

$$d = (g\alpha\Delta TR^3\nu^{-2})^{\frac{1}{2}}\omega_0^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

时,应对 ω_0 用(4)式进行修正.

三、初步结果

1. 提拉法系统液流中一般存在三个区域: 自然对流区、强迫对流区、及复合对流区(变区);

2. 液流突变存在着上临界雷诺数和下临界雷诺数. 因此,晶体生长过程中,系统的雷诺数不宜取在上、下临界雷诺数之间;

3. 对临界转速和临界直径的计算,应该考虑固液界面锥角的影响.

以上仅为模拟实验的初步结果,有待进行深入的数学分析和实验.

张海丽同志参加了本文的实验工作,特此致谢.

参 考 文 献

- [1] 喻先锋,物理, 9-3 (1980), 198.
- [2] 王致清,李社云,苏尔曼,流体力学,中国工业出版社, (1962).
- [3] K. Takagi, F. Fukazawa and M. Ishii, *J. Crystal Growth*, 32(1976), 89.
- [4] D. C. Miller, A. J. Valentino and L. K. Shick *J. Crystal Growth*, 44 (1978), 121.
- [5] 中国科学院上海光学精密机械研究所 801 组,激光, 2 (1979), 48.
- [6] J. R. Carruthers, *J. Crystal Growth*, 36 (1977), 212.

电 介 质 的 热 噪 声*

陈 祖 培

(中国科学院上海技术物理研究所)

电阻的热噪声起源于在一定温度下的导体中所存在的电涨落现象. Johnson 首先观察到这一现象并对电解液和金属电阻作了精确的实验测量^[1]. Nyquist 首先推导出与实验值符合得很好的热噪声公式:^[2]

$$i_n = \left(\frac{4kT}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{或} \quad e_n = (4kTR)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

上式亦称 Nyquist 公式或 Johnson 公式. 其中 i_n 为电阻 R 中流过的热噪声电流频谱密度, e_n 为电阻 R 两端呈现的热噪声电压频谱密度, k 为 Boltzmann 常数, T 为电阻 R 所处温度.

Nyquist 公式是根据实验结果假设电阻和噪声均不随频率而变(即所谓“白噪声”)的条件下得出的. 电介质的电阻(阻抗实部)均随频率而变. 显然, Nyquist 公式是否适用,有待于作严格的论证. 本文给出了某些电介质材料的损耗电阻及其热噪声的实验测试结果,并根据振荡电路中电涨落的统计性质推导了适用于这些电介质的热噪声公式.

一、实验方法及测试结果

为了测出电介质的损耗和热噪声,实验样品制成平板电容器结构. 用 QC-16 型电容电桥可方便地测出其损耗角正切 $\tan \delta$ 和电容 C_s . 用图 1 所示的噪声测试系统正确测出电容器噪声.

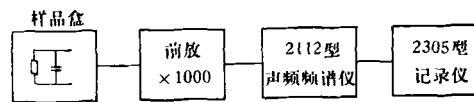


图 1 噪声测试系统方块图

我们选用了 SiO_2 , LiTaO_3 和 PbZrTiO_3 三种电介质制作实验样品. SiO_2 直接用 MOS 型场效应晶体管的绝缘层, 后两种材料利用悬吊于真空中的薄片电容. 为了避免电桥电压对电容和损耗角正切值的影响, 电桥电压小于 150

* 1979 年 6 月 13 日收到.

mV, 满足小信号测试条件. 而且, 介质电容器施加直流电压会引进附加噪声, 影响热噪声测量. 图 1 所示测试系统采用的低噪声前置放大器输入端呈零电位, 保证待测样品处于无偏置状态.

噪声测试采用比较法. 用标准电阻的热噪声作为标准源. 这样, 选用较长的积分时间和慢的走纸速度, 噪声测试误差可小于 10%.

样品电阻及其接入前置放大器后输入端总噪声为

$$R_s = (\omega C_s \tan \delta)^{-1}, \quad (2)$$

$$V_n = [(i_{ns}^2 + i_{n0}^2) \omega^2 (C_s + C_{in})^2 + e_{n0}^2]^{1/2} \sqrt{\Delta f}, \quad (3)$$

其中 i_{ns} 为样品中热噪声电流频谱密度, i_{n0} 为前置放大器等效噪声电流源, e_{n0} 为前置放大器等效噪声电压源, C_{in} 为前置放大器输入电容, Δf 为噪声带宽.

为了减小前置放大器噪声对测试精度的影响, 除选用 i_{n0} 和 e_{n0} 小的前置放大器外, 必须合理选择样品电阻 R 和电容 C_s 的大小, 使(3)式右边 i_{n0} 和 e_{n0} 的影响减至最小.

图 2 是 SiO_2 电容器的噪声频谱及 $4kT/R_s$ 频谱. 由图可见, 在所测频率范围, 噪声电流 i_{ns}^2 和 $4kT/R_s$ 与频率成正比, 前者差不多为后者的两倍. LiTaO_3 和 PbZrTiO_3 具有类似频谱.

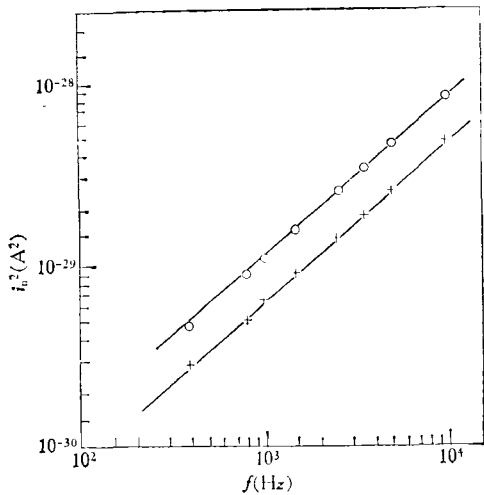


图 2 SiO_2 电容器频谱

○—— 样品噪声测试值;
+—— $4kT/R_s$

表 1 中给出了相应的 C_s , $\tan \delta$ 和 $i_{ns}^2/4kTR_s^{-1}$.

表 1 典型样品的测试结果

材 料	C_s (pF)	$\tan \delta$	$i_{ns}^2/4kTR_s^{-1}$
SiO_2	5.9	0.011	2.0
LiTaO_3	79	0.018	2.1
PbZrTiO_3	69	0.010	1.9

由表 1 可知, 三种介质材料的热噪声电流的均方值都比根据电阻值 R_s 用 Nequist 公式计算的热噪声值 $4kTR_s^{-1}$ 大一倍左右.

二、电介质的热噪声公式

文献 [3] 根据振荡电路中电涨落的统计性质, 推导了“白噪声”条件下的热噪声公式, 即 Nyquist 公式. 对于电阻和噪声随频率变化的电介质, 下面将看到, 只要对假设条件作适当变更, 仍然可以采用这种方法来推导电介质的热噪声公式. 根据电介质响应的经验公式, 如 Cole-Cole 表达式^[4], 极化率的虚部(亦即介电常数虚部)在频率不太低时都遵从下述规律:

$$\chi''(\omega) = \epsilon'' \propto \omega^{n-1}, \quad (4)$$

其中 n 为小于 1 的常数. 倪嘉陵通过对过去三十年公布的全部电介质数据的详尽分析, 令人信服地证明 (4) 式对电介质具有普适性^[5]. 因而, 电介质的电阻具有下述形式:

$$R = R_0/\omega^n. \quad (5)$$

根据上节的实验结果以及大量的测试证明, 噪声电压频谱密度具有与(5)式类似的频谱:

$$e_n^2 = e_0^2/\omega^{-n}, \text{ 或 } i_n^2 = i_0^2\omega^n. \quad (6)$$

如果将电介质电阻接入 LC 振荡电路, 如图 3 所示. 热噪声电压 $V_n(t)$ 和热噪声电流 $I_n(t)$ 满足下述方程组:

$$V_n(t) = I_n(t)R + q/C, \quad (7)$$

$$\frac{q}{C} = L \frac{dI_2}{dt}, \quad (8)$$

$$I_n(t) = I_1 + I_2, \quad (9)$$

其中 q 为电容 C 贮存的电荷, I_1 和 I_2 分别为

流过 C 和 L 的电流。将 $V_n(t)$ 和 $I_n(t)$ 用傅里叶积分展开

$$V_n(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (10)$$

$$I_n(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} J(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (11)$$

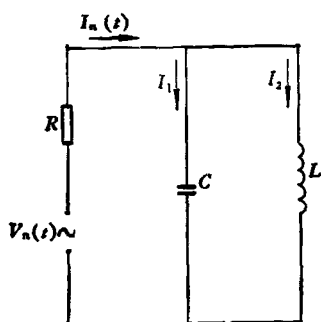


图3 LC振荡电路

如果观察时间 τ 足够长, 则 $V_n(t)$ 和 $I_n(t)$ 的均方值为

$$\overline{V_n^2}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} |W(\omega)|^2 d\omega, \quad (12)$$

$$\overline{I_n^2}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} |J(\omega)|^2 d\omega. \quad (13)$$

显然, $\overline{V_n^2}(\tau)$ 和 $\overline{I_n^2}(\tau)$ 的频谱密度分别为

$$e_n^2 = \frac{2\pi}{\tau} |W(\omega)|^2, \quad (14)$$

$$i_n^2 = \frac{2\pi}{\tau} |J(\omega)|^2. \quad (15)$$

由方程组 (7), (8), (9) 消去 I_1 和 I_2 , 并将 (10), (11) 式代入可得

$$J(\omega) = \frac{(1 - \omega_0^{-2}\omega^2) W(\omega)}{R(1 - \omega_0^{-2}\omega^2) + iL\omega}. \quad (16)$$

如果 L 足够小, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \gg \omega$, 并将 (16) 式

代入 (13) 式可得

$$\overline{I_n^2}(\tau) = \frac{1}{2\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|W(\omega)|^2 d\omega}{R^2 + L^2\omega^2}. \quad (17)$$

将 (5), (6) 和 (14) 与 (17) 式联立可解得

$$\overline{I_n^2}(\tau) = \left(\frac{1}{2\tau}\right) \frac{\pi |W(\omega)|^2}{(1+n)RL}. \quad (18)$$

根据能量均分定理有

$$\frac{1}{2} LI^2(\tau) = \overline{q^2}(\tau) = \frac{1}{2} kT \quad (19)$$

由 (18) 和 (19) 式可得

$$e_n^2 = (1+n) 4kTR, \quad (20)$$

$$i_n^2 = (1+n) 4kT/R. \quad (21)$$

这就是电介质的热噪声公式, 比 Nyquist 公式多出一个因子 $(1+n)$. 显然, 如果 $n=1$, 则电介质的热噪声比 Nyquist 公式计算值大一倍. 这与上节的实验结果相符. 如果 $n=0$, 退化为 Nyquist 公式, 因而 (20) 和 (21) 具有普遍意义.

三、结 语

Nyquist 公式对于金属和半导体等电阻与频率无关的导体是适用的. 但用于电介质时必须乘上一个修正因子 $(1+n)$. n 代表电阻或噪声频谱的幂指数.

施学成、梅伟芳两同志曾参加实验测试, 本文撰写过程中曾得到汤定元同志指导, 作者在此顺致谢意.

参 考 文 献

- [1] J. B. Johnson, *Phys. Rev.*, **32** (1928), 97.
- [2] H. Nyquist, *Phys. Rev.*, **32** (1928), 101.
- [3] 王竹溪, 统计物理学导论, 第二版, 人民教育出版社 (北京), (1965), 224.
- [4] K. S. Cole and R. H. Cole, *J. Chem. Phys.*, **9** (1961) 311.
- [5] 倪嘉陵, 物理, **9** (1980), 92.