

讲 座

磁通钉扎效应浅释

丁世英（南京大学物理系）

第二类超导体中，晶体缺陷与磁通线之间的相互作用力能阻滞磁通线的自由运动，叫做对磁通线的钉扎力。晶体缺陷叫做钉扎中心，简称钉点。每个钉点的钉扎力叫元钉扎力(f)。单位体积中所有 f 的矢量和叫宏观钉扎力密度，简称宏观钉扎力(F)。设单位体积中元钉扎力为 f_i 的钉点有 n_i 个，则 $F = \sum_i n_i f_i$ 。由于 f_i 及 F 的存在而导致的一切宏观不可逆性质，如临界电流，磁滞现象，交流损耗等等都是“钉扎效应”的表现。对钉扎效应的理解包括元钉扎力 f 的产生及它们与宏观钉扎力 F 的关系。在对所有 f_i 求和而得到 F 的问题中又与磁通线阵的性质有关。所以影响第二类超导体中宏观钉扎力的因素大体上可分为三个方面： f 的产生及大小，磁通线阵的性质及求和的方法^[1]。下面分别讨论它们。

一、磁通线阵的性质

一般认为磁通线因受单个钉点作用而产生的位移较小，因而把磁通线阵当作弹性体，应力和应变满足虎克定律。考虑到线阵的二维特性，用三个独立的模量 C_{11} 、 C_{44} 和 C_{66} 来描述就够了。 C_{11} 是与线阵的体积压缩率有关的模量， C_{44} 是倾侧模量， C_{66} 是切变模量。它们都可由超导样品的磁化曲线来求得。计算表明，对高 κ 材料，除在下临界场 H_{c1} 附近的其它磁场范围内，可写成

$$C_{11} = C_{44} = \frac{b^2}{\mu_0 B_{c_1}}, \quad C_{66} = \frac{0.13 \cdot B_{c_1}}{\mu_0 \kappa^2} \cdot (1 - b)^2,$$

式中的 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 亨利/米， B_{c_1} 是上临界磁感， κ 是金兹伯-朗道参数， $b = \frac{B}{B_{c_1}}$ 是约化磁感。由此可知，弹性模量是磁场和温度的函数（因 B_{c_1} 等是温度的函数）。

磁通线阵本身还含有各种各样的缺陷，如位错、晶界、层错、空位、填隙等等。和晶体缺陷的情况相仿，线阵缺陷对线阵的强度有显著地影响，因而线阵缺陷对钉扎力的求和方法也可能有影响。

二、元钉扎力

晶体缺陷对磁通线产生钉扎的物理原因是它们处于磁通线阵中的不同位置时超导体有不同的自由能。用 G 表示这个自由能，则求出 G 后，元钉扎力就可由公式 $f = -\nabla G$ 求得。因为钉点的存在可能有多种机制对 G 有贡献，因而也就有多种钉扎机制。主要是如下一些：

1. 弹性钉扎

导致这种互作用的原因是样品处于正常态时比超导态的密度大，硬度高。我们知道，磁通线可以粗略地看成是半径为 ξ （相干长度）的圆柱体。圆柱体内（磁通线的核区）是正常态，体外仍是超导态。于是超导体中磁通线的核区就发生“收缩”和“硬化”的现象，它们将和晶体缺陷的弹性应力场发生两种类型的弹性互作用力。所有能在超导体中产生弹性畸变的钉点都可能有弹性钉扎效应。

核区收缩效应导致的互作用叫一级弹性互作用。计算表明，其大小与体膨胀率成正比。因而，不引起超导体体积变化的晶体缺陷，如晶体螺位错等就没有这种钉扎力。按典型的超导材料铌钛合金估算，刃位错的元钉扎力的最大值为 $f = 5 \times 10^{-7}$ 牛顿/米。超导体中的杂质、沉淀相、空洞等都能产生一级弹性钉扎力。

核区硬化效应导致的互作用叫二级弹性互作用。由于磁通线核区的硬化，使超导体发生切应变的任何缺陷在距磁通线近处将使弹性畸变能较高，而在距磁通线较远处弹性畸变能较低。这显然使得磁通线与缺陷互相排斥，即钉扎力 f 总是排斥力。对上面提到的铌钛，在最佳条件下一根螺位错的元钉扎力 $f = 5 \times 10^{-6}$ 牛顿/米。

2. 核钉扎

造成这种互作用的根源是钉点处于相对磁通线的不同位置时将导致超导体的凝聚能不同。例如，一个

正常相钉点(夹杂物、空洞、沉淀相等)处于磁通线核区将比处于核外超导区能量低。因为后一种情况使超导区域减小,超导体凝聚能损失,自由能升高。一般说,核钉扎力与钉点的性质、尺寸、形状、相对取向等有关。对典型材料中20埃直径的球状正常相钉点, $f = 10^{-14}$ 牛顿。

3. 磁钉扎

产生这种钉扎是由于钉点的位置不同时对磁通线核外的磁场及涡旋电子的动能有不同的影响,这就使自由能 G 与钉点位置有关。能产生磁钉扎的有各种面缺陷如晶界、相界、位错胞壁等。这种作用包括界面的磁化电流与磁通线核外涡旋电流间的排斥作用和界面与磁通线间的“磁镜象”吸引作用这样两个方面。对典型材料中的正常-超导相界, $f \approx 3 \times 10^{-3}$ 牛顿/米。这虽略小于核钉扎的大小,但因两者与 κ 有不同的函数关系,高 κ 材料中的磁钉扎是可以比核钉扎强的。

4. 高场 ($b \rightarrow 1$) 情形 ($b = \frac{B}{B_c}$ 是折合磁感强度)

以上的讨论都是对准孤立的磁通线而言的。当 $b \rightarrow 1$ 时磁通线的尺寸已与线阵参数相当,即相邻的磁通线已开始重迭,以上处理方法已不再恰当。不过此时超导有序参数已很小,可以用金兹伯-朗道理论来计算 G 。理论计算中认为钉点改变了材料的上临界场 H_{c2} 及 κ ,因此钉点对 G 的影响可写为(不包括弹性项)

$$\delta G = \mu_0 H_c^2 \left[\left(-\frac{\delta H_{c2}}{H_{c2}} \left| \frac{\psi}{\phi_0} \right|^2 + \frac{1}{2} \frac{\delta \kappa^2}{\kappa^2} \left| \frac{\psi}{\phi_0} \right|^4 \right) dV \right],$$

式中 ψ/ϕ_0 是约化序参数, H_c 是热力学临界场。因此,各种导致 H_{c2} 和 κ 改变的缺陷都有钉扎力 f 。

三、对 f 的求和方法

求和方法问题是目前尚不很清楚的问题。困难之处在于如何考虑磁通线的性质对求和方法的影响。图1是线阵弹性对求和影响的示意图。设钉点在线阵中

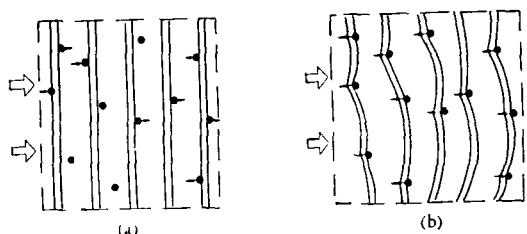


图 1

是统计性分布的,并且所有钉点的元钉扎力都是 f ,线阵整体受力自左向右如箭头所指。图1(a)是完全刚硬的线阵的情形。显然 $\mathbf{F} = \sum_i n_i \mathbf{f}_i = 0$,宏观钉扎力消失,线阵运动不受阻碍。图1(b)是完全柔软的线阵。此时有 $\mathbf{F} = \sum_i n_i \mathbf{f}_i = \sum_i n_i \cdot \mathbf{f} = n \mathbf{f}$, n 是钉点的体密度。这表示线阵的宏观钉扎力达到最大值,为所有元钉扎力的算术和(叫直接求和)。设想线阵的弹性实际上介于上述两种极端情形之间,如图2所示。这时线阵整体受力仍是自左向右。图2(a)表示 f 较小(或线阵比较硬),图2(c)是相应的自由能曲线(较平坦),它表示磁通线在受这样的元钉扎力钉扎后相对钉点仍是对称分布的,所以线阵还是相当于没有受到宏观力(即元钉扎力之和为0)。图2(b)表示 f 较大(或线阵较软),图2(d)是相应的自由能曲线(较陡峭),此时磁通线在受钉扎后相对钉点的分布不是对称的,所以线阵受到了宏观的钉扎力($F \neq 0$)。根据刚才分析的情况可以推断:对特定的温度和磁场,线阵(它的弹性强度即确定)必存在一个临界力 f_c ,当 $f < f_c$ 时就属于图2(a)的情况, $F = 0$,当 $f > f_c$ 时就属于图2(b)的情况, $F \neq 0$ 。 f_c 就是钉扎力 f 是否有效的判据,称为钉扎力阈值。显然 f_c 是线阵弹性强度的标志,因为 f 的大小是和线阵的刚性相比较而言的。计算表明,

$$f_c = 4\pi \left(\frac{\pi \phi_0 C_{44} C_{66}}{B} \right)^{1/2}$$

对处于中等场强的典型材料, $f_c \approx 3 \times 10^{-10}$ 牛顿,式中的磁通量子 $\phi_0 = 2.07 \times 10^{-17}$ 高斯·厘米²。顺便先提一下,因为线阵缺陷对线阵强度有影响,即对 C_{44} 有影响,所以也将对求和结果有影响。后面还要讨论这种影响。归纳起来,目前大体有三种求和方法。

1. 直接求和

这种方法是假设线阵充分软,相当于图1(b)的情

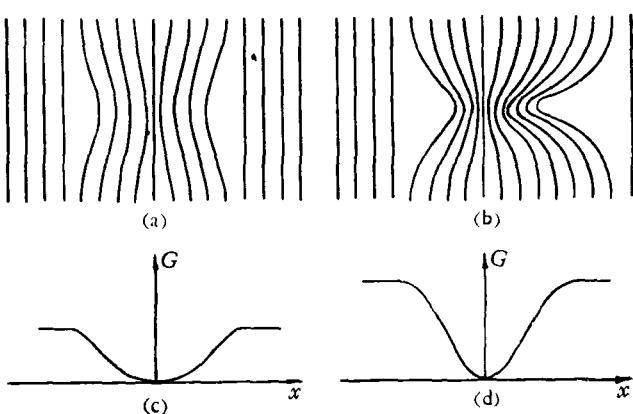


图 2

况,此时 $F = nf$. 杜修斯 (Dew-Hughes) 指出,此种求和法对高 κ 强钉扎材料(商品超导材料都属此类)是适用的^[1]. 他用这一求和法,配以不同的 f 表达式 (f 的值由钉点的性质决定),求出了不同情况的 $F(T, b)$,并把他的结果与实验作了比较,能够说明某些实验结果.

2. 统计求和

拉伯希 (Labusch) 等人认为,线阵的弹性不能忽略,情况应大体相当于图 2. 他求和的主要假设是:(1)磁通线之间的互作用可用弹性理论描述;(2)元钉扎力是点力;(3)钉扎中心的体密度很小;钉点之间无任何影响;(4)钉扎中心在样品中的分布是统计性的.根据这些假设拉伯希得到^[3]

$$F = \begin{cases} n \cdot L_s \cdot \left(\frac{B}{\phi_0}\right)^{3/2} \cdot \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{C_{44}C_{66}}}\right. \\ \quad \left. + \frac{1}{\sqrt{C_{44}C_{66}}}\right) \cdot f^2 & (f > f_c), \\ 0 & (f < f_c), \end{cases}$$

L_s 是钉点的尺寸. 这种求和通常称为统计求和. 由上式可见,统计求和结果有两个显著的特点:(1)是 F 正比于 f^2 , (2)是 $f > f_c$ 时才有宏观钉扎效应,式中的 f_c 就是钉扎力阈值.

统计求和对线阵的强度假设比较合情理,理论基础又很坚实,所以一直为多数人所接受. 不少的作者还作了各种修正和推广. 例如坎贝尔 (Campbell) 最近使用更简单的钉扎势曲线求得的结果是 $F = n \cdot f \cdot \frac{f - f_c}{f + f_c}$ ($f > f_c$) 和 $F = 0$ ($f < f_c$)^[4]. 坎贝尔结果的主要特点是沒有明显的 F 与 f^2 成正比的关系及 $f \gg f_c$ 时 $F = nf$ 和直接求和一致,这就加强了两种方法间的联系.

统计求和的主要问题是有些钉扎实验结果没有证实 $F \propto f^2$ 关系. 更重要的是实验证明,那些 $f < f_c$ 的钉点也表现出宏观钉扎效应 ($F \neq 0$).

3. 经验求和

克拉默 (Kramer) 在寻求求和方法时选择若干样品,每种样品只含有一种钉点(如位错环,空洞等),这种钉点的 f 是能较可靠地计算的. 对这种样品进行测量、求得每个钉点的平均宏观钉扎力 Q , $Q = F/n$. F 是实验值. 然后作出图,图 3 就是这样的图. 图中画出了两种理论求和结果的曲线,点子是含有不同钉点的各样品的实验结果. 此图中实验结果说明了:(1)不存在钉扎力阈值 f_c , (2)对大 f , Q 与 f 近似线性关系;对小 f , Q 与 f 近似抛物线关系. 实验点子形成的就是经验求和曲线^[5].

克拉默认为,经验求和的结果和两种理论求和结

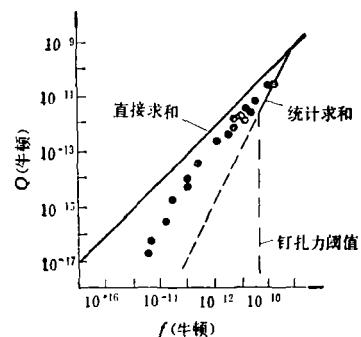


图 3

果不同的原因是,磁通线阵列错局域地降低了线阵的强度,因而也降低了 f_c . 线阵位错与各钉点的距离不同又使 f_c 对各钉点也不是常值. 若阈值为 f_c 的钉点密度为 n_f , 利用坎贝尔的公式,宏观钉扎力密度应为

$$F = \sum_f n_f f \frac{f - f_c}{f + f_c},$$

求和对所有 $f > f_c$ 的钉点进行. 上式表明, $f \gg f_c$ 即为直接求和,而对小的 f 则和统计求和相近. 经验求和的曲线目前还不能从微观上推得,克拉默的解释是否恰当也有待于进一步证实.

拉伯希不久前指出^[6],统计求和与实验的矛盾可能是由于样品情况不完全和他的求和的假设条件相符,即理论被推广到了不能适用的范围内去了. 坎贝尔把目前的钉扎理论与实验作了详细比较后得出结论,没有一个理论能完满地解释实验结果的所有主要特征. 因此还很需要发展新的钉扎理论. 例如考虑到钉扎中心间有相互作用的理论,磁通线阵的形变不是弹性的而是范性的理论等等. 总之,目前对钉扎效应的理解还是不够清楚的.

参 考 文 献

- [1] H Ullmaier, Irreversible Properties of Type II Superconductors, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, (1975).
- [2] D. Dew-Hughes, Phil. Mag., 15(1974) 293.
- [3] R. Labusch, Crystal Lattice Defects, 1(1969), 1.
- [4] A. M. Campbell, Phil. Mag., B37(1978), 149.
- [5] E. Kramer, J. Appl. Phys., 49(1978), 742
- [6] E. Kramer, J. Nuc. Mat., 72(1978), 5.

名 词 解 释

1 临界磁场: 在某一温度以下电阻率等于零的导体,叫超导体. 这个温度叫临界温度. 超导体也只有在一定磁场值以下才能呈现超导态,超过此磁场值的外场便破坏超导态,此磁场值称为临界磁场,临界场值随超导体不同而异,它也是温度的函数,现在知道的临界场最强的是铅钼硫化合物,它的临界磁场在 $T = 0K$

时约为60万高斯。

2. 第二类超导体：超导体因其在外场中的表现不同而分两类。第一类超导体是指只有一个临界场(H_c)，当 $H_{\text{外}} < H_c$ 时是超导的，当 $H_{\text{外}} > H_c$ 时不超导。第二类超导体有两个临界场：上临界场 H_{c_1} 和下临界场 H_{c_2} 。在 $H_{\text{外}} < H_{c_1}$ 时仍是完全超导态，在 $H_{c_1} < H_{\text{外}} < H_{c_2}$ 时磁场部分地进入超导体，此超导体中部分地为正常态，部分地为超导态，常称此种状态为正常与超导的“混合态”。在 $H_{\text{外}} > H_{c_2}$ 时样品完全处于正常态。

3 磁通线阵：透入混合态样品的磁场是以一根根磁通线形式存在的，每根磁线的磁通量为

$\Phi_0, \Phi_0 = 2.07 \times 10^{-15}$ 韦伯·米²。这些磁通线排列很规则，形成“阵列”，叫磁通线阵。线阵现在知道主要是三角阵，也有正方阵的。三角阵指最近邻的三根磁通线位于正三角形的顶点。

4. 钉扎：磁通线受力作用后将会自由运动，若再有一较大的阻力作用，则不能运动，此阻力相当于将磁通线“钉”住，叫钉扎。在金属材料中有缺陷对位错的钉扎，在硬材料中有缺陷对磁畴壁的钉扎，在超导体中有缺陷对磁通线的钉扎。钉扎力就是缺陷与磁通线的相互作用力。

第十四届国际统计物理会议简介

国际统计物理会议(英文简称 STATPHYS)¹⁾第十届会议，于1980年8月17日至8月23日在加拿大西部爱德蒙顿(Edmonton)举行。来自35个国家的近400名科学工作者参加了会议。我国有五位同志出席。大会主席 D. D. Betts 教授对我国首次参加 STATPHYS 会议表示欢迎。

在本届会议上共报告和讨论了390篇学术论文，计有30篇特邀，240篇宣读和120篇张贴报告。内容从统计力学基本原理，二维统计问题，远离平衡，无序系统直至湍流、高分子和生物物理等方面的应用，涉及30个专题。

我国代表提出了七篇论文，题为：修正F模型的 δ 临界指数(邀请报告)；闭路格林函数和临界动力学(宣读报告)；强磁场中的横输运过程(宣读)；Kondo点阵的格林函数(宣读)；反型层中自旋振荡的共振激发(宣读)；外场中反铁磁 Ising 系统的基态(张贴报告)；量子固体理论——点阵对称性与各向异性在“对关联函数”中的效应(张贴报告)。

会议对二维系的统计力学问题特别关注，反映出二维系是当前统计物理研究的最活跃领域。有关的论文，包括二维统计模型，二维相变动力学，各类物理系统的二维拓扑相变研究等占论文总数的三分之一，可以说是当前统计力学研究的主要动向。澳大利亚的 R. J. Baxter 提出了严格解可解二维模型的统一方法(Corner Transfer Matrix)，在会议上被授予玻耳兹曼金质奖章。卡丹诺夫在“不同模型二维系相变间关系”的报告中，把普适类概念作了进一步推广，指出对于具有连续变化临界线的二维模型，均可用一个具有独立自旋波和涡旋激发的高斯模型表示。哈佛大学青年教授 D. R. Nelson 在“二维晶体位错溶化理论”一文中，预言了存在新的液晶相(hexatic 相)，并介绍了他们对

二维溶解动力学等一系列问题研究的新成果。贝尔实验室 C. C. Grimes 关于“二维电子晶格溶化”的报告；Betts 关于二维 X-Y 模型中涡旋及涡旋对密度的工作；日本 H. Betsuyaku 对“准长程序”的 Monte-Carlo 计算等，均涉及 Kosterlitz-Thoalesse 二维拓扑相变研究。二维相变研究是理论密切结合实验的工作，引起了与会者的强烈兴趣。M. E. Fisher 在“简单 Ising 模型依旧兴旺发达”的综述报告中，还预言计及次近邻互作用会有新结构出现的美好前景。

有关远离平衡相变、无序系统的论文在本届会议上也占了相当份量。值得指出的是布鲁塞尔学派和哈肯学派的多稳态过渡工作，日本铃木增雄对自旋玻璃序参数的讨论，H. E. Stanley 的渗流模型等。另外，R. B. Griffiths 关于“重整化群变换数学特性的分析”；A. Jaffe 关于“场论与统计力学关系”的严格论证；R. B. Pearson 关于“点阵规范理论”的报告以及 O. E. Lanford 关于“刚球气 Boltzman-Grad 极限”的讨论，则涉及较基本的问题，也引起了与会者的共同兴趣。本届会议把化学反应、高分子、生物物理等列为专题作分组报告，并有大量的理论与计算机模拟工作，说明统计力学方法已经用于愈来愈复杂的体系。大会还特邀了美国 Yale 大学科学史教授 M. J. Klein 专题介绍 P. Ehrenfest 的生平。

下届会议(STATPHYS-15)订于1983年在苏格兰爱丁堡(Edinburg)举行。

(李正中)

1) 这是联合国教科文组织 UNESCO 所属国际纯粹与应用物理学协会 IUPAP 下的一个大型国际会议，始创于1949年。现在每三年召开一次，与低温会议、磁学会议同为 IUPAP 在统计物理和凝聚态理论方面的大型会议之一。