态)} \\ r = -1, \quad I &= 1, 3, 5, \cdots. \end{aligned} \quad (2.25)$$

反之, 如果  $\pi = -$  (负宇称态)

$$\begin{aligned} \text{当 } r = 1, \quad I &= 1, 3, 5, \cdots \text{ (例如 } b \text{ 振动)} \\ r = -1, \quad I &= 0, 2, 4, \cdots. \end{aligned} \quad (2.26)$$

(B)  $K \approx 0$  情况

(2.14)式中两项正交. 内部态  $\chi_k$  只能由对拆散态构成. 设被拆散的质子处于 (1, 2) 能级上, 则质子部分内部态波函数可表成

$$A_a^+(12)|0\rangle = a_1^+ a_2^+ \sum_{\rho\mu\dots} V_{\rho\mu\dots}^{a(1,2)} S_\rho^+ S_\mu^+ \dots |0\rangle, \quad (2.27)$$

$$K = Q_1 + Q_2, \quad \pi = \pi_1 \pi_2,$$

或为

$$A_a^+(12)|0\rangle = a_1^+ a_{-2}^+ \sum_{\rho\mu\dots} V_{\rho\mu\dots}^{a(1,2)} S_\rho^+ S_\mu^+ \dots |0\rangle, \quad (2.28)$$

$$K = Q_1 - Q_2, \quad \pi = \pi_1 \pi_2.$$

中子的对拆散态亦可类似写出.

当只考虑对力时, 这些内部激发态(对激发态和对拆散态)能级一般在 1MeV 以上. 长程力考虑进去后,  $K^\pi$  相同的内部态将发生混合. 其中  $K^\pi = 0^+, 2^+, 0^-\dots$  等, 内部态受的影响较厉害.  $K^\pi = 2^+$  的对拆散态发生混合后, 有一条能级往往下降很厉害, 掉到“能隙”以下, 构成所谓“ $\gamma$  振动”态, 由于相干效应, 从基态到  $K^\pi = 2^+$  各态的  $E2$  跃迁强度几乎绝大部分集中于此能级, 使  $B(E2)$  有较大加强. 类似,  $K^\pi = 0^-$  的对拆散态混合后, 将导致所谓“ $b$  振动”态.  $K^\pi = 0^+$  的对激发态及对拆散态混合后的第一激发态即所谓“ $\beta$  振动”态.

### 3. $\gamma$ 振动

$\gamma$  “振动态”来源于在四极力的影响下,  $K^\pi = 2^+$  的对拆散态的混合, 这些对拆散态的形式如下:

$$\text{质子对拆散态 } A_a^+(12)B_\beta^+|0\rangle, \quad Q_1 + Q_2 = 2, \quad \pi_1 = \pi_2 \text{ 等等}, \quad (2.29)$$

$$\text{中子对拆散态 } A_a^+B_\beta^+(1'2')|0\rangle, \quad Q_{1'} + Q_{2'} = 2, \quad \pi_{1'} = \pi_{2'} \text{ 等等},$$

$$\alpha, \beta = 0, 1, 2, \dots$$

长程力在这些态之间的矩阵元公式(强度参数略去未写)见附录. 在处理  $\gamma$  振动时要注意  $f_r$  的选择定则, 此处不再一一赘述.

但应指出, 在质子对拆散态与中子对拆散态之间, 只有  $H_r(np)$  的矩阵元才不为零, 例如

$$\langle 0|B_\beta(12)A_a H_r(np)A_a^+(1'2')B_{\beta'}^+|0\rangle = -\langle 0|B_\beta(12)Q_r(n)B_{\beta'}^+|0\rangle\langle 0|A_a Q_r(p)A_a^+(1'2')|0\rangle,$$

而

$$\langle 0|A_a Q_r(p)A_a^+(1'2')|0\rangle = -f_r(1'2') \sum_{\mu\dots} (v_{1'\mu\dots}^\alpha + v_{2'\mu\dots}^\alpha) v_{\mu\dots}^{\alpha'(1'2')}. \quad (2.30)$$

因此,  $np$  力在导致低能级的  $\gamma$  振动带的出现是很关紧要的.

### 4. $\beta$ 振动

$\beta$  振动主要来源于对激发态的相干混合. 对激发态一般形式为  $A_a^+B_\beta^+|0\rangle, \alpha, \beta = 0, 1, 2, \dots$ , 此时  $I = 0, 2, 4, \dots$ . 另外,  $\beta$  振动还来源于  $K^\pi = 0^+$  的对拆散态, 其形式

[见(2.21)式]如下:

$$\bar{A}_\alpha^+(1\underline{2})B_\beta^+|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [A_\alpha^+(1\underline{2}) + rA_\alpha^+(2\underline{1})]B_\beta^+|0\rangle, \quad Q_1 = Q_2, \pi_1 = \pi_2,$$

或

$$A_\alpha^+B_\beta^+(1\underline{2})|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [B_\beta^+(1\underline{2}) + rB_\beta^+(2\underline{1})]A_\alpha^+|0\rangle, \quad Q_1 = Q_2, \pi_1 = \pi_2,$$

$$\alpha, \beta = 0, 1, 2, \dots$$

对于这种态  $I = 0, 2, 4 \dots (r = +1)$  或  $I = 1, 3, 5 \dots (r = -1)$  均可。但这种态在低激发谱中出现的个数比对激发态少得多。而且即使从内部态结构来看,当  $r = -1$  时  $H_\beta$  在它们与对激发态之间矩阵元也为零。因为

$$\langle 0 | A_\alpha B_\beta \cdot H_\beta(pp) \bar{A}_\alpha^+(1\underline{2}) B_\beta^+ | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (1+r) \langle 0 | A_\alpha H_\beta(pp) A_\alpha^+(1\underline{2}) | 0 \rangle \delta_{\beta\beta'}$$

$$Q_1 = Q_2, \pi_1 = \pi_2. \quad (2.32)$$

$H_\beta(nn)$  矩阵元与此类似。而  $H_\beta(np)$  的矩阵元为

$$\langle 0 | B_\beta A_\alpha H_\beta(np) \bar{A}_\alpha^+(1\underline{2}) B_\beta^+ | 0 \rangle = -\langle 0 | B_\beta Q_\beta(n) B_\beta^+ | 0 \rangle \langle 0 | A_\alpha Q_\beta(p) \bar{A}_\alpha^+(1\underline{2}) | 0 \rangle,$$

其中  $\langle 0 | A_\alpha Q_\beta(p) \bar{A}_\alpha^+(1\underline{2}) | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (1+r) f_\beta(1\underline{2}) \sum_{\mu} (v_{1\mu}^\alpha + v_{2\mu}^\alpha) v_{\mu}^{\alpha'(1\underline{2})}$ . (2.33)

因此,  $r = -1$  的对拆散态尽管它们可以受四极力影响而相混,但不能与对激发态相混,其能级很高,不出现于平常所观测到的  $\beta$  振动带中 ( $I^\pi = 0^+, 2^+, 4^+ \dots$ ).

## 5. b 振动

$b$  振动态来源于  $K^\pi = 0^-$  的对拆散态的混合。这种  $K^\pi = 0^-$  的对拆散态的形式如下 [见(2.21)式]

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (A_\alpha^+(1\underline{2}) + rA_\alpha^+(2\underline{1}))B_\beta^+|0\rangle \quad Q_1 = Q_2, \pi_1 = -\pi_2,$$

或

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (B_\beta^+(1\underline{2}) + rB_\beta^+(2\underline{1}))A_\alpha^+|0\rangle \quad Q_1 = Q_2, \pi_1 = -\pi_2,$$

$$\alpha, \beta = 0, 1, 2 \dots$$

利用附录中一般公式,并考虑到  $f_b$  的选择定则,可以求出它们之间的矩阵元。

应着重指出,在质子对拆散态与中子对拆散态之间只有  $r = +1$  (即  $I^\pi = 1^-, 3^-, 5^- \dots$ ) 的情况下,  $H_b(np)$  力的矩阵元才不为零。因为

$$\langle 0 | \bar{B}_\beta(1\underline{2}) A_\alpha H_b(np) \bar{A}_\alpha^+(1'2') B_\beta^+ | 0 \rangle \quad (Q_1 = Q_2, \pi_1 = -\pi_2, Q_{1'} = Q_{2'}, \pi_{1'} = -\pi_{2'})$$

$$= -\langle 0 | \bar{B}_\beta(1\underline{2}) Q_b(n) B_\beta^+ | 0 \rangle \langle 0 | A_\alpha Q_b(p) \bar{A}_\alpha^+(1'2') | 0 \rangle,$$

而

$$\langle 0 | A_\alpha Q_b(p) \bar{A}_\alpha^+(1'2') | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (1+r) f_b(1'2') \sum_{\mu} (v_{1'\mu}^\alpha + v_{2'\mu}^\alpha) v_{\mu}^{\alpha'(1'2')}. \quad (2.35)$$

由此可知,  $H_b(np)$  力在引起  $K^\pi = 0^-$  态的混合中很为重要。实验上只观测到  $I^\pi = 1^-, 3^-, 5^- \dots$  的低  $b$  振动带的现象可以由此得到解释。但  $I^\pi = 0^-, 2^-, 4^-$  的态是存在的,

但由于不受  $H_b(n\rho)$  力的影响, 能级位置很高, 而且对于质子系统和 neutron 系统互不相干。

## 6. 其它

应该指出, 四极力中  $H_r$  不仅对  $\gamma$  振动有影响, 而且对基态、 $\beta$  振动态、 $b$  振动态等都有一定影响。类似,  $H_\beta$  对  $\gamma$  振动、 $b$  振动等也有影响, 八极力对  $\gamma$  振动、 $\beta$  振动也有影响。这都可以用附录中的一般公式予以考虑。但是在这种交互影响中,  $np$  力不能使中子对拆散态与质子对拆散态发生关联, 而这种关联在导致振动态的出现是极为重要的。此外, 长程力对于其它内部态, 例如高自旋同质异能态, 都有一定影响, 也可借助于附录中的普遍公式计算之。

## 7. 跃迁几率

振动态是  $K^\pi$  相同的若干对激发态和对拆散态的相干迭加。对拆散态和对激发态之间的  $\gamma$  跃迁几率公式已于文献[8]中给出, 因此振动态与基态之间的跃迁几率就很容易计算了。为了方便, 下面给出第三、四节中分析实验时要用到的两个跃迁几率公式。

### (A) 基态到 $\gamma$ 振动带的 $E2$ 跃迁

$$B(E2, I^\pi K \rightarrow I'^\pi K') = \langle IK2K' - K | I'K' \rangle^2 [\chi_{K'} | \mathfrak{M}'(2, K' - K) | \chi_K]^2,$$

其中

$$\mathfrak{M}'(2, \pm 2) = \sqrt{2} (e + e_{\text{eff}}) Q_\gamma. \quad (2.36)$$

设

$$\chi_K = \chi_0 = A_0^+ |0\rangle = \sum_{\rho\mu\dots} v_{\rho\mu\dots}^0 S_\rho^+ S_\mu^+ \dots |0\rangle,$$

$$\chi_{K'} = A^+(12) |0\rangle = a_1^+ a_2^+ \sum_{\mu\nu\dots} v_{\mu\nu\dots}^{(12)} S_\mu^+ S_\nu^+ \dots |0\rangle \quad (Q_1 + Q_2 = 2),$$

则

$$\langle 0 | A(12) \mathfrak{M}'(2, \pm 2) A_0^+ |0\rangle^2 = 2(e + e_{\text{eff}})^2 |f_\gamma(12)|^2 \left[ \sum_{\mu\dots} (v_{1\mu\dots}^0 + v_{2\mu\dots}^0) v_{\mu\dots}^{(12)} \right]^2. \quad (2.37)$$

其中  $[\dots\dots]^2$  表示对关联的影响, 当不考虑对关联时, 此因子为 1。设  $\gamma$  振动态表成

$$\sum_{(12)} c(12) A^+(12) B_0^+ |0\rangle + \sum_{(1'2')} d(1'2') B^+(1'2') A_0^+ |0\rangle. \quad (2.38)$$

$c(12)$  和  $d(1'2')$  表示质子对拆散态和 neutron 对拆散态的混合系数, 则从偶偶核基态到  $\gamma$  振动带基态的  $E2$  约化跃迁几率为

$$B(E2, 0^+0 \rightarrow 2^+2) = 2e^2 \left\{ \sum_{(12)} c(12) \left[ \sum_{\mu\dots} (v_{1\mu\dots}^0 + v_{2\mu\dots}^0) v_{\mu\dots}^{(12)} \right] (1 + e_{\text{eff}}/e) f_\gamma(12) \right. \\ \left. + \sum_{(1'2')} d(1'2') \left[ \sum_{m\dots} (w_{1'm\dots}^0 + w_{2'm\dots}^0) w_{m\dots}^{(1'2')} e_{\text{eff}} f_\gamma(1'2') \right] \right\}^2. \quad (2.39)$$

### (B) 基态到 $b$ 振动带的 $3^-0$ 态的 $E3$ 约化跃迁几率

$$B(E3, 0^+0 \rightarrow 3^-0) = 2e^2 \left\{ \sum_{(12)} c(12) \left[ \sum_{\mu\dots} (v_{1\mu\dots}^0 + v_{2\mu\dots}^0) v_{\mu\dots}^{(12)} \right] (1 + e_{\text{eff}}/e) f_b(12) \right. \\ \left. + \sum_{(1'2')} d(1'2') \left[ \sum_{m\dots} (w_{1'm\dots}^0 + w_{2'm\dots}^0) w_{m\dots}^{(1'2')} e_{\text{eff}} f_b(1'2') \right] \right\}^2. \quad (2.40)$$

应提到,从基态到  $I^\pi = 0^-, 2^-, 4^- \dots$  等态的  $E3$  跃迁几率为零.

### 三、稀土核的 $\gamma$ 振动

本节将利用处理长程力的粒子数守恒方法来分析稀土区偶偶核的  $\gamma$  振动,研究  $\gamma$  振动态的微观结构. 具体要说明实验上给出的下列规律:

#### (a) $\gamma$ 振动带位置及其随各原子核的变化规律

由于重离子库仑激发实验技术的发展<sup>[15]</sup>, 在实验上已对稀土区偶偶核的  $\gamma$  振动谱研究得较仔细.  $\gamma$  振动带基态的能级位置的变化如图 1 实线所示, 其形状颇似双驼峰, 在

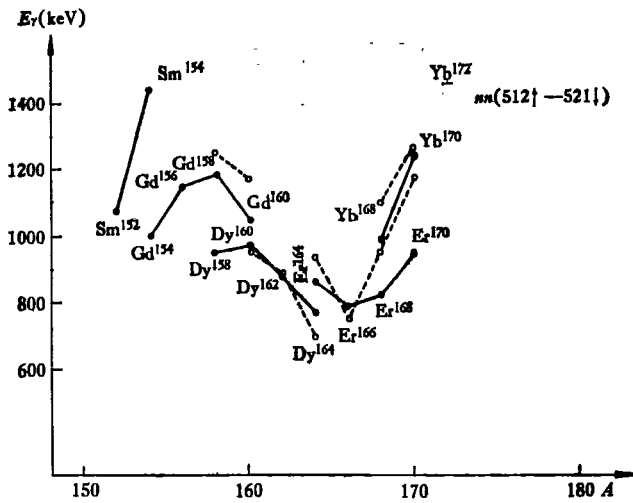


图 1 稀土区偶偶核的  $\gamma$  振动能级变化规律  
(图中实线表示实验值,虚线表示计算值)

$Dy^{164}-Er^{166}$  附近  $\gamma$  振动带最低. 在非轴对称转动模型中, 唯象地把它归之于不同原子核具有不同的非轴对称度. 在振动的唯象处理中, 把它归之于不同核具有不同的表面刚度  $C_\gamma$  和质量参数  $B_\gamma$ . 本文则企图从  $\gamma$  振动态的内部态结构去探讨这种变化的原因.

#### (b) $E2$ 跃迁几率的加强及其变化规律

由重离子库仑激发实验发现, 从基态到  $\gamma$  振动态的  $E2$

约化跃迁几率<sup>[16]</sup>

$$B(E2, 0^+0 \rightarrow 2^+2)_{exp.} \sim (2-5)B(E2)_{sp}, \quad (3.1)$$

$$\text{其中 } B(E2)_{sp} = 3 \times 10^{-5} A^{4/3} e^2 10^{-48} \text{cm}^4 \approx 2.7 e^2 \cdot 10^{-50} \text{cm}^4 (A \sim 165) \quad (3.2)$$

是 Weisskopf 单粒子值, 但与变形核单粒子值 (Nilsson 计算值) 相比, 一般言之

$$B(E2)_{sp} \geq 10 B(E2)_{Nil}. \quad (3.3)$$

因此,  $B(E2)_{exp.}$  较之  $B(E2)_{Nil.}$  有很大加强(约几十倍). 而且实验表明, 若  $\gamma$  振动带位置愈低则  $E2$  跃迁几率加强愈厉害.

#### 1. 计算结果

单粒子能级的选取与文献[9]同. 并为计算简化, 对于  $Z$  相同的核, 质子单粒子能级取得一样. 对于  $N$  相同的核, 中子单粒子能级取得一样.

关于对力的处理方法和强度参数的选取也与文献[9]相同. 当把  $H_\gamma$  对角化时, 把  $E \leq 3.5 \text{ MeV}$  的  $K^\pi = 2^+$  的对拆散态都考虑进去了, 其数目约 10 个左右, 但较重要的只有 5、6 个(见表 1). 计算表明, 3.5 MeV 以上的  $K^\pi = 2^+$  的对拆散态在  $\gamma$  振动态中所占比例很小



表1  $\gamma$  振动态的内部态结构

核	$E_{\gamma}$ (MeV)		$\gamma$ 振动态中各拆散态成分	
	实验值	计算值	$pp$ , 质子对拆散态; $nn$ , 中子对拆散态. 在对拆散态下面的数字是它的能级位置(单位 MeV) 以及它们在 $\gamma$ 振动态中所占的成分	
${}^{158}_{64}\text{Gd}$	1.182	1.26	$pp(411 \downarrow + 411 \uparrow)$ , 2.58, 22.5%	$pp(523 \uparrow - 541 \uparrow)$ , 3.34, 3.6%
			$nn(642 \uparrow - 660 \uparrow)$ , 2.58, 17.9%	$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow)$ , 2.99, 9.7%
${}^{160}_{64}\text{Gd}$	1.05	1.18	$pp(411 \downarrow + 411 \uparrow)$ , 2.58, 22.5%	$pp(523 \uparrow - 541 \uparrow)$ , 3.34, 3.7%
			$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow)$ , 2.58, 23.3%	$nn(642 \uparrow - 660 \uparrow)$ , 3.11, 6.4%
${}^{160}_{66}\text{Dy}$	0.966	0.957	$pp(413 \downarrow - 411 \downarrow)$ , 2.40, 13.0%	$pp(523 \uparrow - 541 \uparrow)$ , 3.20, 3.3%
			$nn(642 \uparrow - 660 \uparrow)$ , 2.58, 14.7%	$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow)$ , 2.98, 6.4%
${}^{162}_{66}\text{Dy}$	0.88	0.884	$pp(411 \downarrow + 411 \uparrow)$ , 2.16, 30.9%	$pp(523 \uparrow - 541 \uparrow)$ , 3.20, 3.3%
			$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow)$ , 2.58, 19.6%	$nn(642 \uparrow - 660 \uparrow)$ , 3.11, 5.6%
${}^{164}_{66}\text{Dy}$	0.761	0.680	$pp(413 \downarrow - 411 \downarrow)$ , 2.40, 12.3%	$pp(523 \uparrow - 541 \uparrow)$ , 3.20, 3.1%
			$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow)$ , 2.00, 21.8%	$nn(624 \uparrow - 642 \uparrow)$ , 3.40, 3.4%
${}^{164}_{68}\text{Er}$	0.862	0.947	$pp(411 \downarrow + 411 \uparrow)$ , 2.22, 36.1%	$pp(402 \uparrow - 411 \downarrow)$ , 2.62, 0.02%
			$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow)$ , 2.58, 18.8%	$nn(633 \uparrow - 651 \uparrow)$ , 2.83, 6.8%
${}^{166}_{68}\text{Er}$	0.788	0.750	$pp(413 \downarrow - 411 \downarrow)$ , 2.50, 13.4%	$pp(402 \uparrow - 411 \downarrow)$ , 2.62, 0.02%
			$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow)$ , 2.00, 21.3%	$nn(624 \uparrow - 642 \uparrow)$ , 3.11, 5.2%
${}^{168}_{68}\text{Er}$	0.822	0.987	$pp(411 \downarrow + 411 \uparrow)$ , 2.22, 32.2%	$pp(402 \uparrow - 411 \downarrow)$ , 2.62, 0.02%
			$nn(512 \uparrow - 521 \downarrow)$ , 1.97, 0.1%	$nn(633 \uparrow - 651 \uparrow)$ , 2.82, 7.4%
${}^{170}_{68}\text{Er}$	0.95	1.20	$pp(413 \downarrow - 411 \downarrow)$ , 2.50, 13.6%	$pp(402 \uparrow - 411 \downarrow)$ , 2.62, 0.02%
			$nn(512 \uparrow - 521 \downarrow)$ , 1.44, 64.8%	$nn(521 \downarrow + 521 \uparrow)$ , 2.60, 22.1%
${}^{168}_{70}\text{Yb}$	0.956	1.10	$pp(411 \downarrow + 411 \uparrow)$ , 1.77, 0.77%	$pp(413 \downarrow - 411 \downarrow)$ , 3.12, 5.4%
			$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow)$ , 2.00, 19.2%	$nn(521 \downarrow + 521 \uparrow)$ , 2.82, 7.2%
${}^{170}_{70}\text{Yb}$	1.232	1.27	$pp(402 \uparrow - 411 \downarrow)$ , 1.77, 0.96%	$pp(413 \downarrow - 411 \downarrow)$ , 3.25, 11.9%
			$nn(512 \uparrow - 521 \downarrow)$ , 1.97, 0.08%	$nn(521 \downarrow + 521 \uparrow)$ , 2.60, 17.1%
			$nn(624 \uparrow - 642 \uparrow)$ , 3.23, 2.8%	$nn(633 \uparrow - 651 \uparrow)$ , 3.65, 0.3%

(<1%)。若增高截断能量,相当于四极力强度参数  $\chi$  的重整化。以下和实验比较时,取

$$\chi = 0.095 \text{ MeV} / \frac{5}{8\pi} \left( \frac{\hbar}{m\omega_0} \right)^2 \approx 15.9 \text{ keV} \cdot f_m^4 \quad (\text{取 } A \sim 165 \text{ 的值})^* \quad (3.4)$$

$\gamma$  振动带的基态能级位置的计算结果如图 1 虚线所示。 $\gamma$  振动的内部态结构如表 1 所示,从基态到  $\gamma$  振动带基态( $0^+0 \rightarrow 2^+2$ )的  $E2$  约化跃迁几率数值计算结果见表 2。

## 2. 讨论

(1)  $\gamma$  振动带位置及其变化规律 由图 1 可以看出,计算所得  $\gamma$  振动能级位置随不同原子核的变化与实验结果大体上一致。而且对于大多数原子核,计算结果与实验值相近。有少数核(例如  $\text{Er}^{170}$ ) 计算值和观测值相差较大,很可能是单粒子能级选取不当所致。

$\gamma$  振动能级位置的变化规律可以从图 2 得到定性的更形象的了解。图 2 给出了稀土

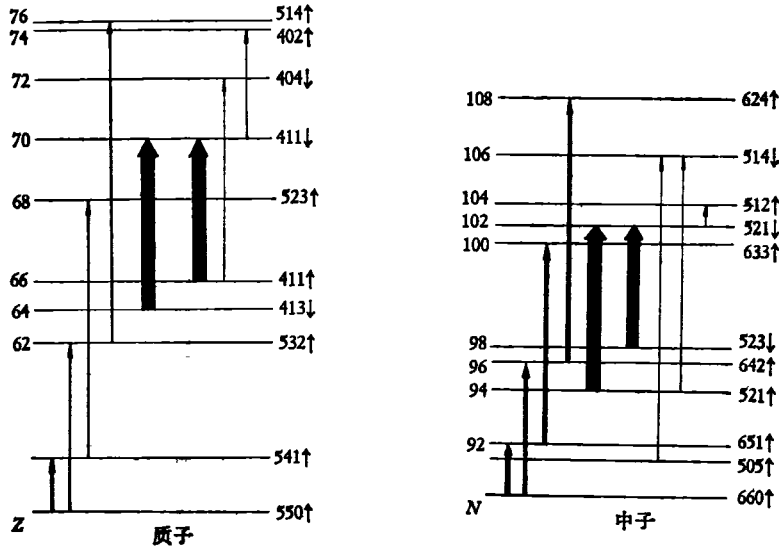


图 2 稀土区  $B(E2)$  矩阵元大小的比较

区中部的 Nilsson 能级的大致图象以及各能级间电四极矩跃迁矩阵元的大小(用箭头粗细表示)。不难看出,如在原子核的费米能级附近有较多的这样的能级对——它们之间的电四极跃迁矩阵元很大——则其  $\gamma$  振动能级位置就较低。因为在这种原子核中,将有较多的受四极力强烈影响的而能级位置较低的  $K^\pi = 2^+$  的对拆散态。由图 2 可以判断:

- (a) 在  $Z \sim 62, N \sim 92$  附近,  $\gamma$  振动能级位置较高。例如  ${}_{62}\text{Sm}_{92}^{54}$ ,  ${}_{64}\text{Gd}_{92}^{56}$  和  ${}_{64}\text{Gd}_{94}^{58}$  等。
- (b) 在  $Z \sim 66, N \sim 98$  附近,  $\gamma$  振动能级位置将显著降低,因为在这些核中将出现能级较低的,而且受四极力强烈影响的  $K^\pi = 2^+$  的对拆散态:

$$pp(413 \downarrow - 411 \downarrow), \quad pp(411 \uparrow + 411 \downarrow)$$

$$nn(523 \downarrow - 521 \downarrow), \quad nn(521 \uparrow + 521 \downarrow)$$

实验上,的确在  ${}_{66}\text{Dy}_{98}^{64}$  和  ${}_{68}\text{Er}_{98}^{66}$  处,  $\gamma$  振动带最低。

\* 取  $\hbar\omega_0 = 41 A^{-1/3} \text{ MeV}$ ,  $\omega_0 = 1.05\omega_0^{[13]}$

(c)  $Z \sim 70, N \sim 100$ ,  $\gamma$  振动能级将重新上升。

对于稀土下边缘区( ${}_{60}\text{Nd}$ - ${}_{62}\text{Sm}$  区)及上边缘区( ${}_{74}\text{W}$ - ${}_{76}\text{Os}$  区)的  $\gamma$  振动能级的起伏也可以类似作定性说明。但由于在这些区域目前还未找到一套较好的 Nilsson 单粒子能级,故未作定量的计算。

(2)  $\gamma$  振动的内部态结构 由表 1 可以看出:

(a)  $\text{Gd}^{158}$ - $\text{Yb}^{170}$  的所有原子核的  $\gamma$  振动态中, 质子对拆散态  $pp(411\uparrow + 411\downarrow)$  和  $pp(413\downarrow - 411\downarrow)$ , 以及中子对拆散态  $nn(521\uparrow + 521\downarrow)$  和  $nn(523\downarrow - 521\downarrow)$  所占的成份都相当大, 因为它们强烈地受四极力影响。其次  $nn(660\uparrow + 651\uparrow)$ ,  $nn(642\uparrow - 660\uparrow)$ ,  $nn(633\uparrow - 651\uparrow)$ ,  $nn(624\uparrow - 642\uparrow)$  也占有不小比例。在  $\gamma$  振动态中所含成分较大的态( $>5\%$ )约有 6、7 个。

(b) 有一些  $K^\pi = 2^+$  的对拆散态, 尽管其能级不高, 但几乎不受四极力影响, 因而在  $\gamma$  振动态中所占比例极小, 往往可以忽略, 例如

$$pp(404\downarrow - 411\uparrow), pp(402\uparrow - 411\downarrow),$$

$$nn(514\downarrow - 521\uparrow), nn(512\uparrow - 521\downarrow), nn(505\uparrow - 514\downarrow).$$

(c) 有一些对拆散态, 尽管它们可以受四极力的较大影响, 但因能级位置较高, 在  $\gamma$  振动态中所占成分亦很小。  $E > 3.5\text{MeV}$  的  $K^\pi = 2^+$  对拆散态, 在  $\gamma$  振动态中所占成分一般  $<1\%$ , 例如  $\text{Er}^{168}$  和  $\text{Yb}^{170}$  中的  $nn(633\uparrow - 651\uparrow)$  态(见表 1)。

(d) 应着重指出, 长程力中  $np$  力对振动态的影响是十分重要的。假设没有  $np$  力, 则在同样强度参数之下, “振动能级”将要高得多, 而且会出现两套  $\gamma$  振动带(中子与质子系统各一套), 这和实验是完全矛盾的。

(3)  $B(E2)$  的加强及其变化规律

(a) 计算表明, 由于四极力引起的相干效应, 基态和  $\gamma$  振动态之间的  $E2$  跃迁几率比起变形核的单粒子计算值  $B(E2)_{\text{Nil}}$  有显著加强。在基态到  $\gamma$  振动态的  $E2$  跃迁中, 从基态到各  $K^\pi = 2^+$  对拆散态的  $E2$  跃迁振幅都相加起来(同相!), 使跃迁几率大大增加。由表 2 可看出

$$B(E2)_{\text{cal.}} \approx 2B(E2)_{\text{sp.}} \sim 20B(E2)_{\text{Nil.}} \quad (3.5)$$

表 2

核	$E_{2^+}$ (MeV)	$B(E2, 0^+0 \rightarrow 2^+2)_{\text{exp.}}$ ( $e^2 \cdot 10^{-50} \text{cm}^4$ )	$B(E2, 0^+0 \rightarrow 2^+2)_{\text{cal.}}^*$ ( $e^2 \cdot 10^{-50} \text{cm}^4$ )
$\text{Gd}^{156}$	1.157 <sup>[18]</sup>	$7 \pm 2^{[15]}, 16 \pm 8^{[18]}$	
$\text{Gd}^{158}$	1.182 <sup>[18]</sup>	$16 \pm 8^{[18]}$	3.9
$\text{Gd}^{160}$	1.05 <sup>[18]</sup>	$8 \pm 2^{[15]}$	4.2
$\text{Dy}^{160}$	0.966 <sup>[18]</sup>	$8 \pm 2^{[15]}, 6.8^{[19]}$	5.6
$\text{Dy}^{162}$	0.88 <sup>[18]</sup>	$9 \pm 2^{[15]}$	5.9
$\text{Dy}^{164}$	0.761 <sup>[17]</sup>	$11 \pm 2^{[15]}$	6.1
$\text{Er}^{164}$	0.862 <sup>[15]</sup>	$18 \pm 5^{[15]}$	5.2
$\text{Er}^{166}$	0.788 <sup>[15]</sup>	$19 \pm 4^{[15]}, 22 \pm 11^{[18]}$	5.4
$\text{Er}^{168}$	0.822 <sup>[15]</sup>	$15 \pm 3^{[15]}, 22 \pm 11^{[18]}$	5.2
$\text{Er}^{170}$	0.95 <sup>[18]</sup>	$12 \pm 3^{[15]}$	1.6

\*取  $e_{\text{eff.}} = 1^{[12]}$

可以看出,尽管比起  $B(E2)_{\text{Nil}}$  已有显著加强,但  $B(E2)_{\text{cal}}$  比  $B(E2)_{\text{exp}}$  还略小. 这种不符合的原因可能是多方面的. 例如 Nilsson 单粒子波函数和实际情况有相当出入,四极力形式过于简化等. 此外,四极力中  $H_{\beta}$  部分对基态的影响,本文未予以计及.

(b) 尽管  $B(E2)_{\text{cal}}$  和  $B(E2)_{\text{exp}}$  在数值上还有一定差距,但在随不同的原子核的变化趋势上是大致相符的. 例如,

	Dy <sup>162</sup> →	Dy <sup>162</sup> →	Dy <sup>164</sup>	
$E_{\gamma}(\text{MeV})_{\text{实}}$	0.966	0.89	0.76	
$E_{\gamma}(\text{MeV})_{\text{计}}$	0.957	0.884	0.680	
$B(E2, 0^+0 \rightarrow 2^+2)_{\text{实}}$	$8 \pm 2^{[153]}, 6.8^{[153]}$	$9 \pm 2^{[153]}$	$11 \pm 2^{[153]}$	单位: $(e^2 \cdot 10^{-30} \text{cm}^4)$
$B(E2, 0^+0 \rightarrow 2^+2)_{\text{计}}$	5.6	5.9	6.1	单位: $(e^2 \cdot 10^{-30} \text{cm}^4)$

#### 四、铀系核的 $b$ 振动

实验发现<sup>[1,2,20]</sup>,铀系核(Ra-Th-U 区)低激发谱中系统地存在  $b$  振动带 ( $K^{\pi} = 0^-, I = 1, 3, 5 \dots$ ), 能级位置很低,  $E \sim (0.5 - 0.8 \text{MeV})$ , 随各原子核变化如图 3 实线所示. 从基态到此振动带的  $I^{\pi}K = 3^-0$  的  $E3$  约化跃迁几率比  $B(E3)_{\text{Nil}}$  大得多.

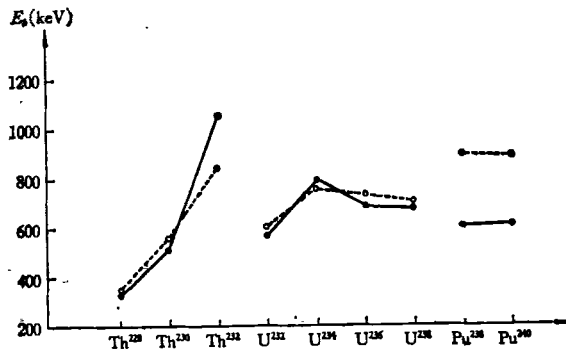


图 3 铀系区  $b$  振动能级变化规律  
(图中实线表示实验值, 虚线表示计算值)

本节将利用处理八极力的粒子数守恒方法来分析铀系核  $b$  振动态的内部态结构, 解释  $b$  振动带位置的变化规律以及  $B(E3, 0^+0 \rightarrow 3^-0)$  较单粒子值显著加强的现象. 最后还将定性说明为什么稀土区变形核没有这样低能量的  $b$  振动带.

#### 1. 计算结果

选择适当参数下的 Nilsson 能级作为单粒子能级. Nilsson 参数  $\kappa, \mu, \eta$  的选取和文献[10]同. 并为简单起见, 对于  $N$  相同的核, 中子单粒子能级选得相同,  $Z$  相同的核, 质子单粒子能级选得相同. 当对  $H_b$  进行对角化时, 把  $E \leq 10\kappa\hbar\omega_0 \approx 3.5 \text{MeV}$  的  $K^{\pi} = 0^-$  的对拆散态都考虑进去了. 比此更高的  $K^{\pi} = 0^-$  的对拆散态在  $b$  振动态中所占比例很小, 若增高截断能量, 相当于强度参数  $\chi'$  重整化, 在和实验比较时, 取

$$\chi' = \chi'_n = \chi'_p = \chi'_{np} = 0.0195 \kappa \hbar \omega_0 / \frac{7}{4\pi} \left( \frac{\hbar}{M\omega_0} \right)^3 \approx 0.050 \text{keV} \cdot f_m^6 (A \sim 234)^*. \quad (4.1)$$

计算出  ${}_{90}\text{Th}^{228} - {}_{94}\text{Pu}^{240}$  诸核的  $b$  振动带基态位置, 如图 3 虚线所示.  $b$  振动态的内部结构见表 3.  $B(E3, 0^+0 \rightarrow 3^-0)$  计算值与实验的比较见表 4.  ${}_{88}\text{Ra}$  的  $b$  振动态, 由于单

\* 取  $\hbar\omega_0 = 41 \cdot A^{-1/3} \text{MeV}$ ,  $\omega_0 = 1.05\omega_0^{[152]}$ .

粒子能级了解不够确切,未予以计算.

表 3

核	能量(keV)		<i>b</i> 振动态的内部结构(B%)*
	实验值	计算值	
${}_{90}\text{Th}_{138}^{228}$	327.5 <sup>[211]</sup>	350	<i>nn</i> (631 ↑ -761 ↑)31%, <i>nn</i> (633 ↓ -752 ↑)27%, <i>pp</i> (660 ↑ -530 ↑)22% <i>nn</i> (642 ↓ -761 ↑)9.1%, <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)4.8%, <i>nn</i> (622 ↑ -752 ↑)1.9% <i>nn</i> (651 ↓ -770 ↑)1.3%.
${}_{90}\text{Th}_{140}^{230}$	508 <sup>[222]</sup>	559	<i>nn</i> (633 ↓ -752 ↑)45%, <i>pp</i> (660 ↑ -530 ↑)37%, <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)6.8% <i>nn</i> (631 ↑ -761 ↑)3.1%, <i>nn</i> (622 ↑ -752 ↑)3.0%, <i>pp</i> (523 ↓ -642 ↓)1% <i>nn</i> (761 ↑ -642 ↓)1%.
${}_{90}\text{Th}_{142}^{232}$	1045 <sup>[233]</sup>	849	<i>pp</i> (660 ↑ -530 ↑)67%, <i>nn</i> (633 ↓ -752 ↑)11%, <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)8.8% <i>nn</i> (622 ↑ -752 ↑)6.7%, <i>pp</i> (660 ↑ -541 ↓)1.9%, <i>pp</i> (642 ↑ -523 ↓)1.6% <i>nn</i> (624 ↓ -743 ↑)1.1%
${}_{92}\text{U}_{140}^{232}$	564.1 <sup>[233]</sup>	606	<i>nn</i> (633 ↓ -752 ↑)33%, <i>pp</i> (660 ↑ -530 ↑)31%, <i>pp</i> (642 ↑ -523 ↓)24% <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)5.4%, <i>nn</i> (631 ↑ -761 ↑)2.0%, <i>nn</i> (622 ↑ -752 ↑)1.9%
${}_{92}\text{U}_{142}^{234}$	786.3 <sup>[222]</sup>	746	<i>pp</i> (642 ↑ -523 ↓)50%, <i>pp</i> (660 ↑ -530 ↑)40%, <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)3.1% <i>nn</i> (633 ↓ -752 ↑)2.7%, <i>nn</i> (622 ↑ -752 ↑)2.0%, <i>pp</i> (660 ↑ -541 ↓)1%
${}_{92}\text{U}_{144}^{236}$	(688.2) <sup>[227]</sup>	731	<i>pp</i> (642 ↑ -523 ↓)49%, <i>pp</i> (660 ↑ -530 ↑)41%, <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)3.5% <i>nn</i> (622 ↑ -752 ↑)2.3%, <i>nn</i> (624 ↓ -743 ↑)2.2%, <i>pp</i> (660 ↑ -541 ↓)1%
${}_{92}\text{U}_{146}^{238}$	680.2 <sup>[222]</sup>	706	<i>pp</i> (642 ↑ -523 ↓)45%, <i>pp</i> (660 ↑ -530 ↑)43%, <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)4.3% <i>nn</i> (631 ↓ -761 ↓)2.9%, <i>nn</i> (624 ↓ -743 ↑)1.7%, <i>nn</i> (622 ↑ -752 ↑)1.4% <i>pp</i> (660 ↑ -541 ↓)1%.
${}_{94}\text{Pu}_{144}^{238}$	604.9 <sup>[222]</sup>	899	<i>pp</i> (642 ↑ -523 ↓)93%, <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)3.5%, <i>nn</i> (624 ↓ -743 ↑)1.3% <i>nn</i> (622 ↑ -752 ↑)1.2%
${}_{94}\text{Pu}_{146}^{240}$	597.4 <sup>[233]</sup>	887	<i>pp</i> (642 ↑ -523 ↓)91%, <i>pp</i> (651 ↑ -521 ↑)4.5%, <i>nn</i> (624 ↓ -743 ↑)1.0% <i>nn</i> (631 ↓ -761 ↓)1.5%.

\*  $B < 0.8$  的分量没列入.

## 2. 讨论

### (1) *b* 振动态能级位置及其变化规律

由图 3 可以看出,对于 *b* 振动带位置随不同原子核的变化规律,计算结果和测量结果是大致符合的,特别是 Th 和 U 的诸同位素. Pu 的计算结果与实验相差较大,可能是单粒子能级选择不恰当所致.实际上,按照计算, Pu 的“*b* 振动带”可能是一个相当“纯”的  $K^\pi = 0^-$  的对拆散态 *pp*(642 ↑ -523 ↓),所以它的位置与单粒子能级的选取比较敏感.

### (2) $\chi'_n, \chi'_p, \chi'_{np}$ 的比例关系

以上计算中取

$$\chi'_n = \chi'_p = \chi'_{np} = 0.0195 \kappa \hbar \omega_0 / \frac{7}{4\pi} \left( \frac{\hbar}{m\omega_0} \right)^3$$

若变化比例关系,取

$$\chi'_n = \chi'_p = \frac{1}{2} \chi'_{np} = 0.0160 \kappa \hbar \omega_0 / \frac{7}{4\pi} \left( \frac{\hbar}{m\omega_0} \right)^3$$

则计算出结果和原来差不多,如图4所示。由此可知,从能级位置并不能确切肯定它们

中间确定的比例关系。但应该注意,  $np$  力是非常重要的。若  $\chi'_{np} = 0$ , 则将出现两套“ $b$  振动带”, 而能级位置将高得多, 这和实验矛盾。

(3) 在以上计算中, 计算单粒子矩阵元  $f_b$  时, 用 Nilsson 参数  $\eta = 4$  的波函数, 实际上  $\eta$  所取的值在 4—5 之间。在此范围内,  $f_b$  变化不大。用  $\eta = 6$  的 Nilsson 波函数来计算  $f_b$ , 则只须把长程力强度参数略为减小, 也可得到类似结果。

总之,  $b$  振动带的出现及其位置随不同原子核的变化主要取决于  $K^\pi = 0^-$  对拆散态能级位置和数目, 以及它们受

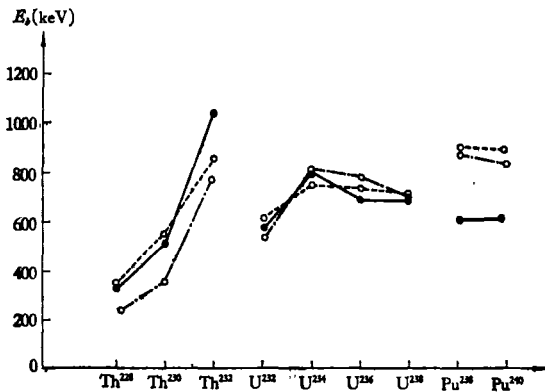


图4 强度参数不同比例的比较

图中“—”表示实验值,  
“---”表示计算值1:  $\chi'_n = \chi'_p = \chi'_{np}$ ,  
“·····”表示计算值2:  $\chi'_n = \chi'_p = \frac{1}{2} \chi'_{np}$

八极力影响的强弱, 但和  $\chi'_n$ ,  $\chi'_p$ ,  $\chi'_{np}$  之间比例的改变关系不太大, 也与计算  $f_b$  矩阵元时所选 Nilsson 参数  $\eta$  的变化不很敏感。

(4)  $H_b$  引起  $K^\pi = 0^-$  的对拆散态的相干关联, 使基态到  $K^\pi = 0^-$  态的  $E3$  库仑激发几率绝大部分集中于“ $b$  振动态”上, 而到其他的  $I^\pi K = 3^-0$  态的跃迁几率要小得多, 实际上很难观测到。与稀土核  $\gamma$  振动类似, 计算出  $B(E3)$  虽较单粒子计算值有显著加强,

但仍比实验值小(见表4)。

由计算知道,  $\text{Pu}^{238, 240}$  的第一个  $3^-0$  态是比较接近于对拆散态, 而不象是  $b$  振动态。

(5)  $b$  振动带出现区域的判断

为什么在铜系区(主要是 Ra-Th-U 区)系统地出现低能级的  $b$  振动带? 在其他铜系核中是否也有? 为什么稀土区变形核中没有观测到这样低能级的  $b$  振动带?

这一系列问题可以从图5、6中定性说明。与  $\gamma$  振动相似,  $b$

表 4

核	$B(E3, 0^+0 \rightarrow 3^-0)^*$ ( $e^2 \cdot 10^{-75} \cdot \text{cm}^6$ )		$B(E3, 0^+0 \rightarrow 3^-0)$ ( $e^2 \cdot 10^{-75} \cdot \text{cm}^6$ )
	实验值	计算值	计算值
Th <sup>228</sup>		126	24
Th <sup>230</sup>		158	23
Th <sup>232</sup>	270 <sup>[24]</sup>	172	6
U <sup>232</sup>		94	0.4
U <sup>234</sup>		66	16
U <sup>236</sup>		72	16
U <sup>238</sup>	510 <sup>[24]</sup>	85	17
Pu <sup>238</sup>		26	66
Pu <sup>240</sup>		34	88

\*  $3^-0, 3^-0$  分别代表第一个、第二个  $I^\pi K = 3^-0$  的态。

振动带出现的条件是：原子核存在有较多的能级位置较低的并且受八极力强烈影响的  $K^\pi = 0^-$  的对拆散态。

由图5可以看出：在铜系区， $Z \sim 90, 92; N \sim 138, 140$  区域能出现能级较低的  $b$  振动带。因为这些核中有能级较低且强烈地受到八极力作用的  $K^\pi = 0^-$  的对拆散态：

$$pp(660 \uparrow - 530 \uparrow), pp(651 \uparrow - 521 \uparrow),$$

$$nn(761 \uparrow - 631 \uparrow), nn(752 \uparrow - 633 \downarrow).$$

另外还有一些  $K^\pi = 0^-$  的对拆散态受八极力影响较弱。还有一些  $K^\pi = 0^-$  的态 [例如  $(770 \uparrow - 640 \uparrow)$ ]，尽管也受八极力强烈影响，但此对拆散态在铜系核中能级位置很高，

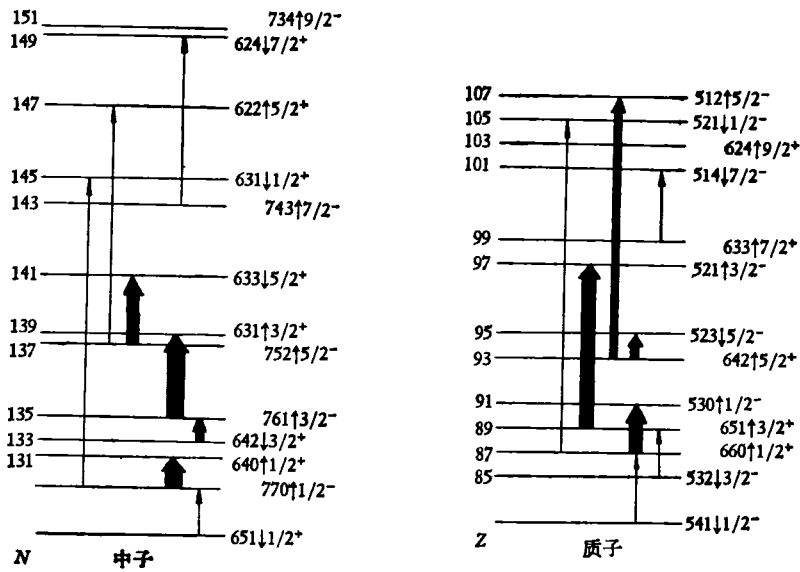


图5 铜系核  $f_b$  矩阵元大小示意图

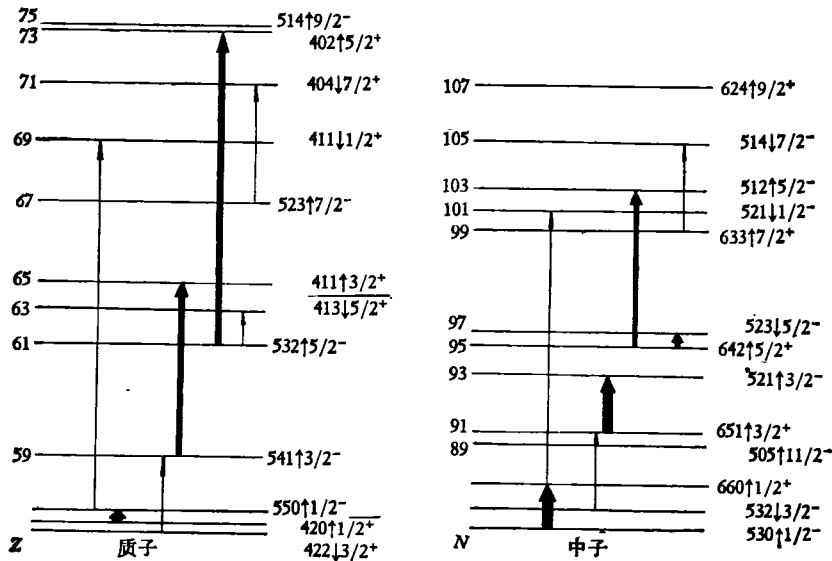


图6 稀土核  $f_b$  矩阵元大小示意图

因而对低能级的  $b$  振动贡献较小。

由图 5 可以判断,在铜系核其它区域不大可能存在位置较低的  $b$  振动带。

在稀土区域,由图 6 可以看出,除了  $N \sim 92$  附近有一个  $nn(651 \uparrow - 521 \uparrow)$  对拆散态强烈受八极力影响外,没有别的能级较低受八极力强烈影响的  $K^\pi = 0^-$  对拆散态。由于稀土核单粒子能级这种特点,可以判明,稀土区原子核没有能级很低的  $b$  振动带。但在  $N \sim 92, Z \sim 62-64$  附近,可能有  $K^\pi = 0^-$  的  $b$  振动带,不过位置较高。

### 五、奇 $A$ 核的 $\gamma$ 振动, $\text{Ho}^{165}$

由于重离子库仑激发实验技术的发展,继偶偶核之后,奇  $A$  核的  $\gamma$  振动态已被大量观测到<sup>[16,25,26]</sup>。设奇  $A$  核的基态自旋沿对称轴上的投影为  $K_0$ , 则相应的  $\gamma$  振动态的  $K$  为  $K = |K_0 \pm 2|$ , 其中  $|K_0 - 2|$  带已在相当多的奇  $A$  核中发现,但  $|K_0 + 2|$  带则只在少数核中发现。现有实验表明:

(a) 奇  $A$  核的  $|K_0 - 2|$   $\gamma$  振动带系统地比相邻的偶偶核的  $\gamma$  振动带低。

(b)  $(K_0 + 2)$  带比  $|K_0 - 2|$  带位置高一些。

(c) 从基态到  $|K_0 - 2|$  带或  $(K_0 + 2)$  带的  $E2$  跃迁几率相近,  $B(E2)_{\text{exp.}} \sim B(E2)_{\text{sp.}}$  但比  $B(E2)_{\text{Nil.}}$  有较大加强。

用粒子数守恒方法来处理奇  $A$  核的振动是很方便的,奇核子的堵塞效应(相当重要!)已自动考虑在内。奇  $A$  核的  $\gamma$  振动态是在四极力的影响下,  $K^\pi (K = |K_0 - 2|$  或  $K_0 + 2)$  相同的三粒子态和单粒子态的相干混合。为表述确切起见,考虑奇质子核的  $\gamma$  振动。设在基态时奇质子处于能级“0”,则基态的内部态可表成

$$A_0^+(0)B_0^+|0\rangle, K_0 = Q_0, \pi = \pi_0, \quad (5.1)$$

其中

$$A_0^+(0)|0\rangle = a_0^+ \sum_{\rho\mu\dots} v_{\rho\mu}^{0(0)} S_\rho^+ S_\mu^+ \dots |0\rangle,$$

$$B_0^+|0\rangle = \sum_{im\dots} w_{im}^0 T_i^+ T_m^+ \dots |0\rangle.$$

三粒子态(相当于偶偶核的对拆散态)有下列两种:

(a) 质子对拆散态。例如

$$A_\alpha^+(01\frac{1}{2})B_\alpha^+|0\rangle, K = Q_0 + Q_1 + Q_2, \pi = \pi_0\pi_1\pi_2,$$

$$A_\alpha^+(01\frac{3}{2})B_\alpha^+|0\rangle, K = Q_0 + Q_1 - Q_2, \pi = \pi_0\pi_1\pi_2. \quad (5.2)$$

等,表示被拆散的三个质子处于能级(0, 1, 2)。

(b) 中子对拆散态。例如

$$A_\alpha^+(0)B_\beta^+(1'2')|0\rangle, K = Q_0 + Q_{1'} + Q_{2'}, \pi = \pi_0\pi_{1'}\pi_{2'},$$

$$A_\alpha^+(0)B_\beta^+(1'\underline{2}')|0\rangle, K = Q_0 + Q_{1'} - Q_{2'}, \pi = \pi_0\pi_{1'}\pi_{2'}. \quad (5.3)$$

等,表示被拆散的中子处于能级(1', 2'), 奇质子在能级(0)。

奇  $A$  核的  $\gamma$  振动态中还可能包含有单粒子态,其波函数形式与(5.1)式相似,只不过奇质子所处能级不同,例如,假设处于能级(3),则内部态波函数为

$$A_\alpha^+(3)B_\alpha^+|0\rangle, K = Q_3 = |Q_0 - 2| \text{ 或 } (Q_0 + 2), \pi = \pi_3 = \pi_0. \quad (5.4)$$



$H_r$  在三粒子态和单粒子态之间矩阵元的公式,可类似于附录的一般公式求出.

下面以  $\text{Ho}^{165}$  的  $\gamma$  振动为例,讨论奇  $A$  核  $\gamma$  振动的一些特点.  $\text{Ho}^{165}$  是奇  $A$  核  $\gamma$  振动谱了解得较仔细的一个核,而且它处于稀土区中部,单粒子能级了解得比较清楚,故以它为例. 其实验结果<sup>[25,26]</sup>见图7. 分析时单粒子能级选得与第三节同. 如果四极力强度参数

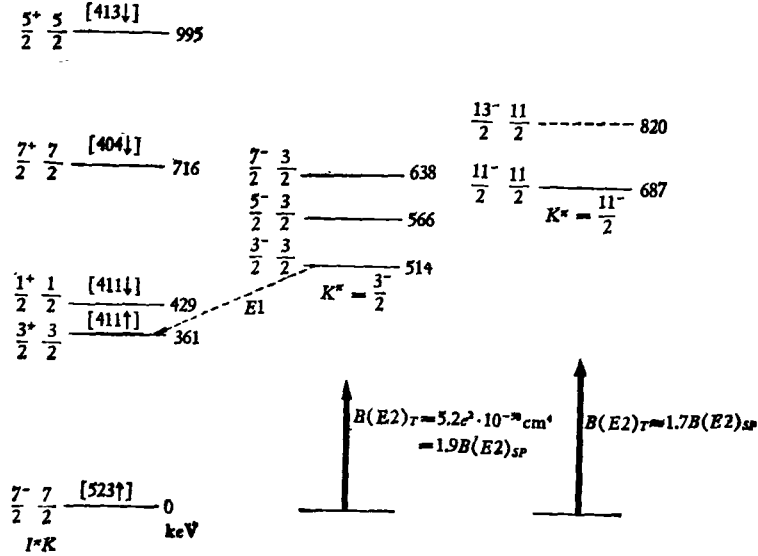


图7  ${}_{67}\text{Ho}_{98}^{165}$  的  $\gamma$  振动带和内部激发谱<sup>[25,26]</sup>

$\chi$  选得和偶偶核相同[见(3.4)式],则  $\text{Ho}^{165}$  的  $\gamma$  振动带的内部激发能为

$$(K_0 - 2)^{\pi} = \frac{3}{2}^{-} \text{带}, E_{K_0-2} = 591 \text{keV}.$$

$$(K_0 + 2)^{\pi} = \frac{11}{2}^{-} \text{带}, E_{K_0+2} = 675 \text{keV}.$$

假设在绝热近似下,振动带能级公式可表为

$$E_{IK} = E_K + A[I(I+1) - K^2]. \tag{5.5}$$

$E_K$  是内部激发能量,第二项表示转动能,  $A$  是和转动惯量有关的常数. 取  $\text{Ho}^{165}$  基态的能级为零,则把转动能考虑进去以后,

$$(K_0 - 2) \text{带基态位置在 } 570 \text{keV. (实验值: } 514 \text{keV)}$$

$$(K_0 + 2) \text{带基态位置在 } 696 \text{keV. (实验值: } 687 \text{keV)}$$

可以看出,在相同的四极力强度下,计算所得  $(K_0 - 2)$  带位置比相邻的偶偶核的  $\gamma$  振动带要低. 主要原因是奇核子的堵塞效应,它使得奇  $A$  核的三粒子态一般说来低于相邻的偶偶核的对拆散态.

计算所得  $(K_0 - 2)$  带位置低于  $(K_0 + 2)$  带的原因是:

$K = (K_0 + 2)$  的内部态(单粒子态)往往比  $K = (K_0 - 2)$  的内部态少些.

如把四极力强度参数  $\chi$  略取大一点[与(3.4)式比较]

$$\chi = 0.098 \text{MeV} / \frac{5}{8\pi} \left( \frac{\hbar}{m\omega_0} \right)^2 = 16.4 \text{keV} \cdot f_m^{-4}. \tag{5.6}$$

则有关计算结果如表 5 所示.

表 5

	$(K_0 - 2)$ 带 基态位置	$(K_0 + 2)$ 带 基态位置	$B(E2; 0^+0 \rightarrow (K_0 - 2) \text{ 带})$	$B(E2; 0^+0 \rightarrow (K_0 + 2) \text{ 带})$
计算值	518keV	648keV	$2.3B(E2)_{sp.}$	$2.1B(E2)_{sp.}$
实验值	514keV	687keV	$1.9B(E2)_{sp.}$	$1.7B(E2)_{sp.}$

可以看出, 由基态到  $(K_0 - 2)$  带或  $(K_0 + 2)$  带的约化  $E2$  跃迁几率的计算值  $\sim 2B(E2)_{sp.}$ , 与实验值相近, 与相邻的偶偶核的  $E2$  约化跃迁几率也相差不多.

### 附录 长程力矩阵元的一般公式

$$\begin{aligned}
 (1) \langle 0 | A_0 H(pp) A_0^+ | 0 \rangle = & - \sum_{\rho\rho'\mu\dots} (|f(\rho\rho')|^2 + |f(\rho\rho')|^2) v_{\rho\mu\dots}^{\alpha'} v_{\rho'\mu\dots}^{\alpha'} \\
 & + 2 \sum_{\rho\mu\dots} (|f(\rho\mu)|^2 + |f(\rho\mu)|^2) v_{\rho\mu\dots}^{\alpha} v_{\rho\mu\dots}^{\alpha'} \\
 & - 4 \sum_{\rho\mu\dots} f(\rho\rho) f(\mu\mu) v_{\rho\mu\dots}^{\alpha} v_{\rho\mu\dots}^{\alpha'}. \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

第一项物理意义见图 8(a). 第二、三项见图 8(b) 以及类似的图形.

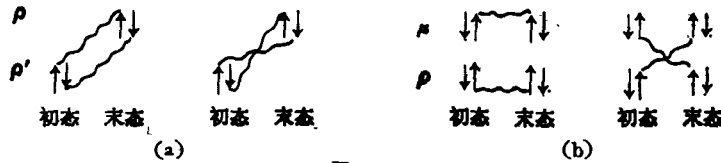


图 8

$$\begin{aligned}
 (2) \langle 0 | A_0(12) H(pp) A_0^+(12) | 0 \rangle = & - \sum_{\rho\rho'\mu\dots} [ |f(\rho\rho')|^2 + |f(\rho\rho')|^2 ] v_{\rho\mu\dots}^{\alpha(12)} v_{\rho'\mu\dots}^{\alpha'(12)} \\
 & + 2 \sum_{\rho\mu\dots} [ |f(\rho\mu)|^2 + |f(\rho\mu)|^2 ] v_{\rho\mu\dots}^{\alpha(12)} v_{\rho\mu\dots}^{\alpha'(12)} \\
 & - 4 \sum_{\rho\mu\dots} f(\rho\rho) f(\mu\mu) v_{\rho\mu\dots}^{\alpha(12)} v_{\rho\mu\dots}^{\alpha'(12)} - (f(11)f(22) - |f(12)|^2) \delta_{\alpha\alpha'} \\
 & + \sum_{\rho\dots} (|f(1\rho)|^2 + |f(1\rho)|^2 + |f(2\rho)|^2 + |f(2\rho)|^2) v_{\rho\dots}^{\alpha(12)} v_{\rho\dots}^{\alpha'(12)} \\
 & - 2(f(11) + f(22)) \sum_{\rho} f(\rho\rho) \cdot v_{\rho\dots}^{\alpha(12)} v_{\rho\dots}^{\alpha'(12)}. \quad (A.2)
 \end{aligned}$$

其中前三项物理意义与 (A.1) 同, 只不过要考虑能级 (1, 2) 被堵塞. 第四项物理意义见图 9(b), 第五、六项物理意义见图 9(a) 及类似的图形.

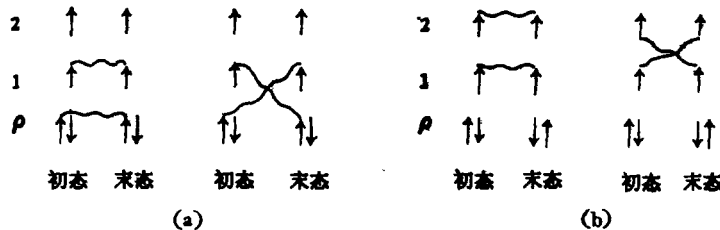


图 9

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \langle 0 | A_a(12) H(pp) A_a^\dagger(12') | 0 \rangle = & - [f(11)f(22') - f(12')f(12)] \sum_{\rho \dots} v_{\rho \dots}^{\alpha(12)} v_{\rho \dots}^{\alpha'(12')} \\
 & + [f(11)f(22') - f(12)f(12')] \sum_{\mu \dots} v_{2' \mu \dots}^{\alpha(12)} v_{2 \mu \dots}^{\alpha'(12')} \\
 & + f(22')(f(22) + f(2'2')) \sum_{\mu \dots} v_{2' \mu \dots}^{\alpha(12)} v_{2 \mu \dots}^{\alpha'(12')} \\
 & + \sum_{\rho \dots} [f(2\rho)f(2'\rho) + f(2\rho)f(2'\rho)] [v_{\rho \dots}^{\alpha(12)} v_{\rho \dots}^{\alpha'(12')} + v_{2' \rho \dots}^{\alpha(12)} v_{\rho \dots}^{\alpha'(12')} \\
 & + v_{\rho \dots}^{\alpha(12)} v_{2' \rho \dots}^{\alpha'(12')}] - 2f(22') \sum_{\rho \dots} f(\rho\rho) v_{\rho \dots}^{\alpha(12)} v_{\rho \dots}^{\alpha'(12')} \\
 & - \sum_{\mu \dots} [f(2\mu)f(2'\mu) + f(2\mu)f(2'\mu)] v_{2' \mu \dots}^{\alpha(12)} v_{2 \mu \dots}^{\alpha'(12')} \\
 & + 2f(22') \sum_{\mu \dots} f(\mu\mu) v_{2' \mu \dots}^{\alpha(12)} v_{2 \mu \dots}^{\alpha'(12')} \tag{A.3}
 \end{aligned}$$

第一、二、三项物理意义见图 10(a), (b), (c), 第四、五项见图 10(d), 第六、七项见图 10(e)及类似的图形。

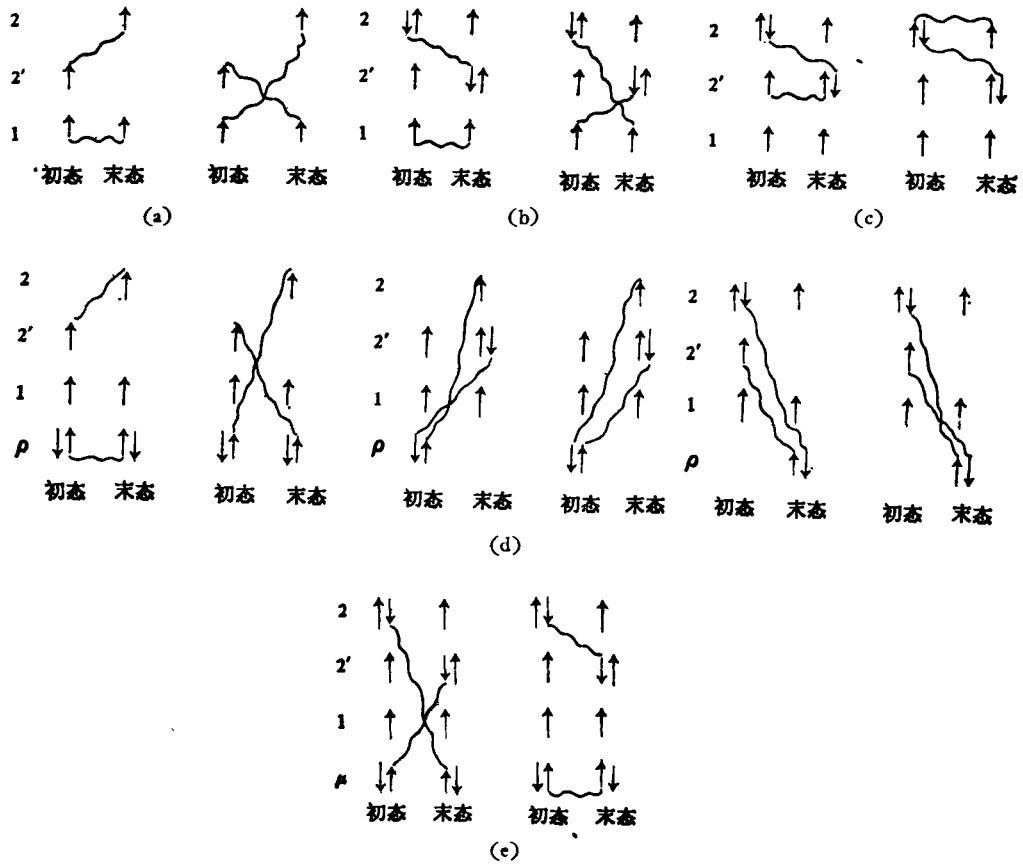


图 10

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & \langle 0 | A_a(12) H(pp) A_a^\dagger(1'2') | 0 \rangle \\
 &= -[f(11')f(22') - f(12')f(21')] \left[ \sum_{\rho \dots} v_{\rho \dots}^{\alpha(12)} v_{\rho \dots}^{\alpha'(1'2')} + \sum_{\dots} v_{1'2' \dots}^{\alpha(12)} v_{12 \dots}^{\alpha'(1'2')} \right] \\
 &\quad - [f(12)f(1'2') - f(11')f(22')] \sum_{\mu \dots} [v_{1' \mu \dots}^{\alpha(12)} v_{1 \mu \dots}^{\alpha'(1'2')} + v_{2' \mu \dots}^{\alpha(12)} v_{2 \mu \dots}^{\alpha'(1'2')}] \\
 &\quad - [f(12')f(21') + f(12)f(1'2')] \sum_{\mu \dots} [v_{1' \mu \dots}^{\alpha(12)} v_{2 \mu \dots}^{\alpha'(1'2')} + v_{2' \mu \dots}^{\alpha(12)} v_{1 \mu \dots}^{\alpha'(1'2')}]. \quad (A.4)
 \end{aligned}$$

见图 11(a), (b), (c).

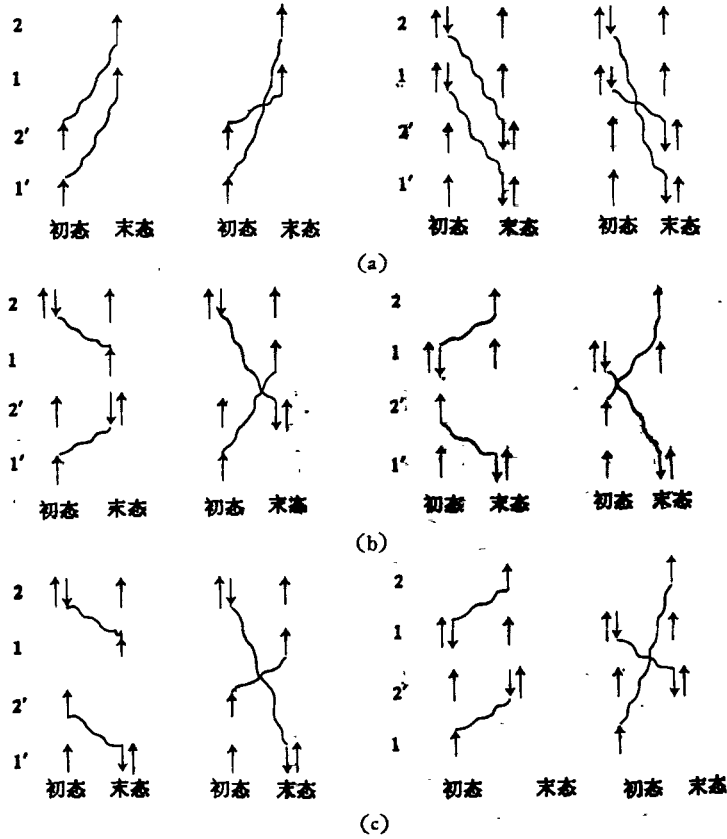


图 11

特例:

$$\begin{aligned}
 & \langle 0 | A_a(12) H(pp) A_a^\dagger(12') | 0 \rangle \\
 &= -f(12)f(12') \left[ \sum_{\rho \dots} v_{\rho \dots}^{\alpha(12)} v_{\rho \dots}^{\alpha'(12')} + \sum_{\dots} v_{2' \dots}^{\alpha(12)} v_{2 \dots}^{\alpha'(12')} \right], \quad (A.4)'
 \end{aligned}$$

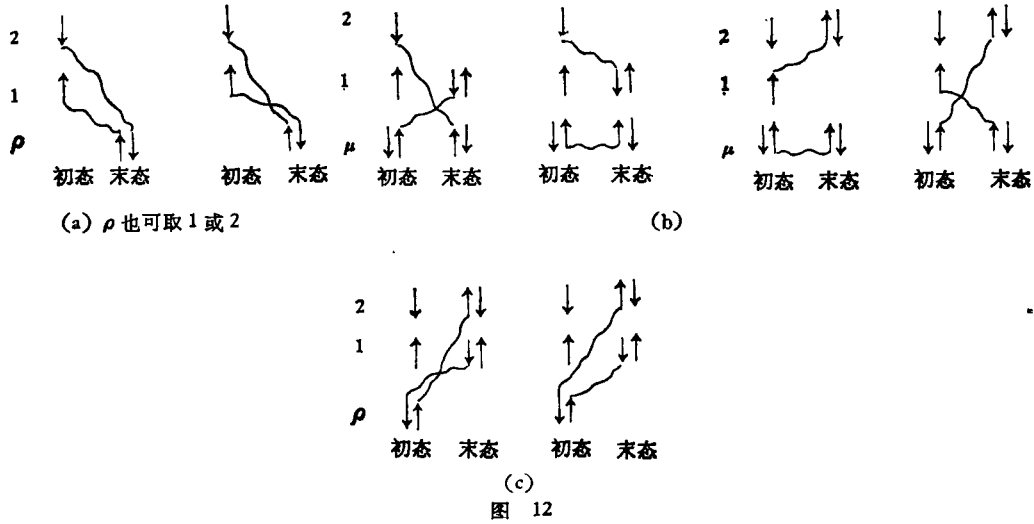
$$\begin{aligned}
 & \langle 0 | A_a(12) H(pp) A_a^\dagger(12') | 0 \rangle \\
 &= f(12)f(12') \left[ \sum_{\rho \dots} v_{\rho \dots}^{\alpha(12)} v_{\rho \dots}^{\alpha'(12')} + \sum_{\dots} v_{2' \dots}^{\alpha(12)} v_{2 \dots}^{\alpha'(12')} \right], \quad (A.4)''
 \end{aligned}$$

$$\langle 0 | A_a(12) H(pp) A_a^\dagger(12) | 0 \rangle = |f(12)|^2 \delta_{aa'}. \quad (A.4)'''$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & \langle 0 | A_a H(pp) A_a^\dagger(12) | 0 \rangle \quad (Q_1 = Q_2, \pi_1 = \pi_2) \\
 &= - \sum_{\rho \mu \dots} [f(1\rho)f(2\rho) + f(1\rho)f(2\rho)] v_{\rho \mu \dots}^{\alpha} v_{\mu \dots}^{\alpha'(12)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{\mu \dots} [2f(12)f(\mu\mu) - f(1\mu)f(2\mu) - f(1\mu)f(2\mu)](v_{1\mu \dots}^a + v_{2\mu \dots}^a)v_{\mu \dots}^{a'(12)} \\
 & + \sum_{\rho} (f(1\rho)f(2\rho) + f(1\rho)f(2\rho)) \sum_{\dots} v_{12 \dots}^a v_{\rho \dots}^{a'(12)}. \tag{A.5}
 \end{aligned}$$

见图 12(a), (b), (c).



(6)  $H(np)$  矩阵元

$$\langle 0 | A_a Q(\rho) A_{a'}^+ | 0 \rangle = 2 \sum_{\rho \dots} f(\rho\rho) v_{\rho \dots}^a v_{\rho \dots}^{a'}, \tag{A.6}$$

$$\langle 0 | A_a Q(\rho) A_{a'}^+(12) | 0 \rangle = -f(12) \sum_{\dots} [v_{1 \dots}^a + v_{2 \dots}^a] v_{\dots}^{a'(12)}, \tag{A.7}$$

$$\langle 0 | A_a(12) Q(\rho) A_{a'}^+(12) | 0 \rangle = (f(11) + f(22)) \delta_{aa'} + 2 \sum_{\rho \dots} f(\rho\rho) v_{\rho \dots}^{a(12)} v_{\rho \dots}^{a'(12)}, \tag{A.8}$$

$$\langle 0 | A_a(12) Q(\rho) A_{a'}^+(12') | 0 \rangle = f(22') \left[ \sum_{\rho \dots} v_{\rho \dots}^{a(12)} v_{\rho \dots}^{a'(12')} - \sum_{\dots} v_{2' \dots}^{a(12)} v_{2' \dots}^{a'(12')} \right], \tag{A.9}$$

另外

$$\begin{aligned}
 \langle 0 | A_a(12) Q(\rho) A_{a'}^+(1'2') | 0 \rangle &= 0, \\
 \langle 0 | A_a(12) Q(\rho) A_{a'}^+(\underline{1}2') | 0 \rangle &= 0, \\
 \langle 0 | A_a(\underline{1}2) Q(\rho) A_{a'}^+(\underline{1}2) | 0 \rangle &= 0.
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

### 参 考 文 献

- [1] Alder, Bohr, Huus, Mottelson and Winther, *Rev. Mod. Phys.*, **28** (1956), 432, Chap. V.
- [2] C. J. Jr. Gallagher and V. G. Soloviev, *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, **2** (1962), No. 2.
- [3] A. Bohr, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **26**, No. 14 (1952).  
A. Bohr and B. Mottelson, *ibid.*, **27**, No. 16 (1953).
- [4] D. R. Inglis, *Phys. Rev.*, **79** (1955), 701.  
E. R. Marshalek and J. O. Rasmussen, *Nuclear Phys.*, **43** (1963), 438.
- [5] M. Baranger, *Phys. Rev.*, **120** (1960), 957.

- T. Marumori, *Prog. Theor. Phys.*, **24** (1960), 331.
- [6] Д. Ф. Зарезкий и И. Г. Урин, *ЖЭТФ*, **41** (1961), 898; **42** (1961), 304; **43** (1962), 1021.  
V. G. Soloviev and P. Vogel, *Phys. Lett.*, **6** (1963), 126.  
Лю Юань, В. Г. Соловьев и Корнейчик, *ЖЭТФ*, **47** (1964), 252.
- [7] S. T. Belyaev, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **31**, No. 11 (1959).
- [8] 物理学报, **20**(1964), 862.
- [9] 物理学报, **21**(1965), 267.
- [10] 物理学报, **21**(1965), 915.
- [11] A. Bohr., 物理学报专刊, “关于原子核结构的一些最新发展与实验方法” (1963).
- [12] O. Nathan and S. G. Nilsson, “ $\alpha$ -,  $\beta$ - and  $\gamma$ -ray Spectroscopy” (ed. by K. Siegbahn, 1965), p. 601.
- [13] S. G. Nilsson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **29**, No. 16 (1956).
- [14] B. Mottelson & S. G. Nilsson, *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, **1** No. 8 (1959).
- [15] Y. Yoshizawa, B. Elbek, B. Herskind and M. C. Olesen, “*Proc. 3rd. Conf. on Reactions between Complex Nuclei*” (1963), p. 289.
- [16] F. S. Stephens, B. Elbek and R. M. Diamond, *ibid.*, p. 303.
- [17] W. N. Shelton and R. K. Shelinc, *Phys. Rev.*, **133** (1964), B 624.
- [18] D. R. Bès, P. Federman, E. Maqueda and A. Zuker, *Nucl. Phys.*, **65** (1965), 1.  
O. Nathan and V. J. Popov, *Nucl. Phys.*, **21** (1960), 631.
- [19] P. G. Hansen, N. B. Johnson and H. L. Nielsen, *Nucl. Phys.*, **55** (1964), 171.
- [20] G. W. Farwall, “*Proc. Rutherford Jubilee Int. Conf.*” (Manchester, 1961), p. 321.
- [21] A. H. Wapstra and N. B. Gove, *Nuclear Data*, **B1** (1966), 5—107.
- [22] Y. A. Ellis, *Nuclear Data*, **B4** (1970), 543, 581, 635.
- [23] M. R. Schmorak, *Nuclear Data*, **B4** (1970), 561, 661.
- [24] B. Elbek, “*Determination of Nuclear Transition Probabilities by Coulomb Excitation*” (1963).
- [25] R. M. Diamond, B. Elbek and F. S. Stephens, *Nucl. Phys.*, **43** (1963), 560.
- [26] M. E. Bunker and C. W. Reich, *Rev. Mod. Phys.*, **43** (1971), 348.
- [27] Б. С. Джелепов и т. д., “*Схемы Распада Радиоактивных Ядер*” (1963).