问题讨论

每一物理量都可能存在一极限常数

鲁 子 毅

(淮北煤炭师范学院物理系)

经验告诉我们,如果有 A, B 两物理量,本是相关的,当我们还不知道这种相关的定律而给 A, B 两物理量各自以任意独立单位时,就会出现一个度量常数.实验迟早会发现这个常数的.例如热功当量常数,就是因为热量相对于能量而独立任意规定单位而产生的.玻耳兹曼常数 k,则是温度未采用能量的单位而独立采用"度"作为单位而引起的度量常数.

经典力学的 c. g. s. 制或 M. K. S. 制既然有三个独立单位,因此,它应该有两个度量常数.光速 c 是常数的发现,说明它是长度单位与时间单位之间的度量常数.若我们在取 $c=1$ 的情况下导出时间单位,那末还有长度独立单位与质量独立单位之间的度量常数是什么常数呢?关于这个问题,宏观理论与微观理论有分歧.宏观的广义相对论(引力度规场论)认为引力常数 G (也可用爱因斯坦引力场方程中出现的常数 $K=G/c^4$ 或其倒数——力常数 $f=1/K$ 代之)是这个度量常数.而微观的量子场论(量子规范场论)则认为是作用量子 $\hbar$(普朗克常数).之所以产生分歧,是因为在宏观理论中经常出现 G 而不出现 $\hbar$,在微观理论中则是经常出现 $\hbar$ 而不出现 G.当然这两种单位制中都还有一个物理量必须独立任意选取单位.

能不能综合上述两种理论而采用 $c=\hbar=G=1$ 的单位制呢?回答是肯定的.在讨论广义相对论与量子论相结合的理论——黑洞的量子力学时,人们就这样做了.这样一来,就没有一个物理量可以任意独立选取单位了.这样没有人为任意选取单位的单位制可说是最自然的单位制了.不过人们这样做一般的着重点是为了计算上的方便性.本文将着重于其物理意义的探讨,从而导致有积极意义的新见解.

物理量常数(自然单位)的三常数表象

我们可以把 c 及 f 视为度量常数并归一化,把 $\hbar$ 视为尺度常数并规一化,因此,每一物理量都有其自己的自然尺度单位,而无需人们任意选取.但这样一来,物理量的量纲特点便不能明显地表示出来.为了量纲分析的方便,并便于和大家已经十分熟悉了的 c. g. s. (或 M. K. S.) 三量纲制单位进行比较,我们可以把它恢复为三量纲制.即用速度、力和作用量代替长度、质量和时间,用 c, f, $\hbar$ 的规一化代替厘米、克、秒单位.这样的表示方法可称之为物理量常数(自然单位)的 c, f, $\hbar$ 表象.这样的表象不是唯一的,我们当然还可以用其他常数表象,例如用 c, G, $\hbar$ 或只用 c, $\hbar$ 等等.

为了求出物理量的 c, f, $\hbar$ 表象,我们先写出 c, f, $\hbar$ 关于长度 l、质量 m 和时间 t 的量纲式:

$$c=lt^{-1},\ f=mlt^{-2},\ \hbar=ml^2t^{-1}. \tag{1}$$

再从(1)式解出 m, l, t 的 c, f, $\hbar$ 表示式,然后再根据其他物理量与 l, m, t 之间的量纲式算出其他物理量的自然单位 c, f, $\hbar$ 表示式(及 c, G, $\hbar$ 表示式),列于表 1.表 2 表示 c, f, $\hbar$ 的量纲关系.

物理量常数(自然单位)的极值性

根据表 1,既然任一物理量的自然单位都可以用常数如 c、f、$\hbar$ 等的组合把它表示出来,

表 1　各物理量常数(自然单位)的 $c, f, \hbar$ 表象

物理量名称	$c,f,\hbar$ 表象	$c,G,\hbar$ 表象	与 c, g, s 制单位比较
质量 m	$\sqrt{\frac{\hbar f}{c^3}}$	$\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$	2.17×10^{-5} 克
长度 l	$\sqrt{\frac{\hbar c}{f}}$	$\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$	1.61×10^{-33} 厘米
时间 t	$\sqrt{\frac{\hbar}{cf}}$	$\sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$	5.37×10^{-44} 秒
动量 p	$\sqrt{\frac{\hbar f}{c}}$	$\sqrt{\frac{\hbar c^3}{G}}$	6.51×10^{-5} 克 · 厘米 · 秒$^{-1}$
能量 E	$\sqrt{\hbar cf}$	$\sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}}$	1.95×10^{16} 尔格 1.22×10^{28} 电子伏
作用量角动量 J	$\hbar$	$\hbar$	1.05×10^{-27} 尔格 · 秒
面积 S	$\frac{\hbar c}{f}$	$\frac{\hbar G}{c^3}$	2.59×10^{-66}厘米^2
体积 V	$\sqrt{\frac{\hbar^3c^3}{f^3}}$	$\sqrt{\frac{\hbar^3G^3}{c^9}}$	4.17×10^{-99}厘米^3
速度 v	c	c	3×10^{10}厘米 · 秒$^{-1}$
加速度 a	$\sqrt{\frac{fc^3}{\hbar}}$	$\sqrt{\frac{c^7}{\hbar G}}$	5.59×10^{53}厘米 · 秒$^{-2}$
力　F	f	$\frac{c^4}{G}$	1.21×10^{49} 达因
密度 ρ	$\frac{f^2}{\hbar c^3}$	$\frac{c^5}{\hbar G^2}$	5.2×10^{93}克 · 厘米$^{-3}$
温度 T	$\frac{\sqrt{\hbar cf}}{k}$	$\frac{1}{k}\sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}}$ 1)	1.41×10^{32} 度
电量 Q	$\sqrt{\hbar c}$	$\sqrt{\hbar c}$	5.61×10^{-9} e. s. u.
磁量 M	$\sqrt{\hbar c^3}$	$\sqrt{\hbar c^3}$	1.68×10^{2} e. s. u. 5.61×10^{-9} e. m. u.
电流 I	$c\sqrt{f}$	$\frac{c^3}{\sqrt{G}}$	1.05×10^{35} e. s. u.

1) k 为玻耳兹曼常数.

表 2　力学主要物理量的 $c, f, \hbar$ 表示的量纲关系

t ———————— $\hbar$	时　间
$tc = l$ ———————— $\hbar$	长　度
$tc^2 = lc = \Phi$ ———— $\hbar$	旋量(速度矩)
$tc^3f = lc^2f = \Phi cf = m$	质　量
$tc^4f = lc^3f = \Phi c^2f = mc = p$	动　量
$tc^5f = lc^4f = \Phi c^3f = mc^2 = pc = E$	能　量

那末，这个自然单位本身就是一个常数．这样的常数正是该物理量特有的．这就向我们揭示了一个规律：任一物理量都存在一个基本常数．

我们把这些常数称为物理量常数．这就是大自然自己具有的绝对单位．当我们把这些常数规一化，就得到这些物理量的自然单位．如果我们不取这常数为单位，而另行任意选取单位，那末，每任意取一个单位就会相应出现一个度量常数(相对于另一独立单位而言)或尺度常数(相对于本身而言)．例如$\sqrt{\hbar c/f}$是长度的尺度常数，c 是长度对时间单位的度量常数，同时也是速度的尺度常数．

c 是速度的极大值，$\hbar$ 是作用量的极小值，其他作为自然单位的物理量常数是否与该物理量的极值有关？为了弄清这个问题，让我们分析下面一个连等式：

$$\lambdabar = \frac{\hbar}{mc} = \underset{\substack{\parallel \\ ct}}{l} = \frac{mc^2}{f} = \frac{R}{2}. \qquad (2)$$

此式中间两等式是长度 l 与质量 m 的分别与 $\hbar$ 及 f 相关的量纲关系式．最左边的一个等式是康普顿波长公式．$\lambdabar$ 通称为康普顿波长($\lambdabar$ 相当于圆振动的半径，而 $\lambda = 2\pi\lambdabar$ 相当于圆振动的周长，λ 也叫康普顿波长，它与 $h = 2\pi\hbar$ 联系)．它是质量为 m 的微观粒子的测不准半径(也是中介子的方程)．可理解为质量为 m 的微观粒子存在于以 $\lambdabar$ 为半径的范围内．最右边的一个等式是引力半径公式．质量为 m 的宏观物体，其引力半径就是 R．引力半径的物理意义是，当质量为 m 的宏观物体在引力作用下坍缩到半径为 R 时，就连光也不能从内部发出了．以 R 为半径的界面叫做视界．在视界内的物质与光都不能逃逸，因这时的逃逸速度已需超过光速，依相对论，这是不可能的．这一团坍缩的物质就被称为黑洞．当坍缩到半径 R 时，还能否继续坍缩，有无止境？单纯依靠广义相对论是不能回答这问题的．广义相对论允许其向奇点无止境坍缩，直到长度(半径)为零，密度与压力均为无限大．这是不能令人理解的．如果把它与量子力学理论结合来看，那末，质量为一个自然单位 m 的物体，最多能坍缩到半径等于引力半径之半即等于微观测不准半径为止．这时黑洞的表面引力就是 f．可见 f 是力的极大值．这时宏观黑洞 m 与微观粒子 m 就没有区别了．

可见这 $m=\sqrt{\frac{\hbar f}{c^3}}$(此式也可由(2)式导出)这一常数，就是微观粒子可能达到的质量的极大值，又是宏观黑洞质量的极小值. 这意味着，没有质量比 m 更大的微观粒子，也没有质量比 m 更小的宏观黑洞. 这个质量的自然单位 m，恰是宏观与微观的分界线.

宏观物体质量愈大，其引力半径愈大，成正比. 微观粒子质量愈大，其康普顿波长愈小，成反比. 具有质量为一个自然单位质量 m 的最重微观粒子或最轻宏观黑洞，其最小可能半径尺度就是一个自然单位长度 $l=\sqrt{\frac{\hbar c}{f}}$(这也可从(2)式导出). 可见，长度的自然单位是极小值. 同理，时间的自然单位 $t=\sqrt{\frac{\hbar}{cf}}$(也可从(2)式导出)也是极小值. 这可视为超重微观粒子和超轻微型黑洞寿命的最下限. 依黑洞的量子力学理论，黑洞仍会发射粒子而"蒸发"消失. 黑洞愈轻，"蒸发"愈快，其寿命与其质量的立方成正比.

与长度和时间的自然单位不同，密度的自然单位 $\rho=\frac{f^2}{\hbar c^3}$是上述质量为一自然单位的超重微观粒子或超轻微型宏观黑洞所能达到的密度. 因此，它应是密度的上限(极大值).

至于电量的自然单位 $Q=\sqrt{\hbar c}$，应是微观粒子所能具有基元电量的极大值. 但为什么微观粒子的基元电量总是 $e=\sqrt{\alpha\hbar c}$ (式中 α 是精细结构常数，$\alpha=1/137$)而小于 Q 呢? 这是牵连到相互作用的耦合问题. 这和质子质量小于自然单位质量的情况类似. 在下节中再讨论.

从上面分析可知，自然界每一物理量都存在一个极限值，这个极限值就是该物理常数. 有的是极小，如作用量、长度、时间等. 有的是极大，如速度、密度等. 更有的是宏观极小、微观极大，如质量、能量等. 物理量有极限值是不足为奇的，因为我们得出这样结论的根据是广义相对论与量子论的结合. 这极限是表示对这种理论应用范围的限制. 这限制比我们今日量子场论以及实验所涉及的范围还远得多. 如长度、时间极限比今日高能粒子物理所涉及的大小还小 10^{20} 数量级，质量还大 10^{20} 数量级! 现代最大加速器所得粒子能量比这个能量值还小 10^{16} 数量级，所发现宇宙线中最高粒子能量比这极限还小 10^{6}数量级!

自然单位中的粒子特征常数与耦合常数

电子或质子的电荷是微观粒子的基元电荷 $e=4.8\times10^{-10}$e. s. u.，它与自然电量单位$\sqrt{\hbar c}$的比值为

$$\frac{e}{\sqrt{\hbar c}}=\sqrt{\alpha}=8.5\times10^{-2}.$$

这是在任何单位制中都相同的无量纲纯数，而

$$\alpha=1/137=7.3\times10^{-3}$$

就是精细结构常数或称电磁耦合常数. 由此可见$\sqrt{\alpha}$就是用自然电量单位量出的基元电荷 e 的数值 $e=\sqrt{\hbar c\alpha}$.

质子是自然界稳定的重子(强子)，其静质量 $M_p=1.67\times10^{-24}$ 克，与自然质量单位之比值为

$$\frac{M_p}{\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}}=\frac{\sqrt{G}M_p}{\sqrt{\hbar c}}=\frac{M_pc^2}{\sqrt{\hbar cf}}=\sqrt{\gamma}$$

$$=7.69\times10^{-20},$$

式中 $\gamma=5.91\times10^{-39}$ 是核子级引力耦合常数. 它的方根值$\sqrt{\gamma}$就是以自然质量单位量出的质子静质量之值

$$M_p=\sqrt{\frac{\gamma\hbar c}{G}}=\frac{\sqrt{\gamma f\hbar c}}{c^2}$$

$$=1.67\times10^{-24}\text{克}.$$

电子质量用自然单位表示为

$$m_e=\beta\sqrt{\gamma}\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}=\frac{\beta\sqrt{\gamma f\hbar c}}{c^2}$$

$$=9.11\times10^{-28}\text{克},$$

式中 $\beta=m_e/M_p=1/1836$.

质子的康普顿波长为

$$\lambda\!\!\!^{-}_{p}=\frac{\hbar}{M_{p}c}=\sqrt{\frac{\hbar G}{\gamma c^{3}}}=\sqrt{\frac{\hbar c}{\gamma f}}$$

$$=2.09\times10^{-14}\text{ 厘米}.$$

质子的康普顿波周期为

$$T_{p}=\frac{\hbar}{M_{p}c^{2}}=\sqrt{\frac{\hbar G}{\gamma c^{5}}}=\sqrt{\frac{\hbar}{\gamma fc}}$$

$$=6.98\times10^{-25}\text{ 秒}.$$

一个自然质量单位中所含的质子数是

$$N_{0}=\frac{\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}}{M_{p}}=\frac{1}{\sqrt{\gamma}}=1.3\times10^{19},$$

这就是自然摩尔常数(自然阿伏加德罗常数).

电子的康普顿波长为

$$\lambda\!\!\!^{-}_{e}=\frac{\hbar}{m_{e}c}=\frac{\hbar}{\beta\sqrt{\frac{\gamma\hbar c}{G}}\,c}=\frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{\hbar c}{\gamma f}}$$

$$=3.48\times10^{-11}\text{ 厘米}.$$

原子的玻尔半径

$$a_{0}=\frac{\lambda\!\!\!^{-}_{e}}{\alpha}=\frac{1}{\alpha\beta\sqrt{\gamma}}\sqrt{\frac{\hbar c}{f}}=5.29\times10^{-9}\text{ 厘米}.$$

自然单位质量是微观粒子质量的上限. 由此可见，不论天然或人工使质子加速所能达到的速度也有个上限. 按相对论，

$$\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}=\frac{M_{p}}{\sqrt{1-\frac{v_{p}^{2}}{c^{2}}}}\text{ 即 }\sqrt{1-\frac{v_{p}^{2}}{c^{2}}}$$

$$=\frac{M_{p}}{\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}}=\sqrt{\gamma}.$$

由此得

$$v_{p}=c\sqrt{1-\gamma}\text{ 或 }\frac{v_{p}}{c}=\sqrt{1-\gamma},$$

因 γ 甚小,这个速度 v_{p} 与光速 c 相差甚微.

原子分子级密度 (也是一般常态物质密度的数量级)为

$$\rho_{A}=\frac{M_{p}}{a_{0}^{3}}=\frac{\sqrt{\gamma}\sqrt{\frac{\hbar f}{c^{3}}}}{\left(\frac{1}{\alpha\beta\sqrt{\gamma}}\sqrt{\frac{\hbar c}{f}}\right)^{3}}$$

$$=\alpha^{3}\beta^{3}\gamma^{2}\frac{f^{2}}{\hbar c^{3}}=11.3\text{ 克/厘米}^{3}.$$

原子核级密度(也是中子星密度级)为

$$\rho_{p}=\frac{M_{p}}{\lambda\!\!\!^{-3}_{p}}=\frac{\sqrt{\gamma}\sqrt{\frac{\hbar f}{c^{3}}}}{\left(\frac{\hbar}{\sqrt{\gamma}\sqrt{\frac{\hbar c}{f}}\,c}\right)^{3}}$$

$$=\gamma^{2}\frac{f^{2}}{\hbar c^{3}}=1.81\times10^{17}\text{ 克/厘米}^{3}.$$

根据以上的研究,使我们相信,采用自然单位后,不仅所有的度量常数都归一化了,所有的尺度常数(物理量常数)也规一化了. 而且粒子的特征常数都用耦合常数的组合表示出来了. 如 $e=\sqrt{\alpha}$, $M_{p}=\sqrt{\gamma}$, $a_{0}=1/(\alpha\beta\sqrt{\gamma})$ 等等. 在物理学中,就只有耦合常数出现了.这向我们揭示了粒子的特征是由相互作用决定的. 通过以上讨论，本文所得的一个重要结论就是每个物理量都存在一个极值常数，把它规一化就得出自然单位. 可是，人们不是一下子就认识这个问题的. 每当人们任意选取一个单位时就会出现一个度量常数或尺度常数. 而每当人们由实验找到一个这样的常数并理解到它为一度量常数或尺度常数时，就会突破历史性的“先人之见”创造出新的理论. 二十世纪物理学理论的几次飞跃，都与这些常数的研究密切相关. 爱因斯坦关于 c 常数的认识突破了牛顿“绝对时间”的先人之见. 相对论的根本立足点就是 c 为常数. 在认识 c 的基础上考虑 G (或 f)就得广义相对论. 对 $\hbar$ 的发现与认识建立了量子力学. $\hbar$ 与 c 结合就导致量子场论. 现在试问 c, G (或 f) $\hbar$ 三常数的结合将产生什么样的理论呢? 显然这种理论是广义相对论与量子场论的结合. 它的研究对象是超密物质态(超微型黑洞与超微观更深层次的粒子). 这已涉及超微观、超高能物理以及物质的致密态物理. 目前实验还未进人这个领域. 看来，考虑到每一物理量都有一极限常数对我们探讨新的理论,也会有一定的启示作用.