其中

$$v_{12}=\frac{v_0}{1+\frac{e_1v_0}{p}},$$
$$\beta_{12}=\beta_0(1+e_1v_0/p),$$
$$K=\frac{1-e_1^2}{p^2},$$
$$\lambda_{12}=\frac{1-e_1v_0/p}{1+e_1v_0/p}.$$

这就是洛伦兹变换在惯性时间坐标下的最一般形式[1].

前面说过，自然界不存在同步钟，同步钟的建立是人们的一种观察手段。只要同步钟的建立方式是统一规定的，即采用不变的同步参数（e_1，e_2 和 e_3），则物理过程进行的数学形式与标架的“平移”、“转动”无关.因此，我们认为同时性定义方式的任意性与时空的均匀性不矛盾，并且还是时空均匀性的一种表现。假若不存在同时性定义的任意性才是不可理解的.

参 考 文 献

[1] Edwards, W. F., *Am. J. Phy.*, **31**-7 (1963), 482.

双程光速不变和洛伦兹协变性

范 良 藻

（中国科学院北京力学研究所）

狭义相对论的巨大成就并不在于用狭义相对性原理和光速不变原理两条基本假设导出了洛伦兹变换，而在于进一步指出洛伦兹协变性是物理理论成立的普遍条件，从而使相对论原理成为一个普遍的原理，而在理论研究中应用这一原理取得了积极的实际成果，狄拉克将量子力学相对论化，使方程也满足“洛伦兹协变性”，预言了正电子的存在就是一例.

虽然相对论原理日益得到广泛应用，但也有不少人为“双生子佯谬”这一类问题苦脑着，从而怀疑狭义相对论据以建立的两条基本假设的正确性.有人认为：既然光速不变原理从未得到直接的实验检验，是否允许舍弃“光速不变”原理去另行构筑狭义相对论？

一、舍弃“光速不变”原理也能得到狭义相对论

有一种考虑是用“双程平均光速不变”代替“光速不变原理”。实验表明，在一定速度范围和一定实验精度内，双程平均光速不变，并与空间取向无关。我们就可以选它为基本假定来建立狭义相对论.

双程平均光速不变和“光速不变原理”不同之处在于：允许单程光速可变，既允许约定光速各向同性，也允许约定光速各向异性。为简便起见，采用一维空间模型来叙述问题.令在 x 轴正方向的光速绝对值为 c_+，负方向的光速绝对值为 c_-。考虑光讯号在 x 轴上一长为 l_0 尺的两端来回反射，则有 $\frac{l_0}{c_+}+\frac{l_0}{c_-}=\frac{2l_0}{c}$.其中 c 为双程平均光速。基于双程平均光速不变，此式还可以写成

$$\frac{1}{c_+}+\frac{1}{c_-}=\frac{1}{c'_+}+\frac{1}{c'_-}=\cdots\cdots=\frac{2}{c}. \quad (1)$$

其中 c'_+ 与 c'_- 为相对 S 系匀速运动的 S' 系中正反方向光速的绝对值.

爱德华 (Edwards)[1] 就从双程平均光速不变这一假定出发，舍弃“光速不变”原理，导出各向异性空间中各惯性系之间的普遍时空坐标变换。经过符号和定义的适当变换，可将普遍变换式改写成

$$\begin{cases} x'=\dfrac{x-Vt}{\sqrt{\left(1-\frac{V}{c_+}\right)\left(1+\frac{V}{c_-}\right)}}, \\ t'= \\ \dfrac{\left[1+\frac{V}{c}\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k'}\right)\right]t+\left[\left(\frac{1}{kc}-\frac{1}{k'c}\right)-\left(1-\frac{1}{k^2}\right)\frac{V}{c^2}\right]x}{\sqrt{\left(1-\frac{V}{c_+}\right)\left(1+\frac{V}{c_-}\right)}}. \end{cases} \quad (2)$$

其中 $k=\frac{c_++c_-}{c_+-c_-}$，$k'=\frac{c'_++c'_-}{c'_+-c'_-}$. k 与 k' 值可以任意选取。在选取 $c_+=c_-$；$c'_+=c'_-$ 的特殊情况下，式(2)就蜕化成洛伦兹变换。进一步分析可以看出，不同的 k、k' 值相当于在 S 系和 S' 系中的不同的校钟规定，与如何定义“同时性”有密切的关系。k 与 k' 值的任意选取表明“同时性”具有一定的任意性.

大家知道，速度这个概念并不是不言自明的。可以看出，用不同的校钟规定去测量同一物体的运动速度，速度的读数将不一样。现规定：t_{I} 表示在两地中点发光讯号（即约定光速各向同性）校钟时的时钟读数，v 表示用 t_{I} 值算出的物体运动速度；t_{II} 表示偏离两地中点某处 O' 发光讯号（即约定光速各向异性）校钟时的时钟读数见图 1。V 表示用 t_{II} 值算出的物体运动

速度.

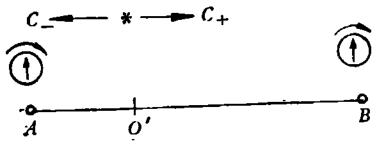

图 1　光速各向异性校钟方式

从第一种校钟方式来看，第二种校钟方式(图 1)中的 A, B 两地的时钟并未校准，B 处的时钟读数应再加上一个时差修正 $\overline{O'B}-\overline{AO'}/c$，这样就有 $t_{\rm I}=t_{\rm II}+\dfrac{\overline{O'B}-\overline{AO'}}{c}$. 令 $\overline{AO'}+\overline{O'B}=x$，根据定义还有

$$\frac{\overline{AO'}}{c_-}=\frac{\overline{O'B}}{c_+};\quad V=\frac{x}{t_{\rm II}};\quad v=\frac{x}{t_{\rm I}}.$$

很容易求出

$$\begin{cases} t_{\rm I}=t_{\rm II}+\dfrac{x}{kc}, \\ V=\dfrac{v}{1-\dfrac{v}{kc}}, \\ v=\dfrac{V}{1+\dfrac{V}{kc}}. \end{cases} \tag{3}$$

式 (3) 给出了不同校钟规定之间的相互联系. 在 v 和 $V\ll c$ 时，$v\approx V$，相应于瞬时讯号校钟.

下面我们从不同校钟规定出发，来考察普遍时空坐标变换(2)式. 重写式 (2)，并注明校钟规定

$$\begin{cases} x'=\dfrac{x-Vt_{\rm II}}{\sqrt{\left(1-\dfrac{V}{c_+}\right)\left(1+\dfrac{V}{c_-}\right)}}, \\ t'_{\rm II}= \\ \dfrac{\left[\left(1+\dfrac{V}{c}\left(\dfrac{1}{k}+\dfrac{1}{k'}\right)\right)\right]t_{\rm II}+\left[\left(\dfrac{1}{kc}-\dfrac{1}{k'c}\right)-\left(1-\dfrac{1}{k^2}\right)\dfrac{V}{c^2}\right]x}{\sqrt{\left(1-\dfrac{V}{c_+}\right)\left(1+\dfrac{V}{c_-}\right)}}. \end{cases} \tag{4}$$

这代表在 S 系与 S' 系都约定用各向异性的光讯号校钟. 如果在 S 系改约定用各向同性的光讯号校钟，则式(4)中的 $t_{\rm II}$ 与 V 值都应用式(3)代入，并用 $t_{\rm I}$ 与 v 值表示，式(4)就变成

$$\begin{cases} x'=\dfrac{x-vt_{\rm I}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}, \\ t'_{\rm II}=\dfrac{t_{\rm I}\left(1+\dfrac{v}{k'c}\right)-\left(\dfrac{v}{c^2}+\dfrac{1}{k'c}\right)x}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}. \end{cases} \tag{5}$$

如果进一步考虑，在 S' 系中亦改约定用各向同性的光讯号校钟，则根据式(3)成立的同样理由，必有

$$t'_{\rm I}=t'_{\rm II}+\frac{x'}{k'c}. \tag{6}$$

将(6)式代入(5)式，并用 $t'_{\rm I}$ 表示，式(5)就变成

$$\begin{cases} x'=\dfrac{x-vt_{\rm I}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}, \\ t'_{\rm I}=\dfrac{t_{\rm I}-\dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}. \end{cases} \tag{7}$$

这就是普通的洛伦兹变换. 原来，所谓普遍时空坐标变换(约定光速各向异性)，式 (2) 与洛伦兹变换(约定光速各向同性) 之间的差别只是由于校钟规定不同的结果，它们之间在观察上实际是不可区分的. 取式(4)中代表光速各向异性的因子

$$\left(\frac{1}{kc}-\frac{1}{k'c}\right)-\left(1-\frac{1}{k^2}\right)\frac{V}{c^2}\equiv 0,$$

式(4)就变成推广的伽利略变换了

$$\begin{cases} x'=\dfrac{x-Vt_{\rm II}}{\sqrt{v(1-V/c_+)(1+V/c_-)}}, \\ t'_{\rm II}=\sqrt{(1-V/c_+)(1+V/c_-)}\,t_{\rm II}. \end{cases} \tag{8}$$

这样，“同时”又变成“绝对”的了. 变换式(2)的积极意义在于指出，洛伦兹变换只不过是不同校钟规定中特殊的一种，狭义相对论中的所谓同时性的相对性和这种校钟方式的特殊选取有关，从而一切由同时性相对性引出的“效应”(如双生子佯谬)都是不值得予以深究的，不过是由于校钟规定的任意性带来的假象.

二、“洛伦兹协变性”物理意义的探讨

仔细考察(4)(5)(7)(8)式，就会发现，不论采取哪一种变换式，“尺缩”和“钟慢”公式都可用普遍式

$$\begin{cases} l=l_0\sqrt{\left(1-\dfrac{V}{c_+}\right)\left(1+\dfrac{V}{c_-}\right)} \\ t=t'\Big/\sqrt{\left(1-\dfrac{V}{c_+}\right)\left(1+\dfrac{V}{c_-}\right)} \end{cases} \tag{9}$$

表示. 它与 S' 系中的校钟规定无关(即与 k' 值的选取无关). 另外不管 k 值如何选取，运动尺的长度要变；运动钟的节奏要变. 尺不仅可以“缩短”，而且也可以“变长”，钟的节奏不仅可以“变慢”，而且还可以“变快”. 还有，不论 k' 值选值为何. 在 x 方向物体运动速度不允许超过 c_+，在 x 负方向不允许超过 c_-，还是光速不可逾越. 这些都是和校钟规定无关的本质内容，由于“尺变”、“钟变”反映的是一种普遍的物理实在，因此一切物质系统的动力学规律都需作相应修正 (如力学运动方程)也就理所当然了.

另外，即使在同一参考系内观察同一物理现象，校钟规定不同，观察结果亦不一样 (见式 3). 为了对各

种物理现象作出统一描述，校钟规定必须统一。否则即使对同一物理现象，也无法进行比较和判别。所以当问题涉及到，在两个不同参考系 S 和 S' 上的不同观察者观察同一物理现象，并从中判断所得物理规律的数学形式是否与参考系的选择无关时，更需假定存在一个统一的校钟方式（或者说更需约定一个统一的校钟方式），否则这种比较就毫无意义。这也就是说，只有约定一种统一的校钟方式，才能保持狭义相对性原理不至遭到人为地破坏。我们认为，只要还用光讯号来对钟，就应规定 $k'\equiv k$。变换式(2)可以简并成

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{\left(1 + \dfrac{V}{c_-}\right)\left(1 - \dfrac{V}{c_+}\right)}} \\ t' = \dfrac{\left(1 + \dfrac{2V}{kc}\right)t - \left(1 - \dfrac{1}{k^2}\right)\dfrac{V}{c^2}x}{\sqrt{\left(1 + \dfrac{V}{c_-}\right)\left(1 - \dfrac{V}{c_+}\right)}} \end{cases} \tag{10}$$

而洛伦兹变换是符合 $k\equiv k'$ 这一规定的。

(10)式称为广义的洛伦兹变换。一切物质系统的动力学规律都应该对广义的洛伦兹变换具有协变性。

大家知道物理规律满足洛伦兹协变性已由大量实践证实。从理论上看，它乃是双程平均光速不变原理和狭义相对性原理的一种体现。只要双程平均光速不变原理和狭义相对性原理成立，物理规律就必然具有广义的洛伦兹协变性。其最简单的形式就是取 $k=\infty$，即得到的普通洛伦兹变换。

现以多普勒效应为例说明。我们知道将波动方程

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial f}{\partial t^2} = 0 \tag{11}$$

中的 (x, t) 用 (x', t') 取代，并令

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}};\quad t' = \frac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

很容易证明

$$\frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f(x', t')}{\partial t'^2} - c^2\frac{\partial^2 f(x', t')}{\partial x'^2},$$

这说明 $f(x, t)$ 是方程的一个解，则

$$g(x, t) = f\left(\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}},\ \frac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\right)$$

也是方程(11)的一个解。如果 $f(x', t')$ 代表一在 S' 系上的静过程，则由10(式)(令 $c_+ = c_-$) 知，

$$f\left(\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}},\ \frac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\right)$$

则代表一个在 S 系上的动过程。

大家熟知，$f(x, t) = A_0 \sin 2\pi\nu_0\left(t - \dfrac{x}{c}\right)$

是方程(11)的一个解。它代表光源静止时平面波的传播。在光源以速度 v 运动时，光的传播规律（动过程），从静系看可用

$$g(x, t) = A_0 \sin 2\pi\nu_0\left[\frac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} - \frac{1}{c}\,\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\right]$$

$$= A_0 \sin 2\pi\nu_0 \frac{\left(1 + \dfrac{v}{c}\right)}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\left[t - \frac{x}{c}\right]$$

表示，这样就有

$$\nu = \nu_0\frac{1 + \dfrac{v}{c}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}. \tag{12}$$

这就是运动光源产生的多普勒效应。

从上述讨论可见，问题不在于宇宙间存在不存在一个各向同性的不变速度，以及以后我们找到找不到这样一个不变速度，利用来作为统一的校钟讯号。不管你选取哪种校钟方式，一旦选定，就给光的传播特性做出了某种规定（单程不变或双程不变，各向同性或各向异性），至于这种规定是否真的反映了光的传播特性，在狭义相对论的框架内是难以追究的。只要确定双程平均光速不变，并考虑到相对性原理，即可得到广义的洛伦兹变换(10)，其最简单的特例就是普通洛伦兹变换(7)。

最后应该指出，K 和 K' 取值的任意性，反映了人们在认识上的历史局限性。K 和 K' 的任意取值在观察效果上的自洽性，并不足以说明单程光速本身没有什么确切的物理意义。随着人类时空观念的发展，将来若能发现一种新的更理想一点的校钟手段，目前 K 和 K' 取值的任意性也就会随之消失。如果仅因在观察效果上允许某种任意性存在，就导至对物理实在的非决定论解释，这在我们看来，不过是一种“测量就是一切”的实证主义哲学观念罢了。

参考文献

[1] Edwards, W. F., *Relativity in Anisotrpic Space*, *Am. J. Phys.*, **31** (1963), 482.