

图 3(b) 条纹频率与位移的关系

中对应于一些位移值的傅氏变换面上的衍射图样;(2)为位移值和相应的杨氏条纹的空间频率

的关系。这种关系与横向位移的情形相类似,看来也具有线性的特点。

本实验中,可探测的  $z$  方向最小位移值约  $15\mu\text{m}$ ,在类似的实验中,当位移与物面平行时,可探测的最小位移值约  $5\mu\text{m}$ 。与一般测横向位移的情况一样,这个方法也只能根据条纹取向,确定出位移的取向是与条纹垂直,但不能确定位移方向指向哪边。近来有人<sup>[5]</sup>提出确定横向位移方向的一个方法也可适用于本实验。

### 参 考 文 献

- [1] 周尚文、刘国英,物理, **7** (1978),100.
- [2] A. W. Lohman et al., *Opt. Commun.*, **17** (1976), 51.
- [3] B. Eliasson et al., *J. Opt. Soc. Am.*, **61** (1971), 559.
- [4] E. Archbold et al., *Optica Acta*, **19** (1972), 253.
- [5] A. K. Aggarwal et al., *J. Optics (Paris)*, **8** (1977), 267.

## 信号分析的有力工具——快速傅里叶变换

袁 永 福

### 一、引 言

众所周知,各种基础物理学科和各种工程技术都必须对信号进行分析处理,例如光学、声学、射电天文、石油探测、雷达、卫星、遥感、声纳等都离不开信号的检测、分析、加工和识别。信号的加工处理是针对信号的特性进行的,这些特性包括频率、周期、幅度、相对时延和相位。在信号处理中,往往需要修改一个波形的成分或特性,以及分离两个或多个原先组合的波形或频率,有时还必须将被噪声淹没的微弱信号检测出来。傅里叶变换正是分析处理这类信号的数学方法,不过,这一方法在过去却很难有实际的应用,因为即使用最好的电子计算机,也是

十分费时的。

自从 1965 年快速傅里叶变换 (FFT) 出现以来,受到世界各国的普遍重视,发展很快。用 FFT 进行信号分析,比起用一般的傅里叶变换在时间上要缩短两个数量级,如果再配上专门的 FFT 处理机,运算时间还可以进一步缩短。

### 二、信号的傅里叶变换

正如分析周期信号用傅里叶级数一样,分析非周期信号用傅里叶变换(或称傅里叶积分)。设非周期信号为  $f(t)$ ,其傅里叶变换由下式给出

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (1)$$

相应的傅里叶逆变换为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) e^{i\omega t} dt. \quad (2)$$

由此可见,经过傅里叶变换,就将时域信号  $f(t)$  变成频域信号  $A(\omega)$ ,而经过傅里叶逆变换又将频域信号转变成原来的时域信号  $f(t)$  了。

要对连续信号进行数值计算,应先将连续信号进行离散化处理。信号离散化处理是以采样定理为根据的,即: 对一个具有有限频谱的连续信号,若最高频率为  $f_m$ ,当采样频率  $f_c$  满足  $f_c \geq 2f_m$  时,则此连续信号可以从此采样值中还原。在实际应用时,由于考虑分析精度,一般取  $f_c \geq 5f_m$ 。

采样过程如图 1 所示。连续信号在采样开关作用下,仅在采样开关闭合的瞬间产生脉冲。若采样开关每间隔时间  $T$  短暂闭合一次,那么采样后的脉冲序列为  $f(T), f(2T), \dots, f(nT)$ ,  $T$  为脉冲周期。经采样后连续信号  $f(t)$  就变成离散信号  $f^*(t)$  了。

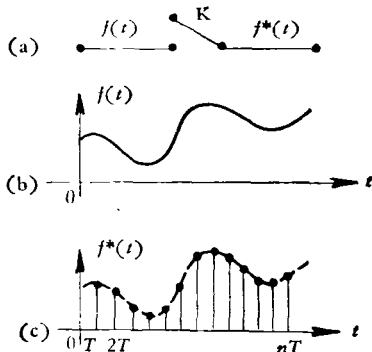


图 1 连续信号转变成离散信号

采样开关的作用是产生一连串的理想脉冲。所谓理想脉冲,就是脉冲宽度为无限小,脉冲幅度为无限大,而脉冲面积等于 1。在数学上,理想脉冲用  $\delta$  函数表示,其定义为

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0, \\ 0 & t \neq 0, \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

采样开关给出一系列的理想脉冲

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT),$$

其中  $\delta(t)$  表示在  $t = 0$  时刻的脉冲,  $\delta(t - nT)$

表示在  $t = nT$  时刻的脉冲。

信号  $f(t)$  的采样过程可以看作是  $f(t)$  乘以  $\delta$  函数  $\delta_T(t)$ , 即

$$\begin{aligned} f^*(t) &= f(t)\delta_T(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT)\delta(t - nT). \end{aligned}$$

将上式代入(1)式,并注意到

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \times e^{-i\omega t} dt = e^{-i\omega nT}, \text{ 得到}$$

$$A(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT)e^{-i\omega nT}. \quad (3)$$

这就是离散傅里叶变换(DFT)的表示式。但是这个式子并不能直接用来进行计算,因为要对无穷多个采样的样本值进行 DFT 运算,实际上是不可能的。电子计算机只能对有限数列进行计算处理,因此,我们取  $N$  个有限数列进行研究。若采样时间间隔为  $T$ ,整个数列为  $f(nT)$ ,则数列的带宽  $\Delta f = 1/NT$ , 那么频率为

$$f = \Delta f \cdot K, \quad (0 \leq K < N), \text{ 且 } \omega = 2\pi f.$$

将此结果代入(3)式,便可得到

$$A_K = \sum_{n=0}^{N-1} f(nT)e^{-i2\pi nK/N},$$

$$K = 0, 1, \dots, N-1.$$

因为  $f(nT)$  为离散值,将它记为  $F_n$ ,并互换  $n, K$ , 于是 DFT 为

$$A_n = \sum_{K=0}^{N-1} F_K e^{-i2\pi nK/N}, \quad (4)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1.$$

离散傅里叶逆变换(IDFT)可以从(2)式获得,其表示式为

$$F_K = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{i2\pi nK/N}, \quad (5)$$

$$K = 0, 1, \dots, N-1.$$

从(4),(5)式可见,离散信号可以通过 DFT 和 IDFT 实现时域和频域的相互转换,这种转换就为近代数字化频谱分析和数字化波形的时间合成奠定了基础。数字化处理方式与模拟处理方式相比较具有许多优点,如稳定性、抗干扰性、通用性、高精度和小型化等。但是,要使

DFT 符合实际应用,还必须解决“实时性”和“经济性”的问题。FFT 的出现,有效地解决了信号实时分析的问题。经济性的问题正在不断改进中,特别是由于数字电路和大规模集成电路的发展,低价格、高性能的 FFT 处理机定将大量涌现在各种科学技术和工程技术中。

### 三、快速傅里叶变换

FFT 是一种很有实用价值的速算方法。为简单起见,我们将离散信号的 DFT 和 IDFT 表示为

$$A_n = \sum_{k=0}^{N-1} F_k W_N^{nK}, n=0, 1, \dots, N-1; \quad (6)$$

$$F_K = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n W_N^{-nK}, K=0, 1, \dots, N-1, \quad (7)$$

式中  $W_N = e^{-j2\pi/N}$ 。  $W_N^n$  的意义为:若在复平面上,单位圆以角度  $2\pi/N$  逆时针方向旋转,便可得到  $W_N^n$  的复平面图,因此,  $W_N^n$  称为旋转因子。

从(6)式可见,若  $\{F_k\}$  是复数序列,要进行 DFT 运算,每计算一个  $A_n$  就要把  $F_k$  和  $W_N^{nK}$  乘  $N$  次,因为是对数列  $\{A_n\}$  ( $n=0, 1, \dots, N-1$ ) 都要进行这种运算,所以要进行  $N^2$  次复数乘法运算。另外,每计算一个  $A_n$  还要进行  $(N-1)$  次复数加法运算,整个数列  $\{A_n\}$  应进行  $N(N-1)$  次复数加法运算。若  $N$  足够大,这种计算是十分花费时间的,即使是用上最好的电子计算机也难以实用。FFT 的基本方法是将  $N$  个采样数列  $\{F_k\}$  分成  $Y_k$  和  $Z_k$  两部分,其中  $Y_k$  代表偶数项数列,  $Z_k$  代表奇数项数列,两部分各包括  $N/2$  个采样点。  $Y_k$  和  $Z_k$  为

$$Y_k = F_{2k},$$

$$Z_k = F_{2k+1}, K = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1.$$

将  $Y_k, Z_k$  的 DFT 分别记为  $B_n$  和  $C_n$ , 并注意数列  $\{F_k\}$  分成两个  $N/2$  个采样点的数列后,旋转因子不是  $W_n$ , 而是  $W_{N/2}$ , 则

$$B_n = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} Y_k W_{N/2}^{nK},$$

$$C_n = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} Z_k W_{N/2}^{nK}, n=0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1. \quad (8)$$

由于  $W_N^n$  的周期性,我们有

$$W_N^{2n} = e^{-j2(2n/N)} = e^{-j(2n/(N/2))} = W_{N/2}^{2n}.$$

那么,实际要求的  $N$  个采样点的 DFT 为

$$\begin{aligned} A_n &= \sum_{k=0}^{N-1} F_k W_N^{nK} \\ &= \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} Y_k W_N^{2nK} + W_N^n \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} Z_k W_N^{2nK} \\ &= \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} Y_k W_{N/2}^{nK} + W_N^n \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} Z_k W_{N/2}^{nK} \\ &= B_n + W_N^n C_n, \end{aligned} \quad (9)$$

$$n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1.$$

$A_n$  定义于  $0 \leq n \leq N-1$ ,  $B_n, C_n$  定义于  $0 \leq \frac{N}{2}$ . 对于  $n \geq \frac{N}{2}$ ,  $B_n, C_n$  将周期性地重复  $n \leq \frac{N}{2}$  的值,因此,我们用  $n + \frac{N}{2}$  代替  $n$ , 代入(10)式不难求得

$$\begin{aligned} A_{n+\frac{N}{2}} &= B_n - W_N^n C_n, \\ n &= 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1. \end{aligned} \quad (10)$$

(9), (10) 式就是 FFT 的基本关系式。从这两个式子可见,用这种方法进行 DFT 运算,只需要进行  $N^2/2$  次复数乘法运算,仅为直接计算次数的  $1/2$ 。如果将这种二分法进行下去,即每个  $N/2$  数列再分成两个  $N/4$  的奇偶数列,每个  $N/4$  数列又再分成两个  $N/8$  的奇偶数列,最终将只剩下两个点的数列,也就是每部分只剩下一个点,而一个点的傅里叶变换自然就是它本身。因而 DFT 的运算就变成复数的乘法和加法运算了。若每次二分法作为完成一步运算,则  $N$  个采样点共需  $\log_2 N$  步运算,而每一步共需作  $N/2$  次复数乘法和复数加法(或减法)运算,所以总的运算次数为:  $N \log_2 N$  次复数加法和  $(N/2) \log_2 N$  次复数乘法运算。

如上所述的 FFT 算法,运算次数大为减少了。特别是乘法次数的减少是很有意义的,因

为即使是用计算机作乘法运算也比作加法运算要麻烦和花费更多的时间；而且乘法运算容易降低计算精度，乘法次数的减少，也就意味着精度的提高。例如，设采样次数  $N = 2^{10} = 1024$ ，如用直接算法，则要作乘法  $2^{20} = 1.05 \times 10^6$  次，用 FFT 算法仅需  $(10/2) \log_2 1024 = 508$  次。假如每次乘法运算需要  $20\mu s$ ，那么，直接算法所需时间为  $21sec$ ，FFT 算法则仅需时间为  $0.1sec$ 。

当  $N$  愈大时，FFT 算法比直接算法的优越性就愈明显，如图 2 所示。

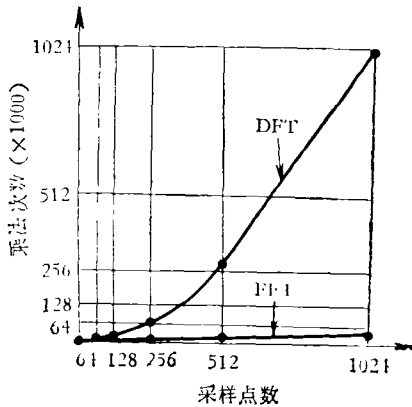


图 2 FFT 算法和直接算法比例

FFT 算法的程序编制和计算过程是用信号流程图作依据的。我们以计算 8 个采样点的 FFT 为例，说明其步骤。首先将 8 个采样点分为奇偶两部分，每部分为 4 个采样点，从(9)式和(10)式求得

$$\begin{aligned} A_0 &= B_0 + W_4^0 C_0, & A_1 &= B_1 + W_4^1 C_1, \\ A_2 &= B_2 + W_4^2 C_2, & A_3 &= B_3 + W_4^3 C_3, \\ A_4 &= A_{0+4} = B_0 - W_4^1 C_0, \\ A_5 &= A_{1+4} = B_1 - W_4^2 C_1, \\ A_6 &= A_{2+4} = B_2 - W_4^3 C_2, \\ A_7 &= A_{3+4} = B_3 - W_4^0 C_3. \end{aligned}$$

图 3 表示用两个 4 点的 DFT 求 8 点的 DFT 的信号流程图。图中箭头表示复数乘法，结点表示复数加法(或减法)。为了在图上表示方便起见，所有  $W_8^k$  的下标 8 均未注出，而记为  $W^k$ 。

再进一步将 4 个采样点分成 2 个采样点的 DFT；最后一步，再将 2 个采样点分成 1 个采样

点的 DFT，即全部化为复数乘法和复数加减运算。这种情况的信号流程图，如图 4 和图 5 所示。

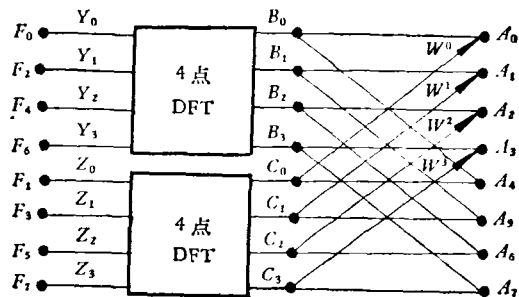


图 3 将 8 点分成两个 4 点运算的信号流程图

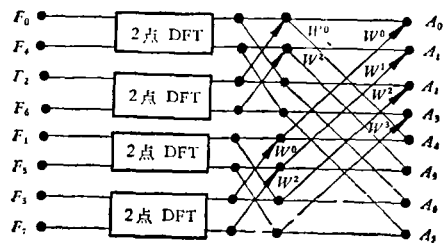


图 4 分成四个 2 点 DFT 运算的信号流程图

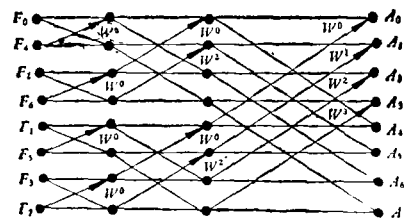


图 5 全部分解成乘法和加法运算的信号流程图

我们注意到  $W_N^N$  的周期性， $W_N^0 = 1$ ， $W_N^{N/2} = -1$ ， $W_N^{N/4} = -j$ ，因此，与这些复数相乘，实际上是复数相加(或相减)运算。如象在信号流程图 5 中，第一步和第二步只有复数的相加和相减运算，第三步才有复数的乘法运算，乘  $W_8^1$  和  $W_8^3$  (图中记为  $W^1, W^3$ )。

从图 5 中还可以看出，若输出按自然顺序排列，即  $A_0, A_1, \dots, A_7$ ，那么输入则是按二进制的倒置位置排列的。例如，输入第二位是  $F_4$ ，即序号为 4，二进制为“100”，倒置后为“001”。全部排列顺序如表 1 所示。

如果需要使输入按自然顺序排列，那么输出必然按二进制倒置顺序排列，正好与上面情况相反。

表 1

输入	二进制	倒置顺序	输出
$F_0$	000	000	$A_0$
$F_1$	001	100	$A_1$
$F_2$	010	010	$A_2$
$F_3$	011	110	$A_3$
$F_4$	100	001	$A_4$
$F_5$	101	101	$A_5$
$F_6$	110	011	$A_6$
$F_7$	111	111	$A_7$

对于傅里叶逆变换,由于它在形式上与傅里叶变换完全相同,因而有关 FFT 的方法和步骤,同样适用于求离散傅里叶逆变换的情况。另外,当采样点的数目  $N$  不是 2 的整数倍,而是  $M$  的整数倍,即  $N = LM$ ,那么,类似地可以根据(6)式将  $A_n$  分解为  $M$  个  $L$  点的 DFT,同样可以得到减少运算次数的目的。但是,在实际应用中,一般取  $L = N/2, M = 2$ 。

#### 四、快速傅里叶变换的应用

FFT 在信号分析中的应用是很广泛的,现举几个具体的例子说明如下:

##### 1. 傅里叶变换光谱仪

这是一种红外光谱仪,它是固体物理学和分子物理学研究的重要仪器。它的光学部分是一台迈克尔逊干涉仪,光源发出的红外光在光学系统中被分为两束,当动镜  $M_2$  作匀速直线运动时就改变了两束光的光程差,探测器上便出现了干涉图——光强度变化曲线,求此曲线的傅里叶变换就得到了待测的光谱结构。这种傅里叶变换光谱仪的原理结构如图 6 所示。

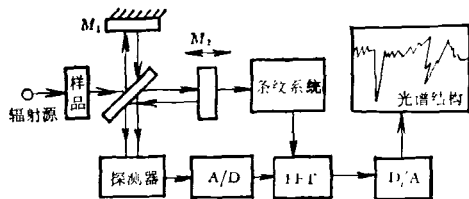


图 6 傅里叶变换光谱仪

在实际的光谱分析中,信息量往往很大,若不使用 FFT 处理技术是很不方便的。例如,要对 1000 种波长测量 1000 个光程差,用一般的

DFT 运算,要进行  $10^6$  次乘法和加法运算,因此,过去的作法是先将数据存储起来,然后再用计算机分析处理,不能达到实时观察的效果。采用 FFT 技术,可以一边测量,一边给出频谱。美国的 FS-4000 傅里叶变换光谱仪就属于这种类型的仪器。

##### 2. 超声全息照相

超声全息照相是利用“波前再现”原理成象的,其结构如图 7 所示。投射到水面的波束(照明波束)在入射途中经目标扰动后,它的振幅和相位分布记录了目标的全部信息。当另一束同频率的波束(参考波束)也投射到水面上时,由于两束波束相干涉而在水面上产生干涉波纹图案——全息照片。波纹的形状由波束相位决定,波纹的幅度由波束强度决定。

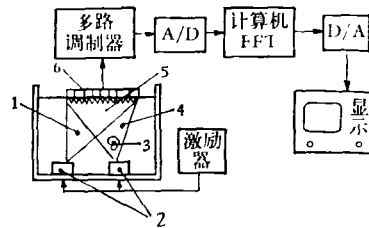


图 7 超声全息照相

1 为参考波束; 2 为换能器; 3 为目标; 4 为照明波束; 5 为水槽; 6 为探测器线阵列

如果用一个压电探测器在水面上作二维扫描,就能将全息照片的信息转变成电信号。图 7 就是一台实际的这种仪器的原理结构,它的超声频率为 1MHz,探测器不是一个元件,而是 64 个元件的探测器线阵列,因此,仅须一维扫描就可得到全部信息。从探测器送来的信号(共 64 路信号)经模拟多路调制器处理后,在模数转换器(A/D)中转换成数字信号,再由计算机进行 FFT 加工处理,最后,将数字信号转换成模拟信号,并显示在电视屏幕上。这个仪器用在医学上,当观察人的手和前臂时,不仅能看到骨骼,而且还能看到血管和腱等软组织。

由于超声波穿透物质的性能很强,这种仪器在工业上可用于无损探伤。当此仪器和声纳结合起来时,可用于水下目标的探测、定位和识别。

虽然物象重现也可以用激光束进行，但是，由于光波波长比声波波长短许多倍，因而形成出的象也缩小许多倍，必须经过光学放大，用望远镜才能观察。因此，它远不如声电转换方法优越。

### 3. 褶积的运算

褶积运算在信息处理中是很有用的。设有函数  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$ ，那么它们的褶积  $x_3(t)$  为

$$x_3(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau = x_1(t) * x_2(t),$$

褶积  $x_3(t)$  的傅里叶变换为

$$S_3(f) = S_1(f)S_2(f),$$

式中  $S_1(f)$  和  $S_2(f)$  分别为函数  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的傅里叶变换后的频谱。由此可见，频域的乘法相当于时域的褶积，反之，时域的乘法也相当于频域的褶积。

若输入信号是  $x_1(t)$ ，频谱为  $S_1(f)$ ；滤波器的脉冲响应是  $x_2(t)$ ，频谱为  $S_2(f)$ ，那么匹配滤波器的输出就是褶积  $x_3(t)$ 。匹配滤波器用在雷达接收机中。这个褶积运算可用图 8 的方块图来实现。

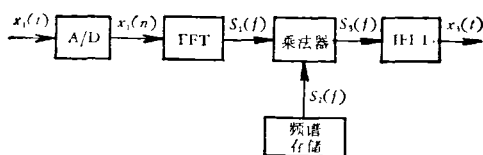


图 8 褶积的运算

输入信号  $x_1(t)$  由模拟数字转换器转换成离散数字信号，经 FFT 转换成频谱  $S_1(f)$ 。在乘法器中  $S_1(f)$  与滤波器频谱  $S_2(f)$  相乘，得到  $S_3(f)$ ，再经快速傅里叶逆变换 (IFFT) 处理，即可得到匹配滤波器的褶积输出  $x_3(t)$ 。

### 4. 数据处理装置

数据处理装置是利用电子计算机对数据进行综合分析的一种通用装置。根据需要将它和其它设备结合起来应用，就可完成各种不同的功能。例如，地震波分析、石油探测、光学传递函数测量、脑电图等。这类数据的特点是信息量大，时间性强，如果用一般的电子计算机来完成，势必导致设备庞大、效率低、成本高的缺点。用 FFT 数据处理机代替一般电子计算机，就可

物理

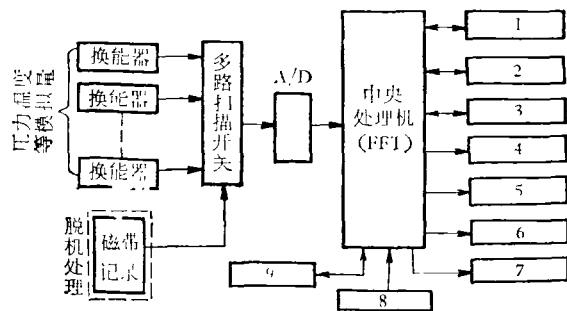


图 9 数据处理装置

1 为实时钟；2 为磁带；3 为磁盘；4 为 X-Y 记录仪；5 为显示器；6 为穿孔输出机；7 为行式打印机；8 为光电输入机；9 为电机

大大缩短计算时间，而且还可以对数据进行实时分析处理。

数据处理装置的原理如图 9 所示。瞬态物理量（温度、流量、压力、重量等）由换能器转换成电量后，经过多路扫描开关实现信号的分时转换，形成一路串行信号，再由模数转换器转换成数字信号，送入中央处理机进行比较、组合、分析、综合等处理。最后将其运算结果送给外部设备进行记录、显示、打印和存储。对于无需实时处理的数据，可用光电输入机穿孔纸带输入，进行快速运算。输入和输出装置可以是一种或数种联合使用。运算的结果，可用行式打印机记录出数字符号，或用 X-Y 记录仪描绘成曲线，也可用数字管或光笔进行显示。为了便于查找和修改数据，还可配上卡片输入和卡片穿孔输出装置。为了提高数据存取速度，而又有足够大的容量，往往不仅有内存储器，而且，还设有外存储器，即磁带、磁盘和脱机数据库。

由于微电子技术的不断发展，各种类型的 FFT 数据处理机就不断涌现，性能、成本和尺寸不断更新。例如，英国 Plessey Microsystems 公司的高速微型 FFT 处理机，主机重量仅为 3.5 kg，模拟信号输入 DC ~ 25kHz，转换精度为 0.1%，对 1024 点的处理时间，SPM-01 型为 620μs，SPM-02 型为 240μs。

FFT 的应用甚广泛，除了上述几个实例以外，尚可在信息处理中用于计算相关函数、功率谱密度、反对数频谱、滤波器模拟等。在声音

响度计算和噪声分析方面,可用于计算频带谱。在电子测量仪器方面也有应用,如美国 HP 公司的示波器和频谱分析仪,已有用上 FFT 技术的商品。

### 参 考 文 献

[1] J. W. Cooley and J. W. Tukey, *Mathematics of Computation*, **19**(1965), 297.  
 [2] William J. Cochran et al., *Proc. IEEE*, **55**(1967), 1664.  
 [3] E. O. Brigham and R. E. Morrow, *IEEE Spectrum*, **4-12**(1967), 63.  
 [4] R. C. Singleton, *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, **AU-15**(1967), 91.  
 [5] P. D. Welch, *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, **AU-17**(1969), 151.

[6] J. W. Cooley et al., *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, **AU-15**(1967), 76.  
 [7] M. J. Corinthios, *IEEE Trans. Comput.*, **C-20**(1971), 843.  
 [8] A. V. Oppenheim and C. J. Weinstein, *Proc. IEEE*, **60**(1972), 957.  
 [9] D. K. Kahaner, *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, **AU-18**(1970), 422.  
 [10] J. R. Vernet, *Proc. IEEE*, **59**(1971), 1531.  
 [11] E. O. Brigham, *The Fast Fourier Transform*, Prentice Hall, Inc., (1974).  
 [12] 城户健一,电子通讯学会誌, **59-3**(1976), 245; **59-5**(1976), 509; **59-6**(1976), 618; **59-7**(1976), 749.  
 [13] Abraham Peled and Bede Liu, *Digital Signal Processing*, New York, John Wiley & Sons, Inc., (1976), 142.  
 [14] 安居院猛,中嶋正之,映像情报, **10-6**(1978), 10.  
 [15] 織田照実,電子科学, **11**(1978), 53.

## 解释劳埃花样的一个新方法

吕 荣 邦

(北京钢铁学院金属物理教研室)

本文提出一个新的解释劳埃花样的方法,与其他方法比较,它具有原理和作图简单,前后反射利用同一曲线图形等特点,可供有关晶体 X 射线工作者参考。

### 一、作图原理

标定劳埃平板相衍射斑点的指数,一般应先求出对应晶面法线的极射赤面投影。X 射线衍射原理确定:入射 X 线、晶面法线和衍射 X 线在同一平面内。晶面法线极点的极射赤面投影,必然在底片上晶面衍射斑点与底片中心(入射 X 线与底片交点)的连线上。因而若已知晶面法线与入射 X 线夹角,便可得到晶面法线极点的极射赤面投影。此夹角可利用衍射斑点至底片中心距离和试样至底片的距离求出。以下分前后反射两部份讨论。

#### 1. 前反射情况

参看图 1。σ<sub>0</sub> 为入射 X 线, K 为前反射记录底片,它与 σ<sub>0</sub> 垂直并交于 A 点。试样放于 O 处。L 为以 O 为圆心, OA 为半径作的参考球。

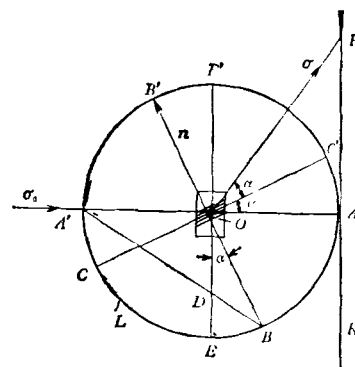


图 1 劳埃前反射照相示意图

衍射晶面的延长线与参考球交于 CC' 两点。n 为晶面法线,交参考球于 BB'。σ 为衍射线,与底片交于 P 点。EE' 为平行底片过参考球球心 O 的平面,此面作为投影面。

从图 1 的几何关系得

$$\angle AOP = 2\alpha \text{ (前反射 } \alpha \text{ 角等于 Bragg 角 } \theta \text{)}, \quad (1)$$

$$\angle AOC' = \alpha, \quad (2)$$

$$\angle AOB = 90^\circ - \alpha, \quad (3)$$

$$\therefore \angle EOB = \alpha. \quad (4)$$