

同时性的相对性并不是相对论效应的“终极原因”。

这里有必要谈谈速度的概念。速度的概念，人们是很熟悉的。可是到了相对论里，不仅出了个极限速度，并且还由于存在极限速度而出了个单程速度不确定，有些人想不通。其实，这并不奇怪。速度的概念是伴随着古典的机械运动形式而来的，是以刚尺和标准钟的存在为前提的。它理应只是在一定的物质层次、相对于一定的度量系统才有意义。有人认为，既然运动是无限的，速度也就不能有一个极限，要突破相对论，就一定要找到比光速更快的速度。并用它来对钟和测量单程光速。但这并不是唯一的可能。比如是否有可能在更深的物质层次，通过揭示光传播的具体机制而把单程光速和同时性的定义作为理论的结果推导出来？但是，应当看到，相对论既是古典物理学的最高成就，又是它的终结，在这个理论中，速度的概念显示出它向否定自身的方向转化的某些迹象是不足为奇的。光速作为一个极限速度，是量转化为质的一个关节点。然而当事物超越它自己的界限时，它也就不再是它自己，而转化为他物了。当着无限的运动“超越”光速时，有没有可能机械运动的概念连同速度的概念已不适用了呢？事实上，在广义相对论中，在量子力学中，速度的概念已越来越模糊了。事情还可能涉及到时间顺序概念与因果性概念的相互关系问题，涉及到二者哪一个更基本的问题，等等。总之，无论如何，即使速度的概念发生了根本性的变化，运动也不会消灭，它只是从一种形态转化为另一种形态；空间和时间也没有消失，只是人们关于空间和时间的概念需要经历更深刻的变革罢了。

### 参 考 文 献

[1] Einstein, A., *Die Relativitätstheorie*, *Naturforschende Gesellschaft*, Vierteljahrsschrift, Zürich, Jahrg., 56 (1911), 1—14.  
[2] 爱因斯坦,《狭义与广义相对论浅说》,中译本,上海科学技术出版社(1964), 19.  
[3] Альберт Эйнштейн *Собрание Научных Трудов*,

Том. 1, Наука (1965), 187.

[4] 《爱因斯坦文集》,商务印书馆,(1976), 25.  
[5] Александров, А. Д., *Вопросы*, -3 (1971).  
[6] Bridgman, P. W., *A Sophisticated Primer of Relativity*, Middletown, Connecticut, (1962).  
[7] Ellis, B. and Bowman, P., *Philosophy of Science*, 34 (1967), 116—136.  
[8] 阿悦,《物理》杂志, 6-2 (1977).  
[9] Reichenbach, H., *The Philosophy of Space and Time*, New York, (1958); *The Rise of Scientific Philosophy*, University of California Press, (1954), 149—155; *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, New York, (1949), 287.  
[10] Grünbaum, A., *Am. J. Phys.*, 23-7 (1955), 450; *Philosophical Problems of Space and Time*, 2nd ed., Chapter. 20, New York, (1973).  
[11] Edwards, W. F., *Am. J. Phys.*, 31 (1963), 482.  
[12] Winnie, A., *Philosophy of Science*, 37-2 (1970), 223.  
[13] Karlov, L., *Australian. J. Phys.*, 23 (1970), 243.  
[14] Тяпкин, А. А., *УФН*, 105-4 (1972), 617.  
[15] Кадомцев, Б. Б., 等, 出处同上。  
[16] 《相对论的基本原理被实验证实了吗?》, 中国科学院铅印稿,(1969).  
[17] Ruderfer, M., *Proc. IRE*, 48 (1960), 1661; 50 (1962), 325.  
[18] 福克, B. A., 《空间、时间和引力的理论》, 科学出版社,(1965), 20.  
[19] Pauli, W., *Theory of Relativity*, London, (1958), 19.  
[20] 杨以鸿,《物理》杂志, 5-3 (1976).  
[21] Schwartz, H. M., *Am. J. Phys.*, 30 (1962), 697.  
[22] Schlick, M., *Der Realismus und der Positivismus*, *Erkenntnis*, -3 (1932); 普劳特, H. C., 《经验主义、唯我主义和实在主义》,《哲学译丛》,-8 (1964); Bridgman, P. W., *The Logics of Modern Physics*, New York, (1949); Frank, P., *Rev. Mod. Phys.*, 21 (1949), 349.  
[23] 海森堡, W., 《物理学与哲学》, 科学出版社,(1974), 70.

## 狭义相对论同时性定义的任意性

王 绪 成

### 一、同步钟的建立

自然界并不存在同步钟，同步钟是由观察者依一定的方式建立的。人们使用同步钟的目的是为了描述

不同地点的两个事件的因果关系。因果关系是客观存在的，它是不依人的意志为转移的。但是因果关系的描述形式可有选择的自由。同步钟的定义不同，则时间坐标也有差别。为了简单起见，我们规定时间坐标

满足下述条件：在空间中任何一直线上的单程光速为常数（包括无限大），但其模数不为负数。满足这个条件的的时间坐标定义为惯性时间坐标。

假如存在瞬时往返讯号，则绝对的同步钟可以建立起来，然而瞬时往返讯号是不存在的。在狭义相对论中选择光讯号作为同步讯号，因此只能建立相对的同时性同步钟，即使在同一个惯性系里同时性定义也具有任意性。

### 1. 中心同步法

爱因斯坦以光速恒定原理作为同时性定义的基础，他的同时性的定义是从线段  $\overline{OB}$  的中点  $M_0$  发出光讯号，到达  $O$  和  $B$  的瞬间是同时的。这种使时钟同步的方法称为中心同步法（图1）

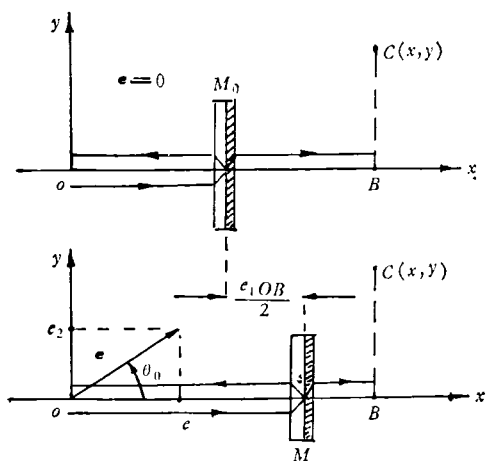


图1 中心同步法(上), 偏心同步法(下)

使用中心同步法,以原点的钟为标准将  $ox$  轴上的钟同步,以  $ox$  轴上的钟为标准将  $oy$  轴和平行于  $oy$  轴的直线上的钟同步,以  $xoy$  平面上的钟为标准将  $oz$  轴和平行于  $oz$  轴的直线上的钟同步,这样就完成了整个空间中的钟的同步,也就确定了时间坐标。空间中任意一点  $C$  的钟是沿折线  $O \rightarrow B \rightarrow C$  与原点的钟同步的,使用中心同步法的结果,是光速与方向无关,光速角分布是一个球面。

### 2. 偏心同步法

如图1所示,同步讯号的出发点  $M$  也可以不选择在中点上,而是向  $ox$  轴正向(或负向)偏离一个距离。这个距离记为  $|e_1| \overline{OA}/2$ ,  $e_1$  叫做  $ox$  轴上的同步参数。从偏心点  $M$  同时向  $OB$  两点发出光讯号,使光讯号到达  $B$  点时位于  $B$  点的时钟的指示等于光讯号到达  $O$  点时位于  $O$  点的时钟的指示。这种对钟的方法叫偏心同步法。

为了计算方便,我们规定  $M$  点向  $ox$  轴正向偏离时

$e_1$  取正值,向  $ox$  轴负向偏离时  $e_1$  取负值。所以  $\overline{OM} = \overline{OB}(1 + e_1)/2$ , 其中  $e_1^2 \leq 1$ 。

为了使  $ox$  轴上的单程光速为常数,则同步参数  $e_1$  与位置无关。

为了得到整个空间中的惯性时间坐标,在  $oy$  轴和平行于  $oy$  轴的直线上,可选用同步参数  $e_2, e_2^2 \leq 1$ , 以  $ox$  轴上的钟为标准将  $xoy$  平面上的钟同步;在  $oz$  轴和平行于  $oz$  轴的直线上,可选用同步参数  $e_3, e_3^2 \leq 1$ , 以  $xoy$  平面上的钟为标准将空间的钟同步。这样就用偏心同步法完成了空间钟的同步。假若选用的同步参数满足  $e_1 = e_2 = e_3 = 0$ , 就是爱因斯坦的中心同步法。

### 3. 两种同步法的读数之差

假若在  $ox$  轴上每个地点都有两个钟,可分为甲组和乙组,运用爱因斯坦的中心同步法将甲组钟同步,运用偏心同步法将乙组钟同步。甲组钟的指示记为  $t_0(x)$ , 乙组钟的指示记为  $t(x)$ 。同一地点两组钟的指示之差为

$$t(x) - t_0(x) = e_1 x/p + [t(0) - t_0(0)]. \quad (1)$$

其中  $t(0) - t_0(0)$  表示原点的两个钟的指示之差。  $p$  是双程光速,若使位于原点的两个钟的指示相同,则(1)式变为

$$t(x) - t_0(x) = e_1 x/p. \quad (2)$$

假若在  $oy$  轴和  $oz$  轴上也有两组钟,其中甲组钟仍采用中心同步法,乙组钟采用偏心同步法,则在这两个轴上两组钟的指示之差分别为

$$t(y) - t_0(y) = e_2 y/p,$$

$$t(z) - t_0(z) = e_3 z/p.$$

空间中任意一点  $c$  (坐标为  $x, y, z$ ) 的钟是沿折线  $O \rightarrow B \rightarrow C$  与原点的钟同步的。在  $c$  点的两组钟的指示之差为

$$t(x, y, z) - t_0(x, y, z) = e_1 x/p + e_2 y/p + e_3 z/p. \quad (3)$$

### 4. 同时性平面之间的夹角及同时性定义的任意性

为了区别起见我们把甲组钟的位置用  $(x_0, y_0, z_0)$  表示,乙组钟的位置用  $(x, y, z)$  表示,而  $x_0 = x, y_0 = y, z_0 = z$ 。甲组钟的指示  $t_0$  和位置坐标就构成甲组时空坐标系,同样乙组钟的指示  $t$  和位置坐标就构成乙组时空坐标系,同一个事件既可用  $(x_0, y_0, z_0, t_0)$  表示也可用  $(x, y, z, t)$  表示。这两种表示,可用下面一种变换联系起来

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_1/p & e_2/p & e_3/p & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ t_0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

这与(3)式的含义相同。由(4)式得到时间变换的关系式

$$t = t_0 + e_1 x_0/p + e_2 y_0/p + e_3 z_0/p. \quad (5)$$

当(5)式的  $t$  等于某一常数  $a$  时,它就叫做乙系的同时性平面方程。如果甲系中两个不同时的事件的坐标满足这个方程,则在乙系中它就是同时性的事件,时间为  $a$ 。使用虚值时间坐标令

$T_0 = ipt_0, T = ipt, a^* = ipa, i = \sqrt{-1}$ 。则同时性平面方程变为:

$$a^* = T_0 + ie_1x_0 + ie_2y_0 + ie_3z_0. \quad (6)$$

甲系的同时性平面方程为  $b^* = T_0, b^*$  是任意常数。则这两个平面的夹角  $\psi_0$  的余弦为

$$\cos\psi_0 = 1/\sqrt{1-e^2},$$

其中  $e^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2$ 。由此可见偏心同步法使同时性平面“倾斜”。同时性平面“倾斜”的坐标系,称为斜投影坐标系,尚简斜标架。中心同步法得到的时空坐标系称为正标架。

同时性定义的任意性可看成约定同时性平面的任意性。在三维位置空间中,杆的长度与基准平面的选择无关。同样在四维空间中,两个事件的四维距离与同时性平面的选择无关。而一个事件的时间坐标,则与同时性平面的选择有关(即与同时性的定义有关)。

## 二、光速角分布

设  $v = dx_0/dt_0, v_1^0 = dy_0/dt_0, v_2^0 = dz_0/dt_0$ , 为甲系测得的粒子运动速度分量。其矢量形式为  $\mathbf{v}_0 = v_1^0\mathbf{i} + v_2^0\mathbf{j} + v_3^0\mathbf{k}$ 。并将偏心矢量  $\mathbf{e}$  定义为:  $\mathbf{e} = e_1\mathbf{i} + e_2\mathbf{j} + e_3\mathbf{k}$ 。则(5)式时间变换还可写为:

$$dt = dt_0(1 + \mathbf{e} \cdot \mathbf{v}_0/p).$$

设  $\mathbf{v}$  为乙系测得的粒子的速度,注意到  $dx = dx_0, dy = dy_0, dz = dz_0$ , 则有

$$\mathbf{v} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = \frac{\mathbf{v}_0}{1 + \mathbf{e} \cdot \mathbf{v}_0/p}. \quad (7)$$

这是甲系到乙系的速度变换公式。注意到  $\mathbf{e} \cdot \mathbf{v}\mathbf{v}_0 = \mathbf{e} \cdot \mathbf{v}_0\mathbf{v}$ , 则(7)式的逆变换为

$$\mathbf{v}_0 = \frac{\mathbf{v}}{1 - \mathbf{e} \cdot \mathbf{v}/p}. \quad (8)$$

如将光速角分布记为  $\omega(\theta, \phi)$ , 由(7)式可得光速模数的变换为

$$\omega(\theta, \phi) = \frac{p}{1 + \mathbf{e} \cdot \mathbf{p}_0/p}, \quad (9)$$

其中  $\mathbf{p}_0$  是甲系中单程光速矢量。其分量为

$$\begin{cases} p_1^0 = p \cos\theta, \\ p_2^0 = p \sin\theta \cos\phi, \\ p_3^0 = p \sin\theta \sin\phi. \end{cases}$$

$(\theta, \phi)$  是光速在甲系和乙系中的方向。而偏心矢量的三个分量也可写为

$$\begin{cases} e_1 = \mathbf{e} \cdot \mathbf{i} = e \cos\theta_0, \\ e_2 = \mathbf{e} \cdot \mathbf{j} = e \sin\theta_0 \cos\phi_0, \\ e_3 = \mathbf{e} \cdot \mathbf{k} = e \sin\theta_0 \sin\phi_0. \end{cases}$$

将(9)式的分母展开即得

$$\omega(\theta, \phi) = \frac{p}{1 + e \cos\theta \cos\theta_0 + e \sin\theta \sin\theta_0 \cos(\phi - \phi_0)}. \quad (10)$$

取偏心矢量的方向  $(\theta_0, \phi_0)$  为极轴方向,则为

$$\omega(r) = \frac{p}{1 + e \cos r}, \quad (11)$$

(10)和(11)两式表示了光速角分布是一个长型旋转椭球面。偏心矢量  $\mathbf{e}$  的模数就是角分布的偏心率。偏心矢量的方向就是最小光速的方向。为了使光速模数不为负数,则  $|\mathbf{e}| \leq 1$ , 或  $e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 \leq 1$ 。当  $\mathbf{e}$  等于零矢量时,就得到球面分布

## 三、洛伦兹变换的一般形式和时空的均匀性

在满足  $e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 \leq 1$  的条件下,  $e_1, e_2$  和  $e_3$  的具体数值具有任意性。任选三个数,它就表示了一个惯性时间坐标。当偏心矢量  $\mathbf{e} = 0$  时,就得到爱因斯坦时空坐标系,简称正标架。当选择  $\mathbf{e} \neq 0$  时,就得到斜标架。相对性原理要求,在四维空间中标架的“平移”和“转动”构成同权标架。爱因斯坦的正标架符合相对性原理,利用(4)式将其变为斜标架,容易证明,同权斜标架也是存在的。选择斜标架,得到光速与方向有关,但不破坏相对性原理。同步钟的建立方式是由同步参数  $(e_1, e_2, e_3)$  确定的,采用相同的同步方式,即  $e_1, e_2$  和  $e_3$  是常数,则物理过程进行的数学形式相同。

在不同惯性系中,双程光速是不变的,若采用相同的同步方式,则得到洛伦兹变换群,它在正标架下的形式为

$$\begin{cases} x'_0 = \beta_0(x_0 - v_0 t_0), \\ y'_0 = y_0, \\ z'_0 = z_0, \\ t'_0 = \beta_0 \left( \frac{-v_0 x_0}{p^2} + t_0 \right). \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$\beta_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2/p^2}}.$$

利用(1)式得到斜标架下的形式为

$$\begin{cases} x' = \beta_{12} \left( x + \frac{e_2}{p} v_{12} y + \frac{e_3}{p} v_{12} z - v_{12} t \right), \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \beta_{12} \left[ -K v_{12} x + \frac{e_2}{p} \left( \frac{1}{\beta_{12}} - \lambda_{12} \right) y + \frac{e_3}{p} \left( \frac{1}{\beta_{12}} - \lambda_{12} \right) z + \lambda_{12} t \right]. \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} v_{12} &= \frac{v_0}{1 + \frac{e_1 v_0}{p}}, \\ \beta_{12} &= \beta_0(1 + e_1 v_0/p), \\ K &= \frac{1 - e_1^2}{p^2}, \\ \lambda_{12} &= \frac{1 - e_1 v_0/p}{1 + e_1 v_0/p}. \end{aligned}$$

这就是洛伦兹变换在惯性时间坐标下的一般形式<sup>[1]</sup>。

前面说过,自然界不存在同步钟,同步钟的建立是人们的一种观察手段。只要同步钟的建立方式是统一规定的,即采用不变的同步参数( $e_1$ ,  $e_2$  和  $e_3$ ),则物理过程进行的数学形式与标架的“平移”、“转动”无关。因此,我们认为同时性定义方式的任意性与时空的均匀性不矛盾,并且还是时空均匀性的一种表现。假若不存在同时性定义的任意性才是不可理解的。

### 参 考 文 献

[1] Edwards, W. F., *Am. J. Phys.*, **31**-7 (1963), 482.

## 双程光速不变和洛伦兹协变性

范 良 藻

(中国科学院北京力学研究所)

狭义相对论的巨大成就并不在于用狭义相对性原理和光速不变原理两条基本假设导出了洛伦兹变换,而在于进一步指出洛伦兹协变性是物理理论成立的普遍条件,从而使相对论原理成为一个普遍的原理,而在理论研究中应用这一原理取得了积极的实际成果,狄拉克将量子力学相对论化,使方程也满足“洛伦兹协变性”,预言了正电子的存在就是一例。

虽然相对论原理日益得到广泛应用,但也有不少人为“双生子佯谬”这一类问题苦恼着,从而怀疑狭义相对论据以建立的两条基本假设的正确性。有人认为:既然光速不变原理从未得到直接的实验检验,是否允许舍弃“光速不变”原理去另行构筑狭义相对论?

### 一、舍弃“光速不变”原理也能得到狭义相对论

有一种考虑是用“双程平均光速不变”代替“光速不变原理”。实验表明,在一定速度范围和一定实验精度内,双程平均光速不变,并与空间取向无关。我们就可以选它为基本假定来建立狭义相对论。

双程平均光速不变和“光速不变原理”不同之处在于:允许单程光速可变,既允许约定光速各向同性,也允许约定光速各向异性。为简便起见,采用一维空间模型来叙述问题。令在  $x$  轴正方向的光速绝对值为  $c_+$ , 负方向的光速绝对值为  $c_-$ 。考虑光讯号在  $x$  轴上一长为  $l_0$  尺的两端来回反射,则有  $\frac{l_0}{c_+} + \frac{l_0}{c_-} = \frac{2l_0}{c}$ , 其中  $c$  为双程平均光速。基于双程平均光速不变,此式还可以写成

$$\frac{1}{c_+} + \frac{1}{c_-} = \frac{1}{c'_+} + \frac{1}{c'_-} = \dots = \frac{2}{c}. \quad (1)$$

其中  $c'_+$  与  $c'_-$  为相对  $S$  系匀速运动的  $S'$  系中正反方向光速的绝对值。

爱德华 (Edwards)<sup>[1]</sup> 就从双程平均光速不变这一假定出发,舍弃“光速不变”原理,导出各向异性空间中各惯性系之间的普遍时空坐标变换。经过符号和定义的适当变换,可将普遍变换式改写成

$$\begin{cases} x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{(1 - \frac{V}{c_+})(1 + \frac{V}{c_-})}}, \\ t' = \frac{[1 + \frac{V}{c}(\frac{1}{k} + \frac{1}{k'})]t + [(\frac{1}{kc} - \frac{1}{k'c}) - (1 - \frac{1}{k^2})\frac{V}{c^2}]x}{\sqrt{(1 - \frac{V}{c_+})(1 + \frac{V}{c_-})}}. \end{cases} \quad (2)$$

其中  $k = \frac{c_+ + c_-}{c_+ - c_-}$ ,  $k' = \frac{c'_+ + c'_-}{c'_+ - c'_-}$ 。  $k$  与  $k'$  值可以任意选取。在选取  $c_+ = c_-$ ;  $c'_+ = c'_-$  的特殊情况下,式(2)就蜕化成洛伦兹变换。进一步分析可以看出,不同的  $k$ 、 $k'$  值相当于在  $S$  系和  $S'$  系中的不同的校钟规定,与如何定义“同时性”有密切的关系。 $k$  与  $k'$  值的任意选取表明“同时性”具有一定的任意性。

大家知道,速度这个概念并不是不言自明的。可以看出,用不同的校钟规定去测量同一物体的运动速度,速度的读数将不一样。现规定:  $t_1$  表示在两地中点发光讯号(即约定光速各向同性)校钟时的时钟读数,  $v$  表示用  $t_1$  值算出的物体运动速度;  $t_{11}$  表示偏离两地中点某处  $O'$  发光讯号(即约定光速各向异性)校钟时的时钟读数见图 1。  $v$  表示用  $t_{11}$  值算出的物体运动