

以分辨每种元素,而且可以区分同位素;(5)对于许多元素和化合物,它有极高的检测灵敏度,检测极限低于 10^{-6} 单层;(6)可以做纵深分析;(7)主要缺点是,对于不同的元素或不同的表面结构检测灵敏度变化很大,二次离子产额有时可以相差4—5个数量级,这使定量分析复杂化。近年来已经在研究,用能量更低(约500eV)的离子入射的静态二次离子质谱用于单层范围吸附层的定量分析的可能性^[14-16]。

总之,这两种方法都是单层表面分析技术,它们在半导体、催化、表面电子器件、冶金等领域中用于研究表面吸附、表面污染、表面分解和表面反应等方面是很有用的。

参 考 文 献

[1] A. W. Czanderna, *Methods of Surface Analysis*, Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.

[2] D. P. Smith, *J. Applied Physics*, **38**(1967), 340.
 [3] D. P. Smith, *Surface Science*, **25**(1971), 171.
 [4] H. Niehus et al., *Surface Science*, **47**(1975), 222.
 [5] R. F. Goff et al., *J. Vacuum Sci. Technol.*, **7**(1970), 72.
 [6] E. Taglauer et al., *Applied Physics Letters*, **24**(1974), 437.
 [7] A. Benninghoven, *Surface Science*, **28**(1971), 541.
 [8] A. Benninghoven, *Surface Science*, **35**(1973), 427.
 [9] A. Benninghoven, *Surface Science*, **53**(1975), 596.
 [10] A. Benninghoven et al., *Rev. Sci. Instr.*, **42**(1971), 49.
 [11] A. Benninghoven, *Appl. Phys.*, **1**(1973), 3.
 [12] A. Muller et al., *Surface Science*, **41**(1974), 493.
 [13] A. Benninghoven et al., *Surface Science*, **41**(1974), 483.
 [14] P. H. Dawson, *Phys. Rev. B*, **15**(1977), 5522.
 [15] P. H. Dawson, *Surface Science*, **57**(1976), 229.
 [16] P. H. Dawson, *Surface Science*, **65**(1977), 41.

在热噪声中的脉冲引力波的检测

吴永生

(中国科学院物理研究所)

一、引 言

探测引力波的原理,类似于接收电磁波,大家都知道带电粒子在电磁波的作用下会被激发而产生振动。一个质量块在引力波的作用下,它的各个质点也会产生“颤动”,从而使整个质量块产生机械形变。这种形变可以通过压电晶体等传感器转化为电信号后记录下来。但由于引力常数极为微小,引力波接收天线所接收到的引力波信号能量将大大低于天线的热噪声能量。而且根据理论上的预测,能够辐射强大引力波能量的天体活动过程是引力捕获和引力坍缩^[1],这种过程是脉冲性的,前后持续仅几个毫秒,振动方向改变二到四次。现在采用的引力波接收天线一般都是内耗很小的合金铝,因此

它的输出噪声频宽很窄,相关时间很长,这样就不能利用信号的相关性和噪声的不相关性来积累信号信息,排除噪声干扰。总而言之,短脉冲引力波信号的探测需作特殊的考虑。

二、天线的热噪声

一个最简单的四极子引力波探测器可以设想为是由间隔 l 并用弹簧联接起来的两个质量块组成,在引力波的作用下,这两个质量块将作谐振动。质量块和弹簧不一定要独立地存在,它们可以用一根实心金属棒代替。目前流行的是用一根重一至五吨的合金铝棒作天线,把它吊在通过严格减震和电磁屏蔽的真空筒里。对于这样的系统,我们可以用下面的方程近似描述它在引力波作用下的运动:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + \frac{x}{c} = f(t), \quad (1)$$

其中 m 表示天线质量, b 表示阻尼因子, c 表示天线材料的柔度, $f(t)$ 表示作用于天线上的力, 方程 (1) 的解为

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_0} e^{-\alpha_0 t} \left[\sin \omega_0 t \int_0^t e^{\alpha_0 u} f(u) \cos \omega_0 u du - \cos \omega_0 t \int_0^t e^{\alpha_0 u} f(u) \sin \omega_0 u du \right]. \quad (2)$$

如果 $f(t)$ 是一个持续 τ 秒的短脉冲信号, 则当 $t > \tau$ 时, $x(t)$ 的包线方程为

$$\zeta = \frac{1}{m\omega_0} e^{-\alpha_0 t} \left[\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha_0 u} f(u) \cos \omega_0 u du \right)^2 + \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha_0 u} f(u) \sin \omega_0 u du \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

其中 $\alpha_0 = \frac{b}{2m}$, $\omega_0 = (mc)^{-\frac{1}{2}}$. 由于天线的阻尼很小, 天线的质量很大, 通常 $\frac{m}{b} > 10$; 而能够辐射强大引力波能量的过程都是很短促的, 持续时间只有几毫秒, 因此方程 (3) 中的 $\alpha_0 u \approx 10^{-4}$, 即 $e^{\alpha_0 u} \approx 1$. 这说明天线在引力波作用后作正弦形衰减振动, 其最大振幅正比于该引力波信号中所包含的频率为 $\frac{\omega_0}{2\pi}$ 的富里叶分量. 因此除了在不同的地方放置天线外, 即使在同一地方放几个谐振频率不同的天线, 对探测引力波信号排除热噪声及其他干扰也是很有用的.

现在, 假定天线还没有受到引力波的作用, 这时方程 (1) 中的 $f(t)$ 就相应于分子热运动的随机作用力 $n(t)$, 即

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + \frac{x}{c} = n(t). \quad (4)$$

设 $n(t)$ 满足下面的关系 (以后再令 $T \rightarrow \infty$)

$$n(t) = \begin{cases} n_\tau(t), & \text{当 } 0 \leq t \leq T; \\ 0, & \text{当 } t < 0 \text{ 或 } t > T. \end{cases} \quad (5)$$

对 (4) 式两边进行富里叶变换后, 得

$$X_\tau(f) = \frac{N_\tau(f)}{-m(2\pi f)^2 + j2\pi f b + \frac{1}{c}} = N_\tau(f) \cdot H_1(f), \quad (6)$$

其中

$$X_\tau(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt, \quad (7)$$

$$N_\tau(f) = \int_{-\infty}^{\infty} n(t) e^{-j2\pi f t} dt = \int_0^T n(t) e^{-j2\pi f t} dt, \quad (8)$$

$$H_1(f) = \frac{1}{-m(2\pi f)^2 + j2\pi f b + \frac{1}{c}}. \quad (9)$$

$H_1(f)$ 称为系统的传输函数. 由于该系统与环境处于热平衡状态, 按照能量均分定理, 在系统的一个自由度内贮存了 $\frac{1}{2} k\theta$ 的平均热噪声能量, 因此有关系式:

$$\frac{\overline{x^2(t)}}{2c} = \frac{1}{2} k\theta. \quad (10)$$

$$\text{又} \because \overline{x^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_\tau^2(t) dt,$$

$$\therefore \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2Tc} \int_0^T x_\tau^2(t) dt = \frac{1}{2} k\theta.$$

由帕什伐尔定理

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df, \quad (11)$$

并利用方程 (6), 可得

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2Tc} \int_{-\infty}^{\infty} |N_\tau(f)|^2 |H_1(f)|^2 df = \frac{1}{2} k\theta. \quad (12)$$

$$\text{令 } \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|N_\tau(f)|^2}{T} = \overline{N^2(f)}, \quad (13)$$

根据定义, 它就是 $n(t)$ 的平均功率谱. 理论分析表明, 热噪声在时间间隔大于 10^{-13} 秒时是不相关的, 即它的自相关函数 $R(\tau) \equiv 0$ (当 $\tau > 10^{-13}$ 秒). 因此, 热噪声功率谱在频率低于 10^{13} 赫时是一个常数. 于是可设

$$\overline{N^2(f)} = N/2, \quad (14)$$

其中 N 是一个正常数. 把 (9) (13) (14) 代入 (12) 并积分, 便得到

$$N = 4bk\theta. \quad (15)$$

这方程表明天线的热噪声功率谱与天线的质量和弹性系数无关. 如果要从根本上降低热噪声水平, 就必须尽可能降低温度, 减少阻尼. 当然, 减少阻尼的结果必然会缩小天线的通频带

(通常它只有百分之几赫的通带), 而引力波脉冲的频带约在几千赫, 故这种天线系统如不改进就只能接收到极少一部分引力波能量。

三、从频率域考虑在噪声中挑信号

为了能够从噪声中挑出信号, 希望能够既不增大天线的阻尼又能展宽天线的通频带, 这在无源的天线系统中是不可能达到的, 因为根据(9)式, 天线的通带

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{b}{m} \quad (16)$$

是与阻尼成正比的(在任何与环境处于热平衡状态的无源系统中都是如此)。无阻尼地扩大通频带只有在有源系统中才有可能, 因为有源系统不是闭合系统, 它可以不受热力学定律的限制。如果我们设想在天线的传感器之后接一个有源滤波器, 其传输函数为 H_2 , 并使 $H_2 \approx 1/H_1$, 这样就能消除天线的尖锐的谐振峰, 基本上恢复天线接收到的引力波信号及其热噪声。仔细分析天线及其压电传感器组成的等效线路图

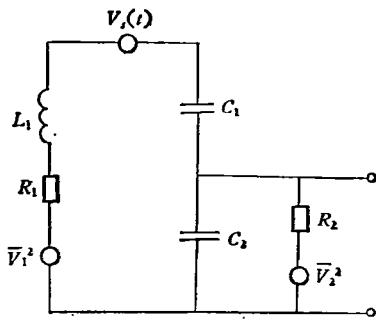


图1 天线和传感器的等效线路 L_1, R_1, C_1 分别对应于 $m, b, c(\bar{V}_1^2, \bar{V}_2^2$ 分别表示 R_1, R_2 的等效噪声源)

1 后可以发现天线的阻尼所引起的等效输入噪声功率与系统带宽的一次方成正比; 传感器的等效输入噪声与系统带宽的三次方成正比; 而脉冲引力波信号的最大峰值功率是与系统带宽的平方成正比。因此, 需要适当选取系统带宽, 使等效输入信噪比达到最大。从理论上得到的最佳带宽为

$$\Delta\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{3\beta}{Q \operatorname{tg} \delta}}, \quad (17)$$

$$\text{其中 } \beta = \frac{c_1}{c_2}, \quad Q = \frac{\omega_0 L_1}{R_1}, \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{1}{R_2 c_2 \omega_0}.$$

因此天线中信号的传递过程是

$$V_o(f) = V_i(f) \cdot H_1(f) \cdot H_2(f) \cdot H_3(f), \quad (18)$$

其中 $V_o(f)$ 是整个检测系统的输出信号, $V_i(f)$ 是引力波信号和天线噪声的组合, $H_2(f) = \frac{1}{H_1(f)}$ 是天线的逆滤波器, $H_3(f)$ 为带通滤波器, 它的带宽满足(17)式。由于 $\Delta\omega$ 甚小于热噪声频宽, 因此我们可以探测大大低于热噪声能量的信号。 $H_2(f)$ 和 $H_3(f)$ 必须是有源的滤波器, 噪声很低, 设计的基本方法可参阅文献[2]。

四、从时间域考虑在噪声中挑信号

探测能量低于 $k\theta$ 的脉冲信号也可以从天线随时间的振荡过程来考虑。

虽然一个处于热平衡状态的振荡系统一定有 $k\theta$ 的平均热噪声能量, 但维持这平衡状态却并不需要随时供给 $k\theta$ 的能量。根据(3)式, 天线在某时刻的能量必将在其后若干秒内衰减完, 但它又将随时从外界得到补充以维持其平衡状态。因此天线系统实际上是处于热动平衡状态。很显然维持这种动平衡而与外界交换的能量愈少, 则天线对引力波信号就愈敏感, 这样就又达到了(15)式的结论, 即要求减小阻尼因子 b 。如果在某段时间内引力波传给天线的能量大于天线在同一时间内为维持热动平衡而从外界吸收的热能, 那么这个引力波信号就可能被检测出来。因此, 我们观察的时间愈短则能被鉴别的引力波信号能量可以愈小。但是随着观察时间的缩短传感器的噪声将会愈来愈显著, 因此必须适当选取观察时间, 理论上推算得到的最佳时间为

$$\tau_0 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{Q \operatorname{tg} \delta}{\pi \beta}}. \quad (19)$$

这与方程(17)是一致的。按照这样的方案实

施的检测系统能够探测在 τ_0 秒内传给探测器的最低能量为

$$E_{\min} = k\theta \sqrt{\frac{\lg \delta}{\pi\beta Q}} \quad (20)$$

的引力波脉冲信号。通常 $\lg \delta \approx 10^{-3}$, $\beta \approx 3 \times 10^{-5}$, $Q = 10^5$, 因此最低能量约为 $0.01k\theta$, 甚至低于热噪声能量。

上面讨论了从信号幅度内提取信息的方法, 但还没有考虑提取其相位中的信息的问题, 这是很不够的。为了能同时检出信号幅度和相位中的信息, 可以考虑在传感器之后接一中心频率在 ω_0 的窄带滤波器 $H(f)$, 因此 $H(f)$ 的输出信号 $A(t)$ 可以认为是一个包含有窄带噪声的窄带信号。根据窄带信号理论可令

$$A(t) = A_x(t) \cos \omega_0 t - A_y(t) \sin \omega_0 t, \quad (21)$$

其中 $A_x(t)$ 和 $A_y(t)$ 分别表示 $A(t)$ 包线的两个正交分量, 它们可以采用相关检测的方法得到。

当 $A(t)$ 与本振信号 $\cos \omega_0 t$ 相关时, 其积分器的第 i 次输出为

$$A_x(\mu_i) = \int_{\mu_{i-1}}^{\mu_i} A(t) \cos \omega_0 t dt. \quad (22)$$

把 (21) 代入 (22) 并设积分时间 $\mu_i - \mu_{i-1} = \mu \gg \frac{1}{\omega_0}$, 积分后得到

$$\frac{A_x(\mu_i)}{\mu} \approx \frac{1}{2\mu} \int_{\mu_{i-1}}^{\mu_i} A_x(t) dt. \quad (23)$$

同理, 使 $A(t)$ 与 $\sin \omega_0 t$ 相关后得到

$$\frac{A_y(\mu_i)}{\mu} \approx \frac{1}{2\mu} \int_{\mu_{i-1}}^{\mu_i} A_y(t) dt. \quad (24)$$

$A_x(\mu_i)$ 和 $A_y(\mu_i)$ 分别表示 $A(t)$ 的两个正交分量在 μ_{i-1} 到 μ_i 间的平均值 (只差一个常数因子), 我们用复矢量 $\mathbf{A}(\mu_i)$ 来表示它。

$$\mathbf{A}(\mu_i) = A_x(\mu_i) + jA_y(\mu_i). \quad (25)$$

$|\mathbf{A}(\mu_i)|^2$ 就表示 $A(t)$ 在 μ_{i-1} 到 μ_i 间的平均能量 (差一常数因子), 这时 $\mathbf{A}(\mu_i)$ 的变化为

$$\Delta \mathbf{A}(\mu_i) = \mathbf{A}(\mu_i) - \mathbf{A}(\mu_{i-1}) e^{-\alpha_0 \mu}. \quad (26)$$

右边第二项中的 $e^{-\alpha_0 \mu}$ 是因为天线的阻尼而引起的, 如果 τ_0 秒中有 m 次积分, 即如 $\tau_0 = m\mu$, 那么在 τ_0 秒中天线的实际变化为

$$\Delta \mathbf{A}(\tau_0) = \sum_{i=1}^m \Delta \mathbf{A}(\mu_i), \quad (26)$$

其中 τ_0 满足方程 (19)。根据 $\Delta \mathbf{A}(\tau_0)$ 的分布就可以判定有没有引力波的作用。

文献 [2] 没有考虑提取相位中的信息, 因此在实施 (18) 式后可以进一步在计算机上处理数据。

五、结 语

上面我们分析了脉冲引力波信号的检测原理, 理论分析和实验都表明, 为了提高天线的灵敏度, 必须选用高 Q 天线, 增大系统的机电换能系数 β , 选取适当的系统带宽和降低温度。

目前虽然还没有探测到引力波, 但这项工作的开展却大大推进了弱信号检测的研究, 实践表明, 检测低于系统热噪声能量的脉冲信号是完全可能的, 检测小于原子核半径的形变也是可能的。

本文曾得到张平华同志热情指导和支持, 保宗悌同志对本文进行了认真审阅, 在这里谨表感谢。

参 考 文 献

- [1] G. W. Gibbons, S. W. Hawking, *Phys. Rev. D*, 4(1971), 2191.
- [2] M. J. Buckingham, E. A. Faulkner, *The Radio and Electronic Engineer*, 42-4(1972), 163.