物理学争鸣

量子力学问题讨论(一)

编者按: 量子力学和相对论一样，是本世纪初为了适应现代物理学新发展形势的需要，克服了经典物理学在理论和实践中不能解决的一些困难而产生出来的科学理论. 几十年来在科学实践的广泛领域里，取得了富有成效的应用成果. 但是，关于它的基本原理的物理和哲学的解释，一直存在着两种思想、两种世界观的激烈斗争，这种斗争对完善、改革和发展这门科学理论具有重要的意义.

这里刊登了两篇关于量子力学的文章:《论量子力学的公理基础》一文，对量子力学基本原理的物理意义作了简明的、具有代表性的解释;《概率论与量子力学》一文，则对量子力学的基本原理和它的体系提出了不同的看法. 欢迎大家对这一问题进行讨论. 讨论的目的在于，站在无产阶级的立场，使马克思主义占领这一科学理论阵地，促使它更加完善，沿着正确的道路向前发展;改造它成为我国广大工农兵群众能够掌握和利用的科学武器，为我国的社会主义革命和建设事业服务，为巩固和加强无产阶级专政服务.

概率论与量子力学

刘涤修

(徐州师范学院)

量子力学已成为近代物理学的基础，但数十年来对它的意义(物理意义、哲学意义)仍争论不休，没有定论. 由于它的物理概念及数学表达形式相距经典物理学太远，使初学者难以捉摸，以致"拒人于千里之外"，在教学中，教师往往把它讲得近于玄学. 接触常了也就习以为然，对它的意义不求深解.

量子力学令人费解之处，大体可归纳为以下三点:

(1) 波函数ψ的意义是什么? 它为什么是时空坐标的函数而不是粒子位置及时间的函数? 它为什么在测量时突然地(超时空的)收缩?

(2) 为什么力学量要用算符表示?

(3) 本征方程及本征值的意义是什么? 为什么测量到的力学量的值应是它的本征值?

我想，把上述三个基本问题搞清楚，量子力学也就易于掌握了. 国外讨论上述问题的文章不少，但我们觉得都没有触及要害，因之，也不能讲清楚，并有很多唯心主义的东西夹杂在里面.

我们认为: 波函数ψ的问题、波包编缩的问题，力学量的算符表示的问题，本征值问题，还有归一化及平均值的问题不单是研究微观客体时出现的问题，而且也是描写任何可几事件(包括微观的、宏观的)时出现的共同问题. 因之，它们是概率论的共同问题，是描写一切可几事件的数学手段，这正是数学的抽象. 可以把这些概念引入概率论中去，用几率函数ξ代替波函数ψ.

由于过去研究概率论的人没有把这种描述方法引进概率论，而研究量子力学的人又没有把数学方法及概念与物理内容分开，以致使概率论的数学描述方法伪装为原理混进量子力学原理中来，掩盖了物理内容，令人难以捉摸，陡然地增加了学习的困难. 如果我们能分清楚哪些是概率论的方法及概念——即描写一切可几事件的共性，哪些是微观客体的物理特性——即个性. 对概率论的描述方法讲清楚了，量子力学的假设(或原理)实在要不了那末许多，我们可以由少数基本假设及实验事实来建立量子力学. 这样，也必然会给量子力学以新的诠释.

量子力学最突出的特点是用波函数ψ描写微观客

体的状态，可观察量具有某些确定值的几率与波函数 ψ 联系着.

实际上任何可几事件我们都可以赋于它一个状态函数 ξ —— 我们称它为几率函数 —— 来描写它的状态. 比如以掷骰这个可几事件为例，我们就可以用几率函数 ξ 描写骰子的状态，出现几点的几率与状态函数 ξ 联系着.

我们用掷骰子这一概率论问题为例，与描写微观客体一样亦可引入算符、本征方程、本征值、几率函数、归一化、平均值等概念.这些概率论方法是描写任何可几事件都可以应用的，它不应作为量子力学的"原理"或"基本假设".

经过一些演算(略)*，我们可以看出，对掷骰子的描写方式与量子力学中对微观客体的描写方式是一致的，这种描述方式应是描述任何概率事件的共同手段，这正是数学的抽象.

我们把几率函数 ξ、算符、本征值本征方程及平均值问题作为一般的数学概念引进概率论后，就可看出量子力学的基本假设很多都是多余的，很多都是概率论这一数学工具的特点，并非微观休独有的特点，我们应当把它分离出来，不应当把它们混淆在一起，弄得概念混乱.

量子力学的各作者叙述方式虽然不同，但可把量子力学归纳为下述基本假设（或原理）:（以下摘自玻姆："量子力学中的隐变量"一文中关于一般量子力学原理的叙述，印在"现在物理学中的因果性与机遇"一书的附录中，商务印书馆，1965 年版，199 页).

1. 量子力学的基本定律是用一波函数（一般是多维的）来表达的，波函数满足一线性方程(所以其解可以线性迭加).

2. 一切物理结果是借助于某些由厄米算符代表的"可观察量"来计算的，这些算符线性的作用于波函数上.

3. 任一特定的可观察量，只有当波函数是相应的算符的一个本征函数时才是确定的(准确的确定).

4. 如果波函数不是该算符的一个本征函数，那末相应的可观察量一次测量的结果不能预先确定. 对于由同一波函数表示的系统所构成的系综进行一系列测量，其结果将逐次无规地在各种可能的情况上涨落.

5. 如果波函数为

$$\psi = \sum_n C_n \psi_n.$$

其中 ψ_n 为所研究的算符对应于第 n 个本征值的本征函数. 那末在许多次测量中得到第 n 个本征值的几率为 $P_n = |C_n|^2$.

6. 由于许多算符（诸如 P 和 x）相互不对易（这些算符所对应的变数在经典力学中必定一起确定)，因此不能存在有这样的波函数，它们是一个给定的物理问题中有意义的全部算符的共同本征函数. 这意味着：并非所有物理上有意义的可观察量都能同时被确定，更重要的是，那些不被确定的可观察量在对一个由同一波函数所代表的系综所作的一系列测量中将无规地涨落着.

在这些量子力学的基本假定中，我们认为，2，3，4，5 条及第 1 条中的"量子力学的基本定律是用一波函数来表述的"一语都是概率论这一普遍的数学工具的特征，量子力学中的波函数 ψ 只是概率论中的几率函数的一种，只要掌握了概率论这一数学工具的特点，上述的假定都是不必要的，它们都不是微观客体独有的特征，不应作为微观客体理论的原理或基本假定.

第一个基本假定中的另一句话，即"波函数满足一线性方程"，仍然保留.

量子力学的第 6 个基本假定，说明力学量对应的算符的不对易性是微观客体与宏观客体的重要区别，是描述微观客体的理论的特性. 而作为数学工具的概率论并不要求算符一定是对易的，算符是否对易要根据它描写的对象而定，这正反映了对象的特征.

这样，我们应用概率论这一数学工具，并根据对微观客体最基本特征（反映微观客体个性的少量的基本假定）就可以建立量子力学.

以前的量子力学假定如此之多，正表明了理论不成熟，令人难以捉摸. 这也是多年来争论不休的主要原因之一.

我们把由宏观粒子的运动所构成的可几事件的几率函数与微观粒子的几率函数作一比较，就可以找出微观粒子理论应有的特点.

由于古典粒子的坐标和动量是同时可以测定的，可以把它们 (x, y, z, P_x, P_y, P_z) 当作独立变量来处理.

一般而言，已知 t_0 时刻的态 $\xi(x, y, z, P_x, P_y, P_z, t_0)$，通过物理定律可以求出任意时刻的态 $\xi(x, y, z, P_x, P_y, P_z, t)$ 及各个物理量的平均值.

对微观客体而言，它的特征是：x 与 P_x、y 与 P_y、z 与 P_z 不能同时测定，这是微观客体与宏观客体的重要区别. 因之几率函数 ξ 只能是 x, y, z, t 或 P_x, P_y, P_z, t 的函数——$\xi(x, y, z, t)$ 或 $\xi(P_x, P_y, P_z, t)$. 亦即我们只能问：在 t 时刻我们用测坐标的仪器测得粒子出现在某处的几率是多少？或者问：t 时刻我们若不用测坐标的仪器而用测动量的仪器测得粒子具有某动量值的几率是多少？而不能问：t 时刻粒子在某处并具有某个确定的动量值的几率是多少？

我们对微观客体的特点作了必要的讨论后，就可以用少量的基本假定及有关的基本实验事实来重建量子力学.

1. 本征方程与本征值问题

---

* 详见《徐州师院》，1976，第 3 期.

我们的基本假定是：由于 x 和 P_x 不能同时测量，在"x 表象"中，算符 $\hat{P}$ 由 x, y, z 的一阶导数构成：

$$\hat{P} = \alpha\nabla,$$

且要求力学量算符之间的关系与古典力学量之间的关系是对应的：

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{P}^2 + U(x, y, z, t),$$

$$\hat{L} = r \times \hat{P},$$

等。

本征值问题的基本实验事实之一是氢原子光谱实验——氢原子中电子的能量为

$$E_n = -\frac{hR}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

上式中 R 为李德堡常数，h 是普朗克常数。

下面我们根据基本假定及基本实验事实之一来确定 α。

由于氢原子中电子的哈密顿算符应为

$$\hat{H} = \frac{1}{2\mu}\hat{P}^2 - \frac{e^2}{r} = \frac{\alpha^2}{2\mu}\nabla^2 - \frac{e^2}{r}.$$

上式中 μ 为氢核与电子的折合质量。它的本征方程应为

$$\left(\frac{\alpha^2}{2\mu}\nabla^2 - \frac{e^2}{r}\right)\eta_n = E_n\eta_n,$$

解得

$$E_n = \frac{e^4\mu}{2\alpha^2}\frac{1}{n^2}.$$

若 $\alpha^2 = -\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 = -\hbar^2$ 时，则

$$E_n = -\frac{e^4\mu}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}.$$

与光谱实验比较可得

$$R = \frac{e^2\mu}{4\pi\hbar^3}.$$

实验测得的李德堡常数与上述表达式算出的数值能很好地符合。因而

$$\alpha = -i\hbar,$$

$$\hat{P} = -i\hbar\nabla.$$

$\hat{P}$ 也可以取 $+i\hbar\nabla$，取正号或负号是无关紧要的，这是因为 η_n 的相有一定的任意性。

算符 $\hat{P}$ 既已确定，相应的 $\hat{H}$ 和 $\hat{L}$ 等算符都可以求得，并可以找出各算符间的对易关系，它们的本征方程与本征值问题亦随之解决。

下面我们再研究对自旋的处理问题。

根据乌伦贝克及古德许密脱对电子自旋实验的总结，在任意方向上电子自旋动量矩的投影的本征值为

$$S_z = \pm\hbar/2.$$

电子磁矩与动量矩的关系为

$$\mathbf{m} = -\frac{e}{\mu c}\mathbf{S}.$$

这是基本实验事实之二。

既然 $\hat{S}_z$ 的本征值只有两个，根据前面叙述的有关概率论本征值及本征方程的普遍方法，可设

$$(S_z) = \begin{pmatrix} S_{z_{11}} & S_{z_{12}} \\ S_{z_{21}} & S_{z_{22}} \end{pmatrix},$$

把 $S_z = \frac{\hbar}{2}$ 的本征函数记为 $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$，$S_z = -\frac{\hbar}{2}$ 的本征函数记为 $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$，则易于求得 $\hat{S}_z$ 在其自身表象中的算符为：

$$(S_z) = \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2} & \theta \\ 0 & \frac{\hbar}{2} \end{pmatrix}.$$

可以证明，$\hat{S}_x$、$\hat{S}_y$、$\hat{S}_z$ 之间的对易关系与 L_x、L_y、L_z 之间的对易关系相同。因而可以求得 $\hat{S}_x$ 及 $\hat{S}_y$ 在 $\hat{S}_z$ 表象中的表示式，泡里方程即可得到。

至此，量子力学中的本征方程及本征值问题已告解决。

2. 动力学方程——含时的薛定谔方程

要寻找动力学方程，我们从下面两点出发(1)定态薛定谔方程(即能量的本征方程)，是从含时的薛定谔方程分离出来的；(2)在由微观过渡到宏观时，量子力学的动力学方程退化为经典力学方程。

结果发现方程

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\xi(x, y, z, t) = \hat{H}\xi(x, y, z, t)$$

适合上述两个条件。更重要的是它能与大量实验事实很好地符合。上式就是我们所寻找的一般的动力学方程，我们把它作为基本假定之二。

这里讲的仅仅是纲要、是原则，还有大量细致的工作要做，以使之更加完善。

我赞成玻姆等把隐参量引入量子力学的尝试。但他主张把 ψ 当做真实的场是不能同意的，这是因为他没有搞清楚 ψ 的意义。正象文章中指出的，任何可几事件的态都能用几率函数 ξ 描写，骰子的几率函数显然不是某种真实的场。多年来隐参量理论没有显著的成就，根本原因可能在于此。

也许有人会责难说：量子力学中的几率函数 ξ 只是微观客体在外界环境、测量仪器作用下估量出现什么结果的一种数学工具，那末，微观客体的运动规律到底如何呢？我们的回答是：在"作用"的后面存在着一个客观实在——微观客体，在它与仪器的作用中我们可找到它的一些性质、运动情况，更进一步的描写还正在探索，任何悲观的，到此为止的论调都是错误的。世界不存在尽头，人的认识没有终了。

本文写成承周孝谦、石开屏、孔凡庄、章无我等同志提出了不少有益的建议。