

# 层子模型中高能散射截面之间的关系\*

物理研究所理论小组  
(中国科学院)

本文用相对论性的强子结构模型——层子模型<sup>[1]</sup>来研究与强子结构有关的高能散射截面之间的关系,并与非相对论的夸克模型的结果<sup>[2,3]</sup>进行比较。

除了层子模型的基本假设(特别是文献[1]中的层子模型波函数)之外,我们还假设:对于高能小角度散射,强子散射振幅是层子之间二体散射的贡献的迭加。以介子-重子散射为例,这个相加性假设可用图1表示,其中 $\sum_{a,b}$ 表示对强子A中的层子(或反层子)a以及强子B中的层子(或反层子)b求和。

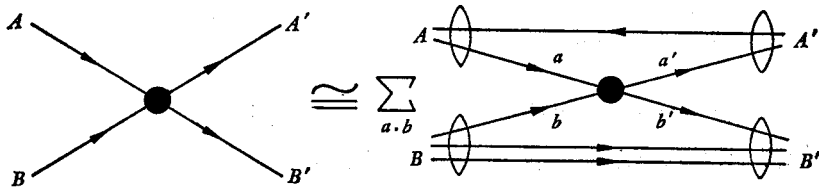


图 1

层子之间的二体散射用协变的等效二体散射算符描写。在动量表象中它的一般形式是

$$S_{a'b',ab} = \sum_{i,a} a_{ia} \bar{\psi}(p'_a) G_i^{(a)} Q_a^{(a)} \psi(p_a) \bar{\psi}(p'_b) G_i^{(b)} Q_b^{(b)} \psi(p_b). \quad (1)$$

其中 $\psi$ 为层子场量; $a_{ia}$ 是层子四动量 $p_a, p'_a, p_b, p'_b$ 的标量函数; $G, Q$ 分别是旋量空间和 $SU(3)$ 空间中的矩阵。在下面的讨论中不需要 $G_i^{(a)} Q_a^{(a)} \otimes G_i^{(b)} Q_b^{(b)}$ 的具体形式,只要求它们的选取应使 $S$ 是 Lorentz 不变的,且满足同位旋和超荷守恒。此外,层子-层子作用的 $a_{ia}$ 和层子-反层子作用的 $a_{ia}$ 可以不同。

把散射算符(1)夹在态矢 $|AB\rangle$ 和 $\langle A'B' |$ 之间,就得到 $A+B \rightarrow A'+B'$ 的强子散射振幅。用层子模型的协变场论计算方法<sup>[4]</sup>可把它写成如下的形式:

$$T_{A'B',AB}(s, t) = \sum_{i,a} g_{ia}(s, t) J_{A'A}(G_i^{(a)} Q_a^{(a)}) J_{B'B}(G_i^{(b)} Q_b^{(b)}). \quad (2)$$

其中 $s = -(P_A + P_B)^2, t = -(P_A - P'_A)^2$ ;  $g_{ia}(s, t)$ 是 $a_{ia}$ 和初、末态四个强子的内部运动波函数之积对内部动量的积分,它是 $s, t$ 的标量函数,且和强子质量 $m_A, m_{A'}, m_B, m_{B'}$ 有关。 $J_{A'A}(GQ)$ 是单层子跃迁的强子流(实际上是强子流的旋量部分和 $SU(3)$ 部分,不包括归一化了的形状因子)。若取文献[1]中的层子模型波函数,则其表达式为

\* 1972年9月25日收到。

1)  $0^- \rightarrow 0^-$  介子流

$$J_{P'P}(GQ) = \frac{1}{2} \text{Sp}[\Lambda_+(\mathbf{P}')G\Lambda_+(\mathbf{P})] \cdot \left( \frac{D+F}{2} + \xi_G \frac{D-F}{2} \right). \quad (3)$$

2)  $0^- \rightarrow 1^-$  介子流

$$J_{V'P}^{\lambda}(GQ) = \frac{1}{2} \text{Sp}[\gamma_\mu \Lambda_+(\mathbf{P}')G\Lambda_+(\mathbf{P})\gamma_5] \bar{e}_\mu^\lambda(\mathbf{P}') \cdot \left( \frac{D+F}{2} - \xi_G \frac{D-F}{2} \right). \quad (4)$$

3)  $1/2^+ \rightarrow 1/2^+$  重子流

$$J_{B'B}^{\lambda}(GQ) = \left( -\frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \right) \bar{u}^{\lambda}(\mathbf{P}') G u^{\lambda}(\mathbf{P}) \left( D + \frac{2}{3} F - \frac{1}{3} T \right) - \frac{1}{2} \text{Sp}[\Lambda_+(\mathbf{P}')G\Lambda_+(\mathbf{P})] \bar{u}^{\lambda}(\mathbf{P}') u^{\lambda}(\mathbf{P}) \left( D - \frac{1}{3} F - \frac{4}{3} T \right). \quad (5)$$

4)  $1/2^+ \rightarrow 3/2^+$  重子流

$$J_{B'B}^{\lambda}(GQ) = \text{Sp}[\gamma_\mu \Lambda_+(\mathbf{P}')G\Lambda_+(\mathbf{P})\gamma_5] \bar{\psi}_\mu^\lambda(\mathbf{P}') u^{\lambda}(\mathbf{P}) E, \quad (6)$$

其中

$$\Lambda_+(\mathbf{P}) = \frac{m - i\hat{P}}{2m}, \quad \Lambda_+(\mathbf{P}') = \frac{m' - i\hat{P}'}{2m'}, \quad \mathcal{D} = \frac{P}{m} + \frac{P'}{m'}.$$

$m, m'$  和  $P, P'$  分别是初、末态强子的物理质量和四动量;  $D, F$  是  $SU(3)$  中的  $D$  型和  $F$  型;

$$(D+F)/2 = \text{Sp}(\bar{\phi}' Q \phi), \quad (D-F)/2 = \text{Sp}(\bar{\phi}' \phi Q).$$

$\phi, \phi'$  分别是初、末态八重态强子的  $SU(3)$  波函数, 又

$$T = \text{Sp} Q \cdot \text{Sp}(\bar{\phi}' \phi), \quad E = \bar{D}^{kij} Q_i^j \epsilon_{ijl} \phi_k^l.$$

$D^{ijk}$  是十重态强子的  $SU(3)$  波函数;

$$\xi_G = \begin{cases} +1, & \text{当 } C\tilde{G}C^{-1} = G \text{ 时;} \\ -1, & \text{当 } C\tilde{G}C^{-1} = -G \text{ 时.} \end{cases}$$

( $C$  为电荷共轭矩阵);  $\lambda, c, \tau$  分别是  $1^-$  介子、 $1/2^+$  重子、 $3/2^+$  重子的自旋投影指标,  $e_\mu^\lambda(\mathbf{P}')$  是  $1^-$  介子的极化四矢,  $u^{\lambda}(\mathbf{P})$  是  $1/2^+$  重子的 Dirac 旋量,  $\psi_\mu^\lambda(\mathbf{P}')$  是  $3/2^+$  重子的 Rarita-Schwinger 波函数.

由于在  $\Lambda_+(\mathbf{P}), e_\mu^\lambda(\mathbf{P}), u^{\lambda}(\mathbf{P}), \psi_\mu^\lambda(\mathbf{P})$  中强子的动量  $\mathbf{P}$  和质量  $m$  是以  $\mathbf{P}/m$  的形式出现的, 所以它们只和强子的速度有关. 而  $G$  中与强子动量有关的部分总可以取成  $\mathbf{P}/m$  的形式 [例如不取  $\gamma_5(\hat{P} + \hat{P}')$ , 而取成  $\gamma_5(\hat{P}/m + \hat{P}'/m')$ ], 所以强子流 (3)–(6) 也仅与初、末态强子的速度有关. 在强子振幅的表达式 (2) 中除  $g_{ia}(s, t)$  外还出现与强子速度有关的量, 这是相对论性层子模型所具有而为非相对论夸克模型所没有的特点. 下面将看到, 正是这个特点使层子模型中高能散射截面之间的关系变得比非相对论夸克模型中的复杂了.

## 1. 总截面之间的关系

根据光学定理, 总截面可由向前弹性散射振幅的虚部定出, 在高能下

$$\begin{aligned} \sigma_i(AB) &= (2\pi)^{-4} \text{Im} T_{AB,AB}(s, 0) \\ &= (2\pi)^{-4} \text{Im} \sum_{ia} g_{ia}(s, 0) J_{AA}(G_i^{(a)} Q_a^{(a)}) J_{BB}(G_i^{(b)} Q_a^{(b)}). \end{aligned} \quad (7)$$

对向前弹性散射  $\mathbf{P}' = \mathbf{P}$ ,  $m' = m$ ,  $c' = c$ , 故由式(3)和式(5)分别得

$$J_{pp}(GQ) = \frac{1}{2} \text{Sp} [\Lambda_+(\mathbf{P})G] \left( \frac{D+F}{2} + \xi_G \frac{D-F}{2} \right), \quad (3')$$

$$\frac{1}{2} \sum_c J_{\bar{b}\bar{b}}(GQ) = \frac{1}{2} \text{Sp} [\Lambda_+(\mathbf{P})G] (F+T). \quad (5')$$

除了  $SU(3)$  部分之外, 此二式右边的旋量部分形式相同, 即当强子的速度相等时它们相等. 由此可导出总截面之间的下列关系:

$$\sigma_i(\pi^+p) + \sigma_i(K^-p) + \sigma_i(K^+n) = \sigma_i(\pi^-p) + \sigma_i(K^+p) + \sigma_i(K^-n), \quad (8)$$

$$3[\sigma_i(\pi^+p) + \sigma_i(\pi^-p)] = \sigma_i(pp) + \sigma_i(\bar{p}p) + \sigma_i(pn) + \sigma_i(\bar{p}n), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i(K^+p) + \sigma_i(K^-p) + \sigma_i(pn) + \sigma_i(\bar{p}n) \\ = \sigma_i(K^+n) + \sigma_i(K^-n) + \sigma_i(pp) + \sigma_i(\bar{p}p), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sigma_i(\pi^+p) - \sigma_i(\pi^-p) = \sigma_i(pp) - \sigma_i(\bar{p}p) - \sigma_i(pn) + \sigma_i(\bar{p}n). \quad (11)$$

这些关系不能从  $SU(3)$  对称性得到, 它们反映了强子结构的特点, 可用来检验强子结构模型的基本假设. 形式上这些关系与非相对论夸克模型中的相应关系式一样<sup>[2]</sup>, 但实际上含义不同, 与实验比较的方法也不同.

在非相对论夸克模型中, 由于强子振幅的表达式中除  $g_{ia}(s, 0)$  外不出现依赖于初、末态强子速度的量(相当于我们的结果中取  $\mathbf{P} = \mathbf{P}' = 0$ ), 所以在各对强子的  $g_{ia}(s, 0)$  相等的条件下关系式(8)–(11)成立. 在相对论性层子模型中多了一点复杂的因素: 强子振幅的表达式中除  $g_{ia}(s, 0)$  外还出现依赖于初、末态强子速度的量. 所以关系式(8)–(11)能否成立, 就要看各对强子  $g_{ia}(s, 0)$  相等的条件是否与各对强子的相对速度相等的条件一致.

各对强子(特别是介子-重子和重子-重子)的  $g_{ia}(s, 0)$  形式上是否一样, 以及它们在什么条件下相等, 这些问题涉及层子相互作用的动力学. 目前理论上还不能给出确切的答案, 只能做一些推测.

Kokkedec 和 Van Hove 认为<sup>[5]</sup>, 夸克-夸克振幅的依赖性是由夸克-夸克的质心系动量决定的. 所以和实验比较时, 介子-重子总截面与重子-重子总截面分别取实验室动量为 2:3 处之值, 而几个介子-重子总截面相比较时取实验室动量相同. 从我们上面的讨论可以清楚地看到: 由于这个条件下各对强子的相对速度不等, 所以关系式(8)–(11)不可能在此条件下严格成立. 这就是说: 由于存在相对论效应, Kokkedec 和 Van Hove 的比较方法不很合理.

从相对论性层子模型来看, 一个有趣的推测是认为  $g_{ia}(s, 0)$  由层子的速度决定. 有一些有利的论据支持这个假设. 如果强子中的每个层子独立地与其它强子中的层子起作用, 则可以认为束缚的效应归结为使不同强子中的层子具有不同的有效质量. 在量子电动力学中, 两个自旋 1/2 粒子的高能小动量传递散射振幅, 由两粒子的速度决定, 而与它们的质量无关(这可由 Levy 和 Sucher 的工作<sup>[6]</sup>看出). 在强子的静止系中层子的速度本来就是比较小的; 在高能下, 由于相对论的时间变慢效应, 层子在强子内部的相对运动速度就更小了. 因此层子的速度就是强子的速度; 在  $g_{ia}(s, 0)$  由层子的速度决定的假设下, 各对强子的  $g_{ia}$  相等的条件就是各对强子的相对速度相等. 和实验比较时, 对不同的入射

强子, 实验室动量  $p_L$  应取其物理质量之比. James 和 Watson<sup>[7]</sup> 也曾提出在速度相等的条件下比较总截面之间的关系建议; 他们的出发点和我们不同, 他们的论据似乎不很自洽.

当能量极高时 ( $p_L > 30 \text{ GeV}/c$ ), 所有的总截面随  $p_L$  的变化都很小, 我们(以及 James-Watson) 的比较方法和 Kerkedec-Van Hove 的比较方法没有什么差别. 但对不太高的能量 ( $4 \text{ GeV}/c < p_L < 30 \text{ GeV}/c$ ), 这两种比较方法还是有一定的差别的; 这个差别在比较介子-核子和超子-核子总截面之间的关系时尤为显著<sup>[8]</sup>.

鉴于文献[7, 8]中已对关系式(9)和(11)做过比较详细的检验, 与实验符合很好, 这里只对他们未曾检验过的(8)式和实验比较如下: 注意到  $p_L^{\pi^+}/p_L^{\pi^-} = m_K/m_\pi \sim 3.5$ , 由文献[9, 10]的实验数据得关系式(8)的两边为

$$\begin{aligned} p_L^{\pi^+} = 4 \text{ GeV}/c, \quad p_L^{\pi^-} = 16 \text{ GeV}/c \text{ 时} \\ 66.3 \pm 1.1 \text{ mb} = 67.5 \pm 1.1 \text{ mb}, \\ p_L^{\pi^+} = 6 \text{ GeV}/c, \quad p_L^{\pi^-} = 20 \text{ GeV}/c \text{ 时} \\ 63.5 \pm 5.2 \text{ mb} = 62.6 \pm 1.5 \text{ mb}. \end{aligned}$$

看来, 与实验符合的程度是令人满意的.

## 2. 准二体反应微分截面之间的关系

定义

$$\sigma(AB \rightarrow A'B') = \sum \left| T_{A'B', AB}(s, t) \right|^2. \quad (12)$$

其中  $\Sigma$  表示对初态强子  $A, B$  的自旋投影求平均, 对末态强子  $A', B'$  的自旋投影求和. 对于每个给定的准二体反应(非弹性散射), 只有一个非对角的  $Q^{(a)} \otimes Q^{(b)}$  有贡献. 将(2)-(6)式代入(12)式, 形式上可导出下列准二体反应微分截面关系:

1) 介子-强子反应之间的关系

$$\begin{aligned} \sigma(\pi^- X \rightarrow \pi^0 Y) + \sigma(\pi^- X \rightarrow \eta Y) + \sigma(\pi^- X \rightarrow \eta' Y) \\ = \sigma(K^- X \rightarrow \bar{K}^0 Y) + \sigma(K^0 X \rightarrow K^+ Y), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma(K^- X \rightarrow \eta Y) + \sigma(K^- X \rightarrow \eta' Y) \\ = \sigma(K^- X \rightarrow \pi^0 Y) + \sigma(\pi^0 X \rightarrow K^+ Y), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\sigma(\pi^- X \rightarrow \eta Y) = \tan^2 \phi \cdot \sigma(\pi^- X \rightarrow \eta' Y). \quad (15)$$

以及把末态的  $0^-$  介子换为相应的  $1^-$  介子而得到的关系. 其中  $X, Y$  为任意强子, 混合角  $\phi$  的定义为

$$\eta' = \frac{1}{\sqrt{2}} (p\bar{p} + n\bar{n}) \cos \phi + \lambda\bar{\lambda} \sin \phi.$$

2) 介子-强子与重子-强子反应之间的关系

$$\begin{aligned} \left( -\frac{1}{4} \mathcal{D}_{33}^1 \right)^{-1} \cdot \sigma(nX \rightarrow pY) \\ = \sigma(K^0 X \rightarrow K^+ Y) + \frac{25}{9} \sigma(K^0 X \rightarrow K^{*+} Y), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{4} \mathcal{P}_{\pi\Lambda}^2\right)^{-1} \cdot \bar{\sigma}(nX \rightarrow \Lambda Y) \\ &= \frac{3}{2} \bar{\sigma}(\pi^- X \rightarrow K^- Y) + \frac{3}{2} \bar{\sigma}(\pi^- X \rightarrow K^{*-} Y), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{4} \mathcal{P}_{p\Sigma}^2\right)^{-1} \cdot \bar{\sigma}(pX \rightarrow \Sigma^+ Y) \\ &= \bar{\sigma}(\pi^- X \rightarrow K^- Y) + \frac{1}{9} \bar{\sigma}(\pi^- X \rightarrow K^{*-} Y), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\left(-\frac{1}{4} \mathcal{P}_{p\Delta}^2\right)^{-1} \cdot \bar{\sigma}(pX \rightarrow \Delta^{++} Y) = \frac{8}{3} \bar{\sigma}(K^0 X \rightarrow K^{*+} Y), \quad (19)$$

$$\left(-\frac{1}{4} \mathcal{P}_{p\Sigma^*}^2\right)^{-1} \cdot \bar{\sigma}(pX \rightarrow \Sigma^{*+} Y) = \frac{8}{9} \bar{\sigma}(\pi^- X \rightarrow K^{*-} Y). \quad (20)$$

其中  $X, Y$  为任意强子,  $\mathcal{P}_{bB'}^2 = (P_B/m_B + P_{B'}/m_{B'})^2$ .

与非相对论夸克模型中相应的关系<sup>[3]</sup>比较, (13)–(15)形式上完全与之相同, 而(16)–(20)式左边多了一个因子  $\left(-\frac{1}{4} \mathcal{P}_{bB'}^2\right)^{-1}$ . 这个因子是因介子是一对层子组成、重子是三个层子组成而造成的. 在向前峰内这个因子接近于 1, 所以它带来的实际差别并不大.

与总截面之间的关系式(8)–(11)相类似, 这些准二体反应微分截面关系(13)–(20)式严格成立的必要条件是其中各反应的初、末态四个强子的速度对应相等. 一般说来, 不同反应中四个强子的物理质量不分别相等; 按照能量-动量守恒定律, 不同的反应中四个强子的速度在任何条件下都不可能对应相等. 所以层子模型中上述关系只是形式上的关系, 对于物理截面不可能严格成立. 只有当不同的反应中四个强子的物理质量近似分别相等时, 例如  $\bar{\sigma}(K^- p \rightarrow \rho^0 \Lambda) = \bar{\sigma}(K^- p \rightarrow \omega^0 \Lambda)$ , 才能近似成立.

由于上述原因, 即使认为  $g_{ia}(s, t)$  由层子速度决定, 在层子模型中一般不可能得到非相对论夸克模型中那样简单的准二体反应微分截面间的关系. 这样看来, 非相对论夸克模型中准二体反应微分截面间的关系中与实验不符合者, 并不能作为夸克模型关于强子结构的假设不对的证据.

### 参 考 文 献

- [1] 1966 年北京科学讨论会报告(北京基本粒子理论组).
- [2] J. J. J. Kokkedee, *Quark Model*, W: A. Benjamin Inc., New York, 1969.
- [3] A. Białas and K. Zalewski, *Nucl. Phys.*, **B6** (1968), 465.
- [4] 中国科学院数学研究所理论物理研究室, 北京大学理论物理研究室基本粒子理论组, *北京大学学报(自然科学)*, **12** (1966), 113.
- [5] J. J. J. Kokkedee and L. Van Hove, *Nuo. Cim.*, **42A** (1966), 711.
- [6] M. Lévy and J. Sucher, *Phys. Rev.*, **186** (1969), 1656; **D2** (1970), 1716.
- [7] P. B. James and H. D. D. Watson, *Phys. Rev. Lett.*, **18** (1967), 179.
- [8] P. B. James and J. M. Rawls, *Phys. Rev.*, **D4** (1971), 2017.
- [9] G. Von Dardel et al., *Phys. Rev. Lett.*, **7** (1961), 127.
- [10] W. Galbraith et al., *Phys. Rev.*, **B138** (1965), 913.