物理学争鸣

亚光速和超光速映射理论*

蒋 春 暄

提 要

本文首先从一般洛仑兹（Lorentz）变换引入空时环，反过来用它来研究慢子和快子运动学和动力学．为了建立慢子和快子统一理论，提出共存原理．在空时变换中讨论了三种情况：(1)慢子之间空时变换，(2)快子之间空时变换，(3)慢子和快子之间空时变换．在动力学中证明了所有快子无静止质量，代替它的作用是伪静止动量 $\bar{P}_\infty$，并指出高能加速器中横向动量是快子作用的结果．

一、引 言

毛主席教导我们："**事物矛盾的法则，即对立统一的法则，是自然和社会的根本法则**"[1]．亚光速粒子(称为慢子——tardyons)和超光速粒子（称为快子——tachyons）也应该服从这一规律．过去人们只研究过慢子，认为快子不存在，我们认为这是不对的，慢子和快子是对称的，它们是对立的两个不同侧面．

狭义相对论有两个基本原理：相对性原理和光速不变原理，这两个原理对于慢子和快子惯性系都是适用的．

为了建立慢子和快子统一理论，提出共存原理．简单地说，慢子和快子共存于普通物质中，它们在非惯性运动中同时产生，以后分别形成慢子和快子惯性系．例如在高能加速器粒子碰撞中，就是非惯性运动，碰撞之后，产生慢子和快子，它们分别各自运动；在惯性系中只有对应共存．这条原理的作用是把慢子和快子统一起来研究它们两个不同的侧面．目前共存原理仅是一个猜测（*Conjecture*），它需要今后的实验去验证．

二、空 时 环

我们先从直角坐标系转动谈起，如图1所示，x_1oy_1 坐标系和 x_2oy_2 坐标系转动 φ 角，P 点在不同坐标系的投影可以写成

$$x_2 = x_1\cos\varphi - y_1\sin\varphi,$$
$$y_2 = x_1\sin\varphi + y_1\cos\varphi. \tag{2.1}$$

把(2.1)写成矩阵形式

$$\begin{pmatrix} x_2 & -y_2 \\ y_2 & x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 & -y_1 \\ y_1 & x_1 \end{pmatrix}. \tag{2.2}$$

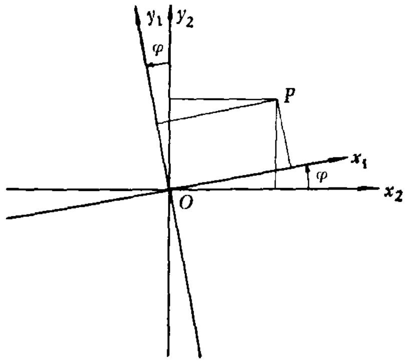

图1 直角坐标系转动图

(2.1)和(2.2)完全等效．由矩阵运算法则，(2.2)改写为

$$x_2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \left[\cos\varphi\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \sin\varphi\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]\left[x_1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]. \tag{2.3}$$

(2.3)写成复数形式

$$z_2 = z_1 e^{i\varphi}. \tag{2.4}$$

其中

$$z_2 = x_2 + iy_2, \qquad z_1 = x_1 + iy_1,$$
$$i = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi.$$

(2.4)在复数空间如图2所示．如 z_1 乘以 i，即 iz_1，z_1 点转动 $\frac{\pi}{2}$ 到 iz_1，z_2 也是一样．

* 1972年8月19日收到．

1) 毛泽东，《矛盾论》，《毛泽东选集》，人民出版社，(1969)，310．

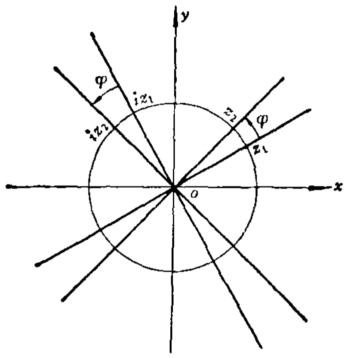

图 2　复数平面图

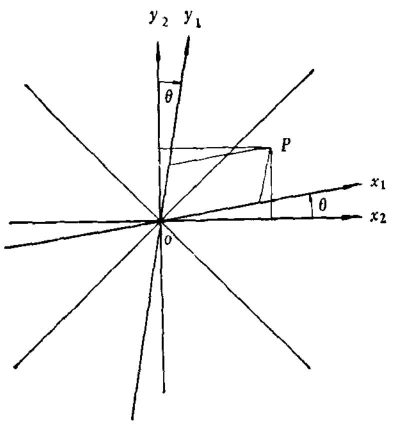

图 3　闵可夫斯基空间

我们同样把以上思想推广到伪欧氏空间去，这种空间在相对论中称为闵可夫斯基（Minkowski）空间．这种空间如图 3 所示，P 点在 x_1oy_1 和 x_2oy_2 坐标系投影可以写成

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 \operatorname{ch}\theta + y_1 \operatorname{sh}\theta, \\ y_2 &= x_1 \operatorname{sh}\theta + y_1 \operatorname{ch}\theta. \end{aligned} \tag{2.5}$$

(2.5)就是一般洛仑兹变换，把 (2.5) 写成矩阵形式

$$\begin{pmatrix} x_2 & y_2 \\ y_2 & x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\theta & \operatorname{sh}\theta \\ \operatorname{sh}\theta & \operatorname{ch}\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ y_1 & x_1 \end{pmatrix}. \tag{2.6}$$

由矩阵运算法则，(2.6)改写为

$$x_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \left[\operatorname{ch}\theta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \operatorname{sh}\theta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] \left[x_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]. \tag{2.7}$$

(2.7)写成类似于复数形式

$$z_2 = z_1 e^{j\theta}. \tag{2.8}$$

其中

$$z_2 = x_2 + jy_2, \qquad z_1 = x_1 + jy_1,$$

$$j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad e^{j\theta} = \operatorname{ch}\theta + j \operatorname{sh}\theta.$$

从 (2.8) 我们引入一种类似于复数的新数．应该指出，这种数有零因子，只能算一种环．因为它把空时有机联系起来，称为空时环．

$$z = x + jy. \tag{2.9}$$

(2.9) 表示如图 4 所示．下面我们利用空时环来研究慢子和快子运动学和动力学．

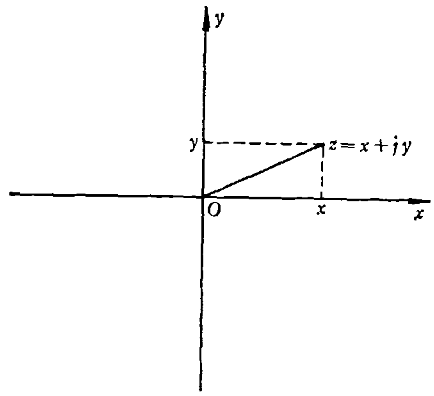

图 4　空时环几何图

三、共 存 原 理

空时是物质存在的形式，研究物质运动首先要研究空时．我们用映射 $j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 把它们联系起来研究慢子和快子运动．我们承认亚光速区的结果基本上是正确的，利用映射原理把它映射到超光速区，得出超光速区一切结果．反之也行，如果我们承认超光速区的结果基本上是正确的，把它映射到亚光速区，得出狭义相对论的一切结果．

我们只讨论二维空时，空时环为

$$z = ct + jx. \tag{3.1}$$

其中

$$z \in R_2.$$

x 为粒子以 u 匀速直线运动所通过的距离，

t 为对应的时间．

$j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 为映射，

c 为光速，

z 表示一个惯性系．

(3.1)有指数公式

$$z = \rho e^{j\theta} = \rho(\operatorname{ch}\theta + j \operatorname{sh}\theta). \tag{3.2}$$

其中

θ 为双曲角，$\theta = \operatorname{th}^{-1} + \frac{u}{c}$, $|u| < c$, $-\infty < \theta < +\infty$. θ 为常数表示以 u 运动的惯性系．

ρ 为双曲半径，

$$\rho = \sqrt{(ct)^2 - x^2} = ct_0. \tag{3.3}$$

$\rho^2 > 0$ 才有意义，$\rho = 0$ 为零因子，$ct = \pm x$ 为光

锥。从(3.3)得出慢子时间膨胀公式：

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}},\qquad(3.4)$$

其中

t_0为静止系（$\theta=0$，$u=0$）的时间，

t为以u运动粒子系的时间，t的测量仍在ct轴上，显然，$t\geqslant t_0$。

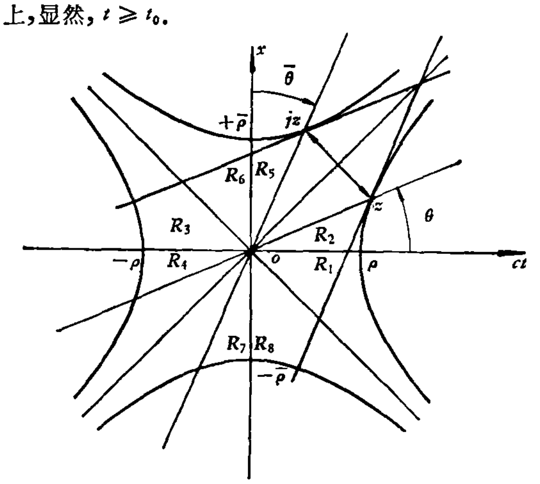

图5　共存原理几何证明图

对(3.1)乘以j

$$jz=\bar{x}+jc\bar{t}=\bar{\rho}e^{j\bar{\theta}},\qquad(3.5)$$

其中

$$jz\in R_5$$

$\bar{x}$为快子以$\bar{u}$匀速直线运动所通过的距离，

$\bar{t}$为对应的时间，

上标一横表示快子量，

$$\bar{\theta}=\mathrm{cth}^{-1}\frac{\bar{u}}{c},\ |\bar{u}|>c\qquad -\infty<\bar{\theta}<+\infty$$

$$\bar{\rho}=\sqrt{(\bar{x})^2-(c\bar{t})^2}\ .\qquad(3.6)$$

(3.5)表示快子相对于伪静止系（$\bar{\theta}=0$，$\bar{u}\to\infty$）所通过距离$\bar{x}$和时间$\bar{t}$，从(3.6)得出距离膨胀公式，

$$\bar{x}=\frac{\bar{\rho}}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{u}}\right)^2}},\qquad(3.7)$$

其中

$\bar{\rho}$为伪静止距离，

$\bar{x}$为$\bar{u}$运动的距离。

从图5看出，$\bar{x}>\bar{\rho}$，随着速度增加，快子距离收缩。当$\bar{u}\to\infty$时收缩到$\bar{\rho}$，(3.7)类似于慢子时间膨胀公式(3.4)。

jz是由z点映射过来的。$z\xrightarrow{j}jz$，jz为z的象，反之也行，$jz\xrightarrow{j}z$，亚光速区z可以映射到超光速区jz。超光速区jz也可以映射到亚光速区z。乘以j的作用是把空时位置转动$\pi/2$。发生互换，$x\to c\bar{t}$，$ct\to\bar{x}$；$\rho\to\pm0\Rightarrow\theta\to\pm\infty$为光锥。光锥为零因子，我们在此不加考虑。图5 $R_1R_2R_3$和R_4为亚光速区，$R_5R_6R_7$和R_8为超光速区，从图5得出。

$$\theta=\bar{\theta}.\qquad(3.8)$$

从(3.8)得出

$$u\bar{u}=c^2.\qquad(3.9)$$

(3.9)是慢子速度u和快子速度$\bar{u}$共存条件，(3.9)和德布罗意（de Broglie）公式一样，但物理内容完全不一样，$\bar{u}$不是德布罗意波相速度，因为我们在这里是讨论慢子和快子经典理论。如把o点放在碰撞中心，从图5看出，它们是两种不同粒子从o点发出的速度。jz是z的映射点，z点切线平行于ojz线，jz点切线平行于oz线。如$\rho\to0\Rightarrow\bar{\rho}\to0$，$z$点切线和$ojz$线重合，$jz$点切线和$oz$线重合，所以在$o$点它们就开始以亚光速$u$和超光速$\bar{u}$共存运动，这是两种不同粒子运动速度。在进入惯性系之前就共存。进入惯性系之后，它们分别以亚光速u（用z表示）和超光速$\bar{u}$（用jz表示）运动，自然地形成两种惯性系：亚光速惯性系和超光速惯性系。它们产生于非惯性运动中，例如撞碰时，真正共存是在非惯性系中，在惯性系中只存在对应共存，这意味着慢子和快子共存于普通的物质中。

对(3.9)微分

$$\frac{d\bar{u}}{dt}=-\frac{c^2}{u^2}\frac{du}{dt}.\qquad(3.10)$$

(3.10)说明快子加速度$\frac{d\bar{u}}{dt}$和慢子加速度$\frac{du}{dt}$方向相反。同时产生。从图5清楚地看出了这一点，在R_2区一条双曲线上，速度从零增加到光速为慢子作正加速度，由共存原理；在R_5区一条双曲线上速度由无限大减到光速为快子作负加速度运动。到光锥时。jz和z重合，只有一种速度，一个从右边趋于光速，一个从左边趋于光速，光锥把亚光速和超光速分开了。慢子不会越过光锥跑到超光速区，快子不会越过光锥跑到亚光速区。

下面我们分析图5速度和时间分布，根据双曲角$\theta=\mathrm{th}^{-1}\frac{u}{c}$和$\bar{\theta}=\mathrm{cth}^{-1}\frac{\bar{u}}{c}$来分析它们的特性。$\theta$和$\bar{\theta}$都是奇函数，$c$为正常数，$+\theta(+\bar{\theta})\to+u(+\bar{u})$，$-\theta(-\bar{\theta})\to-u(-\bar{u})$。

在R_1区，$+\rho$，$-\theta$，$-u$，$+t\to-x$，$+ct$，

在R_2区，$+\rho$，$+\theta$，$+u$，$+t\to+x$，$+ct$，

在R_3区，$-\rho$，$-\theta$，$-u$，$-t\to+x$，$-ct$，

在R_4区，$-\rho$，$+\theta$，$+u$，$-t\to-x$，$-ct$，

在R_5区，$+\bar{\rho}$，$+\bar{\theta}$，$+\bar{u}$，$\bar{t}\to+\bar{x}$，$+c\bar{t}$，

在R_6区，$+\bar{\rho}$，$-\bar{\theta}$，$-\bar{u}$，$-\bar{t}\to+\bar{x}$，$-c\bar{t}$，

在R_7区，$-\bar{\rho}$，$+\bar{\theta}$，$+\bar{u}$，$-\bar{t}\to-\bar{x}$，$-c\bar{t}$，

在R_8区，$-\bar{\rho}$，$-\bar{\theta}$，$-\bar{u}$，$+\bar{t}\to-\bar{x}$，$+c\bar{t}$。

根据以上数据作图6，从ct轴$u\to\pm0$连续地增加到x轴$\bar{u}\to\pm\infty$，我们取ct轴为相对静止坐标

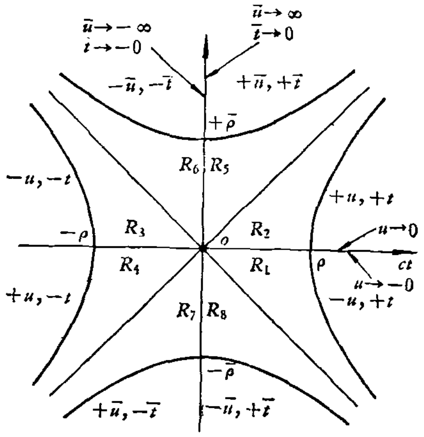

图 6　速度和时间分布图

系，它也是空时图速度分布起点，慢子速度 u 和快子速度 $\bar{u}$ 都是相对于 ct 轴而言，为了保证协变性，要求

$$\bar{\rho}=\lim_{\substack{\bar{u}\to\infty\\ \bar{t}\to 0}}\bar{u}\bar{t}=\text{常数}.$$

利用共存原理可以在高能加速器和宇宙射线中寻找快子。

四、空 时 变 换

亚光速区一个基本公式是空时洛仑兹变换，超光速区一个基本公式也是空时变换。

空时变换有三种情况：1.慢子之间空时变换，2.快子之间空时变换，3.慢子和快子之间空时变换．下面我们首先重新推导一下亚光速空时变换，而后用同样方法来推导超光速空时变换以及亚光速和超光速之间空时变换．只考虑二维情况，另外二维认为不变化．

1. 慢子之间空时变换

把空时环写成指数形式

$$z_1=ct_1+jx_1=\rho_1e^{j\theta_1}. \tag{4.1}$$

其中

$$z_1\in R_2.$$

$$\rho_1=\sqrt{(ct_1)^2-x_1^2},\quad \theta_1=\text{th}^{-1}\frac{u_1}{c},$$

$$z_2=ct_2+jx_2=\rho_2e^{j\theta_2}. \tag{4.2}$$

其中

$$z_2\in R_2.$$

$$\rho_2=\sqrt{(ct_2)^2-x_2^2},\quad \theta_2=\text{th}^{-1}\frac{u_2}{c}.$$

(4.1)除以(4.2)得出

$$z_2=z_1e^{j\Delta\theta}. \tag{4.3}$$

其中

$$\rho_1=\rho_2=\rho,\ (ct_1)^2-x_1^2=(ct_2)^2-x_2^2,$$

$$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1=\text{th}^{-1}\frac{v}{c},$$

v 为 z_1 和 z_2 之间相对速度。

(4.3)反变换为

$$z_1=z_2e^{-j\Delta\theta}. \tag{4.4}$$

如果把(4.3)和(4.4)展开，获得狭义相对论洛仑兹变换，只把(4.4)展开。

$$ct_1=ct_2\,\text{ch}\,\Delta\theta-x_2\,\text{sh}\,\Delta\theta,$$

$$x_1=x_2\,\text{ch}\,\Delta\theta-ct_2\,\text{sh}\,\Delta\theta.$$

其中

$$\text{ch}\,\Delta\theta=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},\quad \text{sh}\,\Delta\theta=\frac{\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

$$ct_1=\frac{ct_2-\frac{v}{c}x_2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},\quad x_1=\frac{x_2-vt_2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \tag{4.5}$$

由(4.5)得出慢子速度加法公式

$$v=\frac{u_2-u_1}{1-\frac{u_1u_2}{c^2}}, \tag{4.6}$$

(4.6)只适合于慢子之间速度相加。

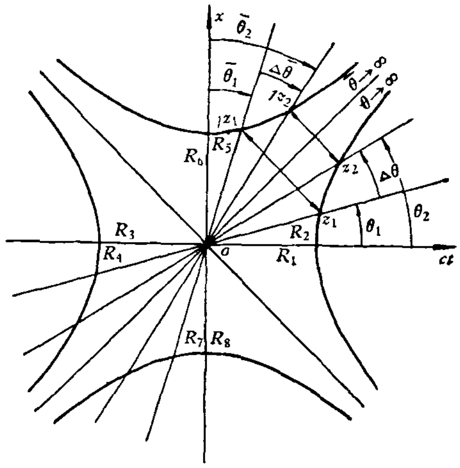

图 7　空时变换几何图

2. 快子之间空时变换

用上述方法来推导超光速空时变换，把 z_1 和 z_2 映射到超光速区(参看图 7)

$$z_1\xrightarrow{j}jz_1,\qquad z_2\xrightarrow{j}jz_2,$$

$$jz_1=\bar{x}_1+jc\bar{t}_1=\bar{\rho}_1e^{j\bar{\theta}_1} \tag{4.7}$$

其中

$$jz_1\in R_5.$$

$$\bar{\rho}_1=\sqrt{(\bar{x}_1)^2-(c\bar{t}_1)^2},\quad \bar{\theta}_1=\text{cth}^{-1}\frac{\bar{u}_1}{c},$$

$$jz_2=\bar{x}_2+jc\bar{t}_2=\bar{\rho}_2e^{j\bar{\theta}_2}. \tag{4.8}$$

其中

$$jz_2\in R_5,$$

$$\bar{\rho}_2=\sqrt{(\bar{x}_2)^2-(c\bar{t}_2)^2},\bar{\theta}_2=\mathrm{cth}^{-1}\frac{\bar{u}_2}{c}.$$

(4.7)除以(4.8)得出

$$jz_2=jz_1e^{j\Delta\bar{\theta}}. \qquad (4.9)$$

其中

$$\bar{\rho}_1=\bar{\rho}_2=\bar{\rho},\ (\bar{x}_1)^2-(c\bar{t}_1)^2=(\bar{x}_2)^2-(c\bar{t}_2)^2,$$

$$\Delta\bar{\theta}=\bar{\theta}_2-\bar{\theta}_1=\mathrm{cth}^{-1}\frac{\bar{v}}{c},$$

$\bar{v}$ 为 jz_1 和 jz_2 之间相对速度。

(4.9)反变换为

$$jz_1=jz_2e^{-j\Delta\bar{\theta}}. \qquad (4.10)$$

(4.9)和(4.10)是快子之间空时变换，只把(4.10)展开，

$$\bar{x}_1=\bar{x}_2\,\mathrm{ch}\,\Delta\bar{\theta}-c\bar{t}_2\,\mathrm{sh}\,\Delta\bar{\theta},$$
$$c\bar{t}_1=c\bar{t}_2\,\mathrm{ch}\,\Delta\bar{\theta}-\bar{x}_2\,\mathrm{sh}\,\Delta\bar{\theta}.$$

其中

$$\mathrm{ch}\,\Delta\bar{\theta}=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2}},\ \mathrm{sh}\,\Delta\bar{\theta}=\frac{\frac{c}{\bar{v}}}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2}},$$

$$\bar{x}_1=\frac{\bar{x}_2-\bar{t}_2\frac{c^2}{\bar{v}}}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2}},\quad c\bar{t}_1=\frac{c\bar{t}_2-\bar{x}_2\frac{c}{\bar{v}}}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2}}, \qquad (4.11)$$

或者

$$\bar{x}_1=\frac{\bar{x}_2\frac{\bar{v}}{c}-c\bar{t}_2}{\sqrt{\left(\frac{\bar{v}}{c}\right)^2-1}},\quad c\bar{t}_1=\frac{\bar{v}\bar{t}_2-\bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{\bar{v}}{c}\right)^2-1}}. \qquad (4.12)$$

由共存原理(3.9)，从(4.5)直接可以得出(4.11)，因为(4.5)和(4.11)是慢子空时变换和快子空时变换共存条件。当然也可以从其它方法得出(4.11)，为了说明(4.12)的物理意义，必须另外取一个静止系为 $x_0y_0z_0$，快子 T_1（联上坐标系 $\bar{x}_1\bar{y}_1\bar{z}_1$）相对于 $x_0y_0z_0$ 以 $\bar{u}_1$ 运动，快子 T_2（联上坐标系 $\bar{x}_2\bar{y}_2\bar{z}_2$）相对于 $x_0y_0z_0$ 以 $\bar{u}_2$ 运动，T_1 和 T_2 之间相对速度为 $\bar{v}$，从(4.11)得出超光速速度加法公式

$$\bar{v}=\frac{\bar{u}_1\bar{u}_2-c^2}{\bar{u}_1-\bar{u}_2}. \qquad (4.13)$$

我们来研究 $\bar{v}$ 是亚光速还是超光速，设 $\bar{u}_1=c+\lambda$，$\bar{u}_2=c+K$，λ 和 K 取正值。

$$\bar{v}=c\left|\frac{\lambda+K+\frac{\lambda K}{c}}{\lambda-K}\right|>c. \qquad (4.14)$$

从(4.14)得出，T_1 和 T_2 之间的相对速度 $\bar{v}$ 为超光速。(4.13)只适用于快子之间速度相加。

从图5看出，当 $\bar{u}$ 增加时，运动距离缩短，运动时间收缩。

当 $\bar{v}\to\infty$

$$\bar{x}_1=\bar{x}_2,\qquad \bar{t}_1=\bar{t}_2. \qquad (4.15)$$

$\bar{v}\to\infty$ 相当于亚光速区 $v\to0$，所以 $\bar{v}\to\infty$ 称为快子伪静止系。

3. 慢子和快子之间空时变换

下面我们利用同样方法来研究亚光速和超光速空时变换。

亚光速惯性系

$$z_1=ct_1+jx_1=\rho_1e^{j\theta_1}. \qquad (4.16)$$

其中

$$z_1\in R_2.$$

$$\rho_1=\sqrt{(ct_1)^2-x_1^2},\ \theta_1=\mathrm{th}^{-1}\frac{u_1}{c},\ |u_1|<c.$$

超光速惯性系

$$jz_2=\bar{x}_2+jc\bar{t}_2=\bar{\rho}_2e^{j\bar{\theta}_2}, \qquad (4.17)$$

其中

$$jz_2\in R_3.$$

$$\bar{\rho}_2=\sqrt{(\bar{x}_2)^2-(c\bar{t}_2)^2},\ \bar{\theta}_2=\mathrm{cth}^{-1}\frac{\bar{u}_2}{c},\ |\bar{u}_2|>c.$$

z_1 和 jz_2 之间空时变换就是慢子和快子之间空时变换，由(4.16)和(4.17)得出，

$$jz_2=z_1e^{j\Delta\bar{\theta}}, \qquad (4.18)$$

其中

$$\rho_1=\bar{\rho}_2,\quad (ct_1)^2-x_1^2=(\bar{x}_2)^2-(c\bar{t}_2)^2,$$
$$\Delta\bar{\theta}=\bar{\theta}_2-\theta_1.$$

现在讨论 $\Delta\bar{\theta}$ 如何确定，z_1 相对于 ct 轴以 u_1 运动，jz_2 相对于 ct 轴以 $\bar{u}_2$ 运动，$\Delta\bar{\theta}$ 表示 z_1 和 jz_2 之间相对速度，如 $u_1=0$，那么 $\Delta\bar{\theta}$ 表示 jz_2 相对于 ct 轴以 $\bar{u}_2$ 运动，jz_2 相对于 R_2 区每一个惯性系都是作超光速运动，那么

$$\Delta\bar{\theta}=\mathrm{cth}^{-1}\frac{\bar{v}}{c},\qquad |\bar{v}|>c. \qquad (4.19)$$

$\bar{v}$ 为 z_1 和 jz_2 之间相对速度。

把(4.18)展开

$$\bar{x}_2=x_1\,\mathrm{sh}\,\Delta\bar{\theta}+ct_1\,\mathrm{ch}\,\Delta\bar{\theta},$$
$$c\bar{t}_2=x_1\,\mathrm{ch}\,\Delta\bar{\theta}+ct_1\,\mathrm{sh}\,\Delta\bar{\theta}. \qquad (4.20)$$

其中

$$\mathrm{sh}\,\Delta\bar{\theta}=\frac{\frac{c}{\bar{v}}}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2}},\quad \mathrm{ch}\,\Delta\bar{\theta}=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2}}.$$

代入(4.20)得出

$$c\bar{t}_2=\frac{x_1+\frac{c^2}{\bar{v}}t_1}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2}},\quad \bar{x}_2=\frac{x_1\frac{c}{\bar{v}}+ct_1}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2}}. \qquad (4.21)$$

或者

$$c\bar{t}_2=\frac{ct_1+x_1\frac{\bar{v}}{c}}{\sqrt{\left(\frac{\bar{v}}{c}\right)^2-1}},\quad \bar{x}_2=\frac{x_1+\bar{v}t_1}{\sqrt{\left(\frac{\bar{v}}{c}\right)^2-1}}. \qquad (4.22)$$

由(4.22)得出速度加法公式为

$$\bar{v}=\frac{\bar{u}_2-u_1}{1-\frac{u_1\bar{u}_2}{c^2}}. \qquad (4.23)$$

利用共存原理 $\bar{u}_1=\frac{c^2}{u_1}$ 代入(4.13)，同样可以得出(4.23)，这样 $\bar{v}$ 的＋－号决定于 R_5 区 $\bar{\theta}$ ($\bar{u}_1$ 和 $\bar{u}_2$ 之间双曲角)＋－，在 R_5 区，$\bar{\theta}$ 顺时针转为＋，$\bar{\theta}$ 逆时针转为－。

(4.23)只适合于慢子和快子之间速度相加，有趣的是(4.23)和(4.6) 形式一致，但两者来源并不一样，意义也不一样。设 $\bar{u}_2=c+\lambda$, $u_1=c-k$，其中 λ k 都取正值，$k<c$，代入(4.23)得出

$$\bar{v}=\frac{\lambda+k}{k-\lambda+\frac{\lambda k}{c}}c. \qquad (4.24)$$

其中 $\frac{k}{c}<1$，从(4.24)得出慢子和快子之间相对速度 $|\bar{v}|>c$. 如果(4.23)中分母为零。$1-\frac{u_1\bar{u}_2}{c^2}=0$ 得出慢子和快子速度共存条件，这时 $\bar{v}\to\infty$，这样就证明了在两个共存惯性系中慢子和快子之间相对速度为无限大，这一点和相对静止时 $u_1\to 0$ 和 $\bar{u}_2\to\infty$ 结果完全一致。

$\bar{v}\to\infty$, $\bar{x}_1=ct_1$, $c\bar{t}_2=x_1$，这就相当于乘以 j 的作用. 空时互换，而且相等。

五、动力学引论

能量和动量也是一个整体，同样用 j 把它们联系起来，能量动量环为

$$Z=P_c+jP_u=Re^{j\theta}. \qquad (5.1)$$

其中

$$Z\in R_2.$$

$$P_c=\frac{E}{c}=mc,\quad P_u=mu,\quad \theta=\mathrm{th}^{-1}\frac{u}{c}.$$

$$R=\sqrt{P_c^2-P_u^2}=m_0c. \qquad (5.2)$$

m_0 为静止系质量，(5.1) Z 表示以 u 运动慢子的能量和动量，由(5.2)得出

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}. \qquad (5.3)$$

(5.3)是慢子质量变化公式，对(5.1)乘以 j，把 Z 映射到超光速区 $Z\xrightarrow{j}jZ$

$$jZ=\bar{P}_u+j\bar{P}_c=\bar{R}e^{j\bar{\theta}}. \qquad (5.4)$$

其中

$$jZ\in R_5.$$

$$\bar{P}_u=\bar{m}\bar{u},\quad \bar{P}_c=\bar{m}c,\quad \bar{\theta}=\mathrm{cth}^{-1}\frac{\bar{u}}{c},$$

$$\bar{R}=\sqrt{(\bar{P}_u)^2-(\bar{P}_c)^2}=\bar{P}_\infty. \qquad (5.5)$$

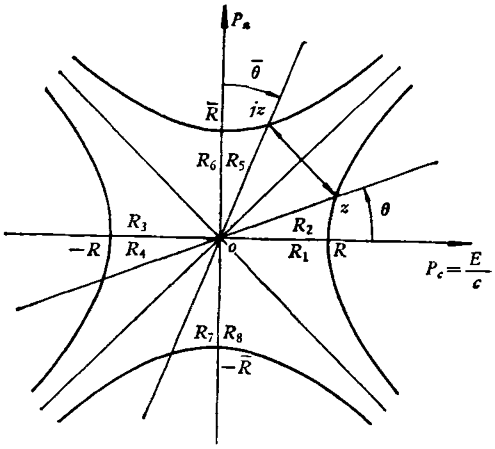

图 8 动量能量环几何图

jZ 为快子以 $\bar{u}$ 运动的能量和动量，由(5.5)得出。

$$\bar{P}_u=\frac{\bar{P}_\infty}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{u}}\right)^2}}. \qquad (5.6)$$

(5.6)相当于慢子变化公式(5.3)，在超光速区无静止质量，代替它的作用是伪静止动量 $\bar{P}_\infty$ 快子具有很大的动量。

从图 8 看出，R_1R_2 为慢子正物质区，R_3R_4 为慢子反物质区；R_5R_6 为快子正物质区，R_7R_8 为快子反物质区，因为在超光速区正反物质是由伪静止动量 $\bar{P}_\infty$ 来决定，$\bar{P}_\infty$ 类似于静止质量 m_0。

参考图 6，只要把时间用质量代替就获得质量和速度分布图 9，要求保持 $\bar{R}$ 为不变量，要求 $\bar{P}_\infty=\lim\limits_{\substack{\bar{u}\to\infty\\ \bar{m}\to 0}}\bar{u}\bar{m}=$ 常数，$\bar{u}\to\infty$ 映射到亚光速区 $u\to 0$，这样就证明了快子无静止质量。

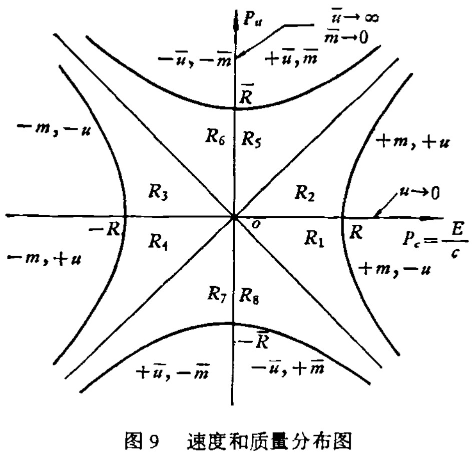

图 9 速度和质量分布图

对(5.6)微分得出牛顿公式

$$F=\frac{d\bar{P}_u}{d\bar{t}}=\frac{\bar{P}_\infty c^2}{(\bar{u})^3\left[1-\left(\frac{c}{\bar{u}}\right)^2\right]^{3/2}}\left(-\frac{d\bar{u}}{d\bar{t}}\right). \qquad (5.7)$$

其中

F 为外力，$\dfrac{\bar{P}_{\infty}c^2}{(\bar{u})^3\left[1-\left(\frac{c}{\bar{u}}\right)^2\right]^{3/2}}$ 为快子等效质量，负号说明外力 F 和加速度相反，这与运动学一致。当 $\bar{u}\to\infty$ 时，作用于快子上的力为零，不是无限大。

当两个物体碰撞时，只考虑快子动量变化 $\Delta\bar{P}$，由共存原理，$\bar{u}\to 0\Rightarrow\bar{u}\to\infty$；$u\Rightarrow\bar{u}$，得出快子动量变化为

$$\Delta\bar{P}=\left[\frac{\bar{P}_{\infty}}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{\bar{u}}\right)^2}}-\bar{P}_{\infty}\right] \tag{5.8}$$

$u\ll c\Rightarrow\bar{u}\gg c$，得出快子动量变化 $\Delta\bar{P}\doteq 0$，所以在我们日常生活中，当两个物体碰撞时并不会感觉到快子的作用。例如在高能加速器中高速粒子碰撞时，发现有很大的横向动量，这就是快子 $\Delta\bar{P}$ 作用的结果。因为 $\Delta\bar{P}$ 是一个标量，在将来超高能加速器中必须要考虑到 $\Delta\bar{P}$ 的作用，快子可能是将来一个新的能源。

《亚光速和超光速映射理论》的实质是什么？

刘 易 成

（中国科学院数学研究所）

全文的关键在于作者导出的“超光速洛仑兹变换”到底是什么意思？它有没有新的内容？它反映的是什么样的超光速运动的时空特性？它的客观依据是什么？

作者的意思是从所谓的“亚光速与超光速共存原理”出发，他实际上是从“对偶共存”假定出发，从而就可以认为所谓“超光速世界”不过就是“亚光速世界”的“映像”，而且假定在这个“映像”中的速度 $\bar{v}$ 要满足

$$\bar{v}v=c^2, \tag{1}$$

以完成其“对偶共存”的意图。

不管作者使用的是什么样的数学方法，但究其实质，为了得到满足他的“对偶共存”假定的“超光速洛仑兹变换(4.11)或者(4.12)式，作者引用的“映射”变换，其实就是令：

$$\begin{cases}x\to c\bar{t},\\ ct\to\bar{x},\end{cases}\quad\text{即令}\quad\begin{cases}x=c\bar{t},\\ t=\dfrac{\bar{x}}{c},\end{cases} \tag{2}$$

于是有

$$v=\frac{x}{t}=\frac{c\bar{t}}{\bar{x}/c}=\frac{c^2}{\bar{x}/\bar{t}}=\frac{c^2}{\bar{v}}\quad\left(\text{定义：}\bar{v}=\frac{\bar{x}}{\bar{t}}\right), \tag{3}$$

$$\beta=\frac{v}{c}=\frac{c^2/\bar{v}}{c}=\frac{c}{\bar{v}}, \tag{4}$$

$$\bar{v}v=c^2. \tag{5}$$

很显然，所以引用变换(2)（其实也就是文中的变换(2.8)），其目的就是为了得到(3)，(4)，(5)式。(3)，(4)将导出“超光速洛仑兹变换”(4.11)式；(5)式满足了作者的“对偶共存”的想法。

在变换(2)下，原来的洛仑兹变换，即所谓的“亚光速洛仑兹变换”的改变情况如下：

$$x'=r(x-vt)\Longleftrightarrow c\bar{t}'=r\left(c\bar{t}-\frac{c^2}{\bar{v}}\frac{\bar{x}}{c}\right)$$

$$=r\left(c\bar{t}-\frac{c}{\bar{v}}\bar{x}\right)\Longleftrightarrow\bar{t}'=r\left(\bar{t}-\frac{1}{\bar{v}}\bar{x}\right),$$

$$t'=r\left(t-\frac{v}{c^2}x\right)\Longleftrightarrow\frac{\bar{x}'}{c}=r\left(\frac{\bar{x}}{c}-\frac{c^2/\bar{v}}{c^2}c\bar{t}\right)$$

$$=r\left(\frac{\bar{x}}{c}-\frac{1}{\bar{v}}\bar{t}\right)\Longleftrightarrow\bar{x}'=r\left(\bar{x}-\frac{c^2}{\bar{v}}\bar{t}\right). \tag{6}$$

其中

$$r=(1-\beta^2)^{-1/2}=\left[1-\left(\frac{c}{\bar{v}}\right)^2\right]^{-1/2}. \tag{7}$$

以上结果与作者得到的结果(4.11)完全一样，所以说他所用的变换(2.8)其实就是变换(2)。

大家知道“映像”反映的是“原像”的性质，它除了在表示形式上的不同之外，并无新的内容；否则也不“像”了。例如在流体力学中，就常用保角“映射”以得到一个系统的“映像”以利研究分析，但所得之力学结果不变，否则就没有意义了。

在这里也是一样，如果不是引进“对偶共存”的假定，“映象”(6)（即作者的(4.11)）所反映的就只能是“亚光速洛仑兹变换”原来的性质，而决不可能有什么新的内容。事实上，作者在 Z 的定义(2.8)式中，如果不是用了一矩阵 i，而是用通常的虚数 i 的话，那么变换(2.8)就成为 $\bar{Z}=iZ=-x+ict$，其所得结果应该一样。而 $\bar{Z}=iZ$ 是一个保角“映射”。因此作者所得之“超光速洛仑兹变换”实际上只不过是原来的洛仑兹变换，即“亚光速洛仑兹变换”的另一种表示罢了，或者说只不过是“亚光速洛仑兹变换”的一个“像”罢了。

由于(5)式，而有