



引 力 波

邹振隆

张平华

王祝翔

(中国科学院北京天文台) (中国科学院物理研究所) (中国科学院原子能研究所)

一、引 言

万有引力是物质之间一种极为普遍的相互作用。按照牛顿的万有引力定律,自然界中任何两个物质之间都存在着相互的吸引力,这种作用力的大小是与它们质量的乘积成正比,与它们之间的距离平方成反比。但是,在牛顿的引力理论里,认为这种作用的传递是不需要时间的。牛顿的场方程 $\nabla^2\phi = -4\pi G\rho$ 中不包含任何时间的微商项,这就意味着物质分布的改变将立即引起空间各点引力势 ϕ 的变化,即引力作用的传递是“瞬时”的。换句话说,即引力相互作用的传播速度为无穷大,而这是与狭义相对论关于任何物理效应都不能快于真空中光速的要求相矛盾的。1916年,爱因斯坦提出了一个新的引力理论,即广义相对论。这个理论预言,和任何加速的电荷会产生电磁波相似,任何相对加速的质量也将产生引力波(或叫引力辐射),并且以和光一样的速度传播。不过,由于引力相互作用极其微弱(例如,一个质子和一个电子之间的引力要比电磁力小 10^{39} 倍),要想在实验室里产生和接收引力波是极为困难的。因此,几十年来,关于引力辐射的工作只有一些理论上的进展,实验始终没人敢于问津。

直到1958年,美国马里兰大学的韦伯(Weber)才第一次开始认真地探索引力波实验研究的可能性。经过11年的摸索,到1969年,他宣布发现了不能排除是来自宇宙空间的引力波的信号。又经过几年的继续观测,他再次认为上述结论是正确的。韦伯的工作曾一度使科学界感到鼓舞。但当时仍有不少人持审慎态度。他们希望能看到有更多的独立观测来检验韦伯结果的可靠性。因此,近几年来,世界上有关引力波的理论 and 实验工作都有了急剧的增加。美、英、意、德、苏、日等国都成立了实验小组,发展探测引力波用的新设备,探讨新的实验原理和方法。直到1973年4月在伦敦召开的相对论会议上,由于很多实验小组所作的具有同样灵敏度的实验结果都没有探测到引力波,从而基本上否定了韦伯所探测到的信号是由引力波引起的这个结论。不过,虽然引力波并没有真正地探测到,

但是探测引力波的工作却从此更加蓬勃地开展起来了。这主要是大家认为,韦伯的引力波探测器对微弱的引力波信号来说,其灵敏度还是太低了,因而没能记录到真正的引力波,但这并不能否定引力波的存在。现在各国的实验小组都在致力于提高引力波探测器的灵敏度,期望在更高的灵敏度下能探测到从天体辐射到地球上来的引力波。

如果能证实引力波的存在,那么这不仅具有重大的理论意义,而且还可能打开“引力天文学”的崭新领域,就象过去二十年间射电天文学一样,为人类对宇宙的认识作出重要贡献。

二、引力波的性质

引力波的存在显然是一种非牛顿效应。大多数科学家认为,它是广义相对论的直接结果。这个理论认为,时间和空间同物质有着不可分割的联系,物质及其运动决定时空的性质,而时空的性质又反过来影响物质的运动。爱因斯坦把上述思想表达为下面的场方程

$$R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ij}, \quad (1)$$

式中 g_{ij} (度规张量), R_{ij} (里契张量), R (标量曲率) 等为表征时空几何性质的量, T_{ij} 为物质的能量-动量张量, G 为牛顿引力常数, c 为光速。

对于真空中弱引力场的情形,选择适当坐标系,方程(1)可以作线性近似,化为

$$\square h_{ij} = 0, \quad (2)$$

式中 h_{ij} 为度规张量相对于明可夫斯基度规(即不存在引力场的平直空间)的一级修正。

$$\square = \frac{\partial^2}{(\partial x^1)^2} + \frac{\partial^2}{(\partial x^2)^2} + \frac{\partial^2}{(\partial x^3)^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

为达朗贝尔算符,这就是通常的波动方程,其形式与电磁波方程完全一样。由此可见,引力场的扰动(h_{ij})就象电磁场一样,在真空中是以光速传播的。

在离源充分远的地方,引力波可以看作是平面波。取 x^1 轴沿波的传播方向,选取适当坐标系可使 h_{ij} 的所有分量除 h_{23} 和 $h_{32} = -h_{23}$ 外全变为零。这就表明

了引力波的横波性。其意义可从线元

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (dx^1)^2 + (1 + h_{22})(dx^2)^2 + (1 - h_{22})(dx^3)^2 + 2h_{23} dx^2 dx^3 \quad (3)$$

中看出。在波行进的方向上, g_{11} (或两个检验粒子之间的距离) 是不随时间改变的, 只有在垂直于波传播的方向上 $g_{22} = 1 + h_{22}$, $g_{33} = 1 - h_{22}$, $g_{23} = h_{23}$ 才随时间改变, 而且在 x^2 方向若有一增量 h_{22} , 则在 x^3 方向有一绝对值相等的减量 $h_{33} = -h_{22}$ 。此即表示 h_{22} 和 h_{33} 随着时间 t 作一伸一缩的等幅周期变化, 这相当于四极矩情况。直观地看, 若有一圆柱形天线, 当引力波垂直于轴线方向入射时, 此圆柱就会在轴线方向产生伸缩。 h_{23} 和 h_{22} 确定两个独立的偏振态(见图 1)。

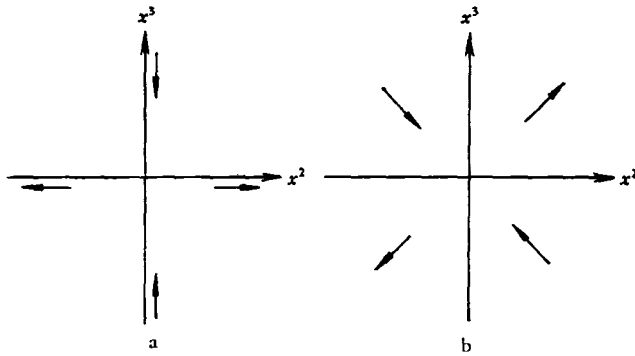


图 1 偏振模式: (a) $h_{23} = 0$, $h_{22} \neq 0$; (b) $h_{22} = 0$, $h_{23} \neq 0$

关于引力波携带多少能量的问题, 由于引力场本身的能量-动量张量如何定义还没有搞清楚, 暂且采用目前流行的赝张量定义。可以算得一个系统引力辐射的总功率为

$$P = \frac{G}{45c^5} \left(\frac{\partial^3 D_{\alpha\beta}}{\partial t^3} \right)^2 = - \frac{dE}{dt} \quad (4)$$

其中

$$D_{\alpha\beta} = \int \rho (3x^\alpha x^\beta - \delta_\alpha^\beta x^\gamma x^\gamma) dV$$

为系统的质量四极矩, 可见四极辐射是引力理论中最低次的多极辐射。实际上, 由于没有负的引力质量, 偶极矩为零, 因而没有偶极辐射。这是不同于电磁理论的重要特点, 也是引力波极其微弱的另一个原因。

对于上述线性近似方法是否合理, 曾有人提出过原则性的批评意见(例如: 只适用于弱场, 破坏了协变性, 解是否收敛不知道等等), 也不断有人提出其它种种办法, 但都遇到各自难于克服的困难。我们认为, 从物理概念比较明确, 能作初步计算与实验比较来讲, 线性近似方法是具有其优点的。至于它是否真的合理, 只有留给实践来评判了。

三、引力波的产生

根据上节的公式(4)可以算得, 两个一吨重的质量相距一米, 以 1000 赫的频率作振幅 1 厘米的振动, 所

产生的引力辐射功率只有 10^{-40} 瓦! 用强度最大的钢材做成一根长 1 米, 截面积 10 厘米² 的棒, 以极限速度绕中心点转动, 产生的引力辐射功率也只有 10^{-37} 瓦。再加上物质吸收引力波的效率极低, 所以用实验室方法来产生能够探测到的引力波, 目前几乎是不可能的。我们知道, 天体质量极其巨大(例如太阳的质量 $M_\odot \approx 10^{33}$ 克), 又有迹象表明其中存在某些剧烈运动(例如星系核的爆炸, 中子星的高速自转等等)。这些天体是有可能产生巨大的引力辐射的。下面我们就来分别考察一下:

1. 双星系统

设有由两个质量为 m_1 和 m_2 的星体组成的双星系统, 绕着共同的质心作相对椭圆运动:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \psi} \quad (5)$$

其中 a 为轨道半长轴, e 为偏心率, ψ 为极角, r 为向径。用公式(4)可以算得, 在一个整周期内平均引力辐射功率为

$$L = \frac{32G^4}{5c^5} \frac{m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{a^5} \cdot \frac{1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4}{(1 - e^2)^{7/2}} \quad (6)$$

可见子星质量越大, 轨道半长轴越短, 偏心率越高, 辐射出的引力波越多。把太阳系最大的行星——木星的资料代入公式(6), 得 $L = 5 \times 10^{10}$ 尔格/秒, 约比太阳的光辐射功率小 10^{23} 倍 ($L_\odot \approx 4 \times 10^{33}$ 尔格/秒)。双星系统的引力辐射功率则大得多。表 1 列举了几个太阳系附近的短周期双星资料。

表 1 几个双星的引力辐射

星名	周期(日)	$\frac{m_1}{M_\odot}$	$\frac{m_2}{M_\odot}$	到太阳系的距离(厘米)	$\frac{dE}{dt}$ 尔格/秒	地球处的能流 尔格/秒·厘米 ²
UV Leo	0.6	1.36	1.25	2.1×10^{20}	1.8×10^{31}	3.5×10^{-12}
V Pup	1.45	1.66	9.8	1.2×10^{21}	4×10^{31}	2.3×10^{-12}
i Boo	0.268	1.35	0.68	3.8×10^{19}	1.9×10^{30}	1.1×10^{-10}
YY Eri	0.321	0.76	0.50	1.3×10^{20}	2.6×10^{29}	1.3×10^{-12}
SW Lac	0.321	0.97	0.83	2.3×10^{20}	1.1×10^{30}	1.7×10^{-12}
WZ Sge	81分钟	0.6	0.03	3×10^{20}	3.5×10^{29}	3×10^{-13}

双星系统的轨道会因辐射引力波而发生改变。系统的总能量 $E = - \frac{Gm_1 m_2}{2a}$, 因而对于圆轨道, 有

$$\frac{da}{dt} = - \frac{64G^3 m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{5c^3 a^3} \quad (7)$$

这里利用了公式(6)中 $e = 0$ 的情形。对于周期 T , 有

$$\frac{dT}{dt} = - \frac{192(2\pi)^{8/3} G^{3/3} m_1 \cdot m_2}{10c^3 (m_1 + m_2)^{1/3} T^{3/3}} \quad (8)$$

可见半径和周期都将减小;周期的年变化率约为 10^{-10} 。利用高精度的原子钟和相关分析技术,这种变化是有可能测量出来的。

2. 中子星的自转

在恒星演化末期,由于核燃料逐渐耗尽,星体开始自引力的作用下收缩。如果剩余的质量大于约 $1.2M_{\odot}$ (张得拉塞卡极限),但小于约 $2M_{\odot}$ (奥本海默极限),则星体可以平衡于所谓中子态,在极高的密度下,原子核外的电子同核内质子发生逆 β 衰变,使恒星主要成分变为中子。这时星体的半径只有十几公里,密度同原子核密度同数量级。由于一般的恒星总有一定程度的自转,在收缩过程中角动量守恒,因而达到中子星时的自转角速度一般都相当高,这种高速自转总会使星体偏离球对称,有一个不为零的四极矩,从而产生相当强的引力辐射。

现在已有充分证据表明,天文学家 1968 年以来发现的脉冲星 (*pulsar*) 就是这种快速自转的中子星。以蟹状星云中的脉冲星 $NP\ 0532$ 为例,它是我国于公元 1054 年发现的超新星遗迹,到目前为止,已发现的六十多个脉冲星里,它的周期最短,只有 0.033 秒;年龄最轻,只有九百多年;引力辐射可能最大。假设它的质量 $M=1.4M_{\odot}$,半径 $R=1.2 \times 10^6$ 厘米,椭率 $\epsilon \approx 3 \times 10^{-4}$, $Q = \frac{2\pi}{T} \sim 200$,到地球距离约 1.7 千秒差距。按公式 (4) 算得其引力辐射的功率为 1.5×10^{38} 尔格/秒,到地球处的能流为 4×10^{-7} 尔格/秒·厘米²。

3. 星系的非球对称爆炸

1963 年,天文学家发现星系 M82 发生了巨大爆发,大量物质从星系中心成锥状喷出,喷射速度达 1,000 公里/秒,喷出的物质总量约 500 万个太阳,相当于总能量 $E \geq 10^{51}$ 尔格,爆炸的特征时间估计为 $\tau \sim 10^4$ 秒。算得引力辐射的功率为

$$P \approx 3.8 \times 10^{-37} \frac{E^2}{\tau^2} \approx 4 \times 10^{37} \text{ 尔格/秒,}$$

这个河外星系离我们约 1 千万光年。这样,在地球处的能流只有 10^{-13} 尔格/秒·厘米²。

4. “黑洞”的形成和碰撞

如果天体演化末期核燃料耗尽后的剩余质量超过奥本海默极限,那就连中子简并气体的压强也无法与自引力抗衡,天体将无限的收缩下去,这叫做引力坍缩 (*Collapse*)。当星体表面收缩到“史瓦西半径” ($r_s = \frac{2GM}{c^2}$,对于太阳约为 1.5 公里)以后,引力场将变得如此之强,以致不允许任何光线 (或其它信息) 从里面跑出来,因此人们称它为“黑洞”。

黑洞附近的引力势极高 (可达 $0.2-0.3c^2$), 它可

以把周围的物质吸引到自己身上,这个过程叫做“吸积”。向黑洞下落的粒子将被加速到接近光速的相对速度,其动能将有很大一部分转化为包括 X 射线和 γ 射线在内的宽带电磁辐射。如果这种吸积以非球对称的方式进行,也可望有相当一部分以引力波的形式放出。

每一个黑洞被一个叫做“视界” (*event horizon*) 的表面包着,它象单向阀那样,只允许粒子和辐射进去,但不允许任何东西跑出来。对于非转动黑洞,这个面的面积为 $\frac{16\pi G}{c^4} M^2$ (M 为黑洞质量),它不会随时间减小,而只可能随物质的落入而增加。现设有两个质量为 M 的黑洞慢慢碰到一起,合并成一个质量为 M' 的单黑洞。按上述的面积增加原理,应有 $\frac{16\pi G}{c^4} M'^2 > \frac{32\pi G}{c^4} M^2$ 或 $M' > \sqrt{2} M$ 。末质量 M' 和初质量 $2M$ 之差代表在碰撞中系统损失的静质量。换言之,通过引力波和其它形式带走的能量小于 $(2 - \sqrt{2}) Mc^2$,即原来静能量的 29%。如果黑洞具有内禀角动量,还可以把这个上限提高到 50%。即使打个折扣,以引力波形式放出的能量还可达这个数值的一半。如果这个理论上的预测最终被观测所肯定,它可能是引力波及其它高能天体物理现象的重要源泉。

四、引力波的探测

下面简单地介绍一下韦伯实验。虽然他所用的引力波探测器没有能够探测到引力波,但是它的基本原理并没有被否定。现在很多国家的引力波实验小组,多数还是采用韦伯仪器的基本原理,仅加以不同的改进而已。

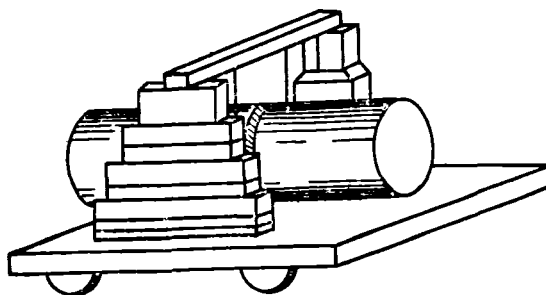


图 2 韦伯的引力波探测器示意图

韦伯所用的引力波探测器如图 2 所示。探测器的主体接收天线是一个大的实心铝圆柱,长约 1.5 米,直径 90 厘米,重约 3.5 吨 (另几个直径 60 厘米,重约 1.4 吨),用金属线拦腰悬挂于真空中,与周围环境作声学绝缘、机械防震和电磁屏蔽。此铝圆柱的品质因数 Q 值 (与振幅降到 $1/e$ 所需要的时间成正比) 为 10^5 ,因

而阻尼小,灵敏度高。

韦伯的想法是:假如在天体中具有相当强度的、一定频率(圆柱天线的轴向自由振动频率为1661赫)范围的引力波射到地球时,圆柱体就将发生共振,激起超出热噪声以外的简正运动,通过贴在圆柱体表面(在应变最大的中心附近)的压电晶体转变为电信号,并使之放大,检波和记录下来。

在采取了各种措施排除声学的、机械的和电磁的干扰以后,天线的输出信号主要是来自本身的热扰动,那些超出这种热噪声平均振幅的信号便有可能是引力波产生的。

在室温下,天线的涨落热能 $\approx kT \approx 10^{-14}$ 尔格,把它分配在重1.4吨的圆柱上时,其端面位移约为 10^{-14} 厘米。可见,此仪器是极其灵敏的。

圆柱形天线的方向性可以计算出来,当引力波垂直于轴线入射时最灵敏,而平行于轴线时最不灵敏。若使圆柱的轴沿地球东西方向水平放置,则指向性最大的面与子午面重合。随着地球的自转,探测方向就能扫过全部天空。

尽管采取了严格的措施,仍然不能绝对避免某些干扰信号漏进来。不过这种局部性的干扰可以通过相隔很远的两个(或多个)同样探测器之间信号的符合来排除。韦伯的探测器,一个放在芝加哥附近的阿贡实验室,三个放在华盛顿附近的马里兰大学,两地相隔约1000公里。

其他实验小组所做的引力波探测器,基本原理都与上述韦伯所用的相同。不过有的是测量天线端面的位移,而不是象韦伯那样测量天线中心处的应变。例如,有的是用加速度探头,有的是利用天线端面与另一金属板构成平行板电容器作为电桥的一个臂来测定天线端面的位移。有的则把天线截成两半,而把压电晶体夹在中间,以提高机电换能的效率和时间分辨率。

到目前为止,所有这些作成了的探测器都还未能探测到引力波。现在各国实验小组都在设计制造灵敏度更高的仪器,他们称之为“第二代”的韦伯引力波探测器。

改进的途径,有的是从天线的形状和性能考虑,有的是从降低天线的热噪声考虑,有的是从改进机电换能器的效率考虑,有的则采用新的激光测微技术。也有认为引力波在低频有较强的分量,而从事低频引力波探测的设计。此外,还有采取与韦伯完全不同的原理来设计引力波探测器的。形形色色,方案很多,这里仅举出几个例子:

(1)有一个组计划把圆柱天线用超导磁场悬浮起来,并把整个系统放在冷却到千分之几度(绝对温度)的液氦杜瓦瓶中,预计灵敏度可提高几个数量级。

(2)有的组准备用激光干涉法来直接测量相距很远的两块重物之间由于引力波引起的相对运动。

(3)有人试图把地球本身、月亮或地-月系统作为探测器,来探测1赫以下的低频引力波。

(4)有人设想引力波会使超导体中的电子对于正电晶格作相对运动而激发电磁辐射,这种原理可能成为100千赫以上高频引力波探测器的基础。

从以上简单的介绍中可以看到,引力波的研究还刚刚开始,理论上有不少问题尚待搞清,实验还仅仅处在低级阶段。甚至目前进行的所有这些尝试以失败而告终也未可知。但是,引力的本质是物理学的基本问题,引力在天文学规模的物质运动中是极为重要的相互作用。我们相信,物质世界是不断发展的,人们的实践也是不断发展的,在实践—认识—再实践—再认识的长河中,我们对引力的本质的理解必定会飞跃到一个新的阶段。

参 考 文 献

- [1] Weber, J., *General Relativity and Gravitational Waves*, (1961).
- [2] Weber, J., *Phys. Rev. Letters*, **22** (1969), 1320.
- [3] Weber, J., *Phys. Rev. Letters*, **25** (1970), 180.
- [4] Weber, J., *General Relativity and Gravitation*, **3** —1 (1972), 59.
- [5] Hawking, S. W., *Contemp. Phys. (GB)* **13** —3 (1972), 273.
- [6] Aplin, P. S., *Contemp. Phys. (GB)* **13** —3 (1972), 293.
- [7] Брагинский, В. Б., *УФН*, **86** —3 (1965), 433.



明可夫斯基时空

按照狭义相对论,在惯性参考系中,两个无限接近的事件之间的四维距离(间隔)的平方写为 $ds^2 = (cdt)^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ 。其中 c 为光速, t 为时间, x, y, z 为笛卡尔空间坐标。这个表达式类似于三维欧几里德空间的距离平方(仅维数和符号不同),对于惯性系之间的变换不改变形式。它所描述的平直时空称为“明可夫斯基时空”。

度规张量

在一般情况下,四维时空距离的平方写为 $ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j$,其中 $x^0 = ct$ 为时间坐标, x^1, x^2, x^3 表示空间坐标, g_{ij} 为时空坐标的函数,构成一个对称的二阶张量,称为度规张量。它不仅与时空本身的性质而且也与参考系的选择有关。

里契张量

按照广义相对论,时空的性质由物质及其运动决定
(下转第112页)