$$\left.\begin{aligned}\omega_1 &= \hbar^{-1}(V_{12}+V_{21}),\\ \omega_2 &= i\hbar^{-1}(V_{12}-V_{21}),\\ \omega_3 &= \omega_{21}=\omega_0,\end{aligned}\right\} \tag{45}$$

分别构成三维矢量 $\boldsymbol{r}$ 及 $\boldsymbol{\omega}$，在不考虑弛豫作用，且 $V_{11}=V_{22}=0$ 时，根据 (43) 式可求得 $\boldsymbol{r}$ 的运动方程亦为

$$d\boldsymbol{r}/dt=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}. \tag{46}$$

最近，Takatsuji，Brewer 等又进一步把上述矢量模型推广到含有一个或多个中间态的双量子及三量子跃迁. Grischkowsky 等人又利用绝热跟随近似，从矢量模型求得了双量子及三量子跃迁的三级极化率. 弱场下它与量子力学微扰法计算结果相同，强场下则极化率与功率有关，因而随功率增大而出现饱和.

考虑弛豫作用后，则 $\boldsymbol{r}$ 运动方程和磁共振经典唯象理论之 Bloch 方程相同（只是原子实际有多个能级和三个衰变常数，而 Bloch 方程仅两个）. 因此，对 Bloch 方程所预期的若干瞬态现象，例如自旋回波、自由核感应等相应于矢量 $\boldsymbol{r}$ 也可观察到. 正是这样，所以在光频波段观察到的光子回波、自由感应衰变（FID）、光频章动等也就不难理解了.

综上可见，引入赝矢 $\boldsymbol{r}$ 从而推广了磁共振的矢量模型. 它不仅提供了求解薛定谔方程或密度矩阵方程的一种方法，且赋予运动方程清晰的物理图象，因此在讨论量子跃迁等有关问题时受到人们极大的重视，并获得了广泛的应用.

参 考 文 献

[1] I. I. Rabi, *Phys. Rev.*, **51**(1937), 652.
[2] N. F. Ramsey, *Phys. Rev.*, **78**(1950), 695.
[3] R. P. Feynman, F. L Vernon, R. W. Hellwarth, *J. Appl. Phys.*, **28**(1957), 49.
[4] M. Takatsuji, *Phys. Rev.* A, **4**(1971), 808.
[5] R. G. Brewer et al., *Phys. Rev.* A, **11**(1975), 1641.
[6] D. Grischkowsky et al., *Phys. Rev.* A, **12**(1975), 2514.
[7] 叶佩弦，物理学报，**23**(1979), 630.

$T=\pm\infty$ 状态的特性

严子浚
（厦门大学物理系）

负绝对温度出现以来，有不少人对它进行了研究. 例如，Ramsey[1] 最先对负温度1) 情况下的热力学及统计物理学作了扼要的阐述，并指出负温度比正的更高. 随后 Hecht[2], Vysin[3] 及其他一些人[4] 又对负温度下的平衡和稳定的条件以及有关的一些问题进行了研究. 从这些研究的结果得出一个重要的结论：无论是 $T>0$，还是 $T<0$，都有

$$C_X>0, \tag{1}$$

这里 C_X 表示系统外参量 X 保持不变时的热容量. 近年来，又围绕着 Tykodi[5] 所提出的，似乎存在新的热力学定律的问题展开了一些讨论[6-9]. 讨论中得到一个共同的重要结论是

$$\lim_{T\to\pm\infty}(\Delta S)_T=0, \tag{2}$$

式中 $(\Delta S)_T$ 表示系统在一个等温过程中熵的改变. 至于 (2) 式是否可算作一条新的热力学定律，则可继续深入讨论. 此外，Landsberg[10] 较系统地讨论了正和负绝对温度下的热机和热泵浦问题. 本文将应用热力学理论，对 $T=\pm\infty$ 状态的几个主要特性进行讨论和介绍.

一、 $T=\pm\infty$ 状态

对于一般热力学系统，$T=\infty$ 的状态是无意义的，它不可能出现，因为这类系统的熵 S 和内能 U 的关系曲线是单调上升的，如图 1 所

1) 本文专指绝对温度.

示．$T=\infty$ 时，所对应的 S 和 U 都为无穷大．显然，这类系统是不可能出现负温度的．

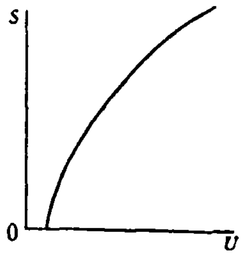

图 1

对于可出现负温度的热力学系统，其能量必须有上限，S 和 U 的关系曲线不是单调上升的，而是如图 2 所示[1)]，S 有个极大值 S_{max}．当 $S=S_{max}$ 时，$(\partial S/\partial U)_X=0$，而根据热力学公式

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_X=\frac{1}{T}, \tag{3}$$

这时 $T=\pm\infty$．可见，对于能量有上限的热力学系统，$T=\pm\infty$ 是有意义的，并且 $T=+\infty$ 和 $T=-\infty$ 在物理上具有完全相同的意义，代表同一个物理状态，即所谓 $T=\pm\infty$ 状态，也就是系统的熵为极大值的状态．

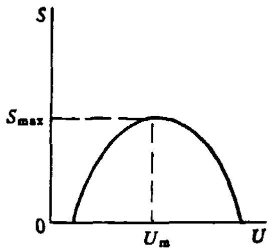

图 2

从图 2 我们也清楚地看到，可出现负温度的系统必可出现 $T=\pm\infty$ 的状态．实际上这两者出现的条件是完全一样的，最基本的就是系统的能量有上限．

二、$T=\pm\infty$ 时几个主要热力学量的特性

上面已指出，$T=\pm\infty$ 状态的熵为极大值，即 $S=S_{max}$．又根据 (2) 式，S_{max} 与系统的外参量 X 无关．换句话说，一个热力学系统，在 $T=\pm\infty$ 状态时，不论外参量 X 的数值如何，熵只有一个数值 S_{max}，它比 $T\neq\pm\infty$ 时的任何状态的熵都大．

但 $T=\pm\infty$ 时的内能 U_m 一般说来是 X 的函数．当系统的能级上、下对称时，$U_m=\frac{1}{2}U_{上限}$（设 $U_{下限}$ 为零），而当系统的能级上、下不对称时，U_m 一般不等于 $\frac{1}{2}U_{上限}$[11]，但都比相应的 $U_{上限}$ 小．根据这类系统的能量有上限，可推出 $T=\pm\infty$ 时 C_X 的特性．

由热力学基本方程，可得

$$C_X=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_X. \tag{4}$$

求积分，得

$$U(T,X)=U(T_0,X)+\int_{T_0}^{T}C_X dT, \tag{5}$$

式中 T_0 表示某一个指定的正温度，并为了简单起见，已设系统自 T_0 后不再发生相变．由于 $T=\pm\infty$ 时系统的内能必须小于 $U_{上限}$，所以要求 $T\to+\infty$ 时 (5) 式中的积分必须有限．这就要求 C_X 不但要满足

$$\lim_{T\to+\infty}C_X=0, \tag{6}$$

而且要满足

$$\lim_{T\to+\infty}(TC_X)=0, \tag{7}$$

否则 $T\to+\infty$ 时 $U\to+\infty$．又因 $T=+\infty$ 和 $T=-\infty$ 代表同一个物理状态，故由 (6) 和 (7) 式可得

$$\lim_{T\to\pm\infty}C_X=0, \tag{6'}$$

$$\lim_{T\to\pm\infty}(TC_X)=0. \tag{7'}$$

这就是说，在 $T=\pm\infty$ 时，不但 $C_X=0$，而且 $TC_X=0$．亦即 $T'\to\pm\infty$ 时，不但 C_X 趋于零，而且要比 $1/T$ 更快地趋于零．朗道[11] 和 Ramsey[1] 对负温度的研究结果，都可证实这个结论．他们的结果是，核自旋系统在 $T=\pm\infty$ 附近 C_X 正比于 $1/T^2$，或写成

1) 由 $C_X>0$ 可能出 $S(U)$ 曲线向下弯．因为由 (3) 式可得 $\left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)_X=-\frac{1}{T^2}\left(\frac{\partial T}{\partial U}\right)_X=-\frac{1}{T^2C_X}<0$，所以 $S(U)$ 曲线必须是向下弯的．因此，当系统的能量有上限时，$S(U)$ 曲线就不能是单调上升的，如图 2 所示．

$$C_X = \frac{C(X)}{T^2}, \tag{8}$$

式中 $C(X)$ 仅是X的函数，并根据(1)式，它必须是正的．显然，(8)式是满足(7′)式的．(7)式是根据U必须有限而得到的，故可以认为它是系统可出现负温度及 $T=\pm\infty$ 状态的必要条件．

三、$T=\pm\infty$ 时热功转换的特性

Ramsey[1] 已指出，在不产生其他影响的条件下，对于正温系统，不可能从它取热使之完全转变为功，而对于负温系统，不可能做功把热传给它．那么，$T=\pm\infty$ 的系统，热功转换的特性如何呢？究竟是不可能从它取热使之完全转变为功，还是不可做功把热传给它？或是两者都不可能？或是两者都可能？

为了讨论这个问题，令 $\beta=-\frac{1}{T}$，则

$$C_X = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_X = \frac{1}{T^2}\left(\frac{\partial U}{\partial \beta}\right)_X = \beta^2\left(\frac{\partial U}{\partial \beta}\right)_X, \tag{9}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \beta}\right)_X = \frac{C_X}{\beta^2},$$

$$(\Delta U)_X = \int_0^\beta \left(\frac{\partial U}{\partial \beta}\right)_X d\beta = \int_0^\beta \frac{C_X}{\beta^2}\, d\beta^{1)}. \tag{10}$$

据此，当 $(\Delta U)_X$ 不等于零且有限时，β 也必须不等于零且有限．这说明在X不变的情况下，对 $T=\pm\infty$ 的系统增加或减少能量时，必将使系统从 $T=\pm\infty$ 的状态变到$T\neq\pm\infty$ 的状态去．另一方面，由于 $T=\pm\infty$ 时系统的熵最大，要使系统从 $T=\pm\infty$ 的状态变到 $T\neq\pm\infty$的状态时，系统的熵必须减少．那么，根据熵增加原理，在不产生其他影响的条件下，就不可能对 $T=\pm\infty$ 的系统增加或减少能量．因此，对于 $T=\pm\infty$ 的系统，既不可能从它取热使之完全转变为功，又不可能做功把热传给它而不产生其他影响．

得到这个结论是不难理解的，因为 $T=\pm\infty$的状态是正、负温度的过渡状态，它必然会有这种过渡的性质．当然，似乎还可能有另一种过渡情况，亦即既可以从它取热使之完全转变为功，又可以做功把热传给它而不产生其他影响．然而这只有在 $T=\pm\infty$ 状态的熵为极小时才有可能．但根据(1)式，$S(U)$ 曲线只能是向下弯的，$T=\pm\infty$ 的熵必为极大，因此只能是前一种情况．由此可见，$T=\pm\infty$ 状态具有上述的热功转换特性是与平衡的稳定性密切相关的．

四、不存在含有 $T=\pm\infty$ 的卡诺循环

已知热力学系统在 $T=\pm\infty$ 状态的熵比其他任何 $T\neq\pm\infty$ 状态的熵都大，所以在 $T=\pm\infty$ 与 $T\neq\pm\infty$ 状态之间不可能存在等熵过程，也就是不可能存在可逆绝热过程．甚至根据熵增加原理，不可逆绝热过程也只能是从 $T\neq\pm\infty$ 的状态到达 $T=\pm\infty$ 的状态，而不能从 $T=\pm\infty$ 的状态到达 $T\neq\pm\infty$ 的状态．因此，由两个绝热过程（即使是不可逆的）和两个等温过程构成的循环过程，不可能经过 $T=\pm\infty$ 状态，所以不存在含有 $T=\pm\infty$ 的卡诺循环．

但是从 $T=\pm\infty$ 状态出发，经过非绝热的不可逆过程可以到达 $T\neq\pm\infty$ 的状态，所以含有 $T=\pm\infty$ 的不可逆循环过程是存在的．

五、结束语

$T=\pm\infty$ 状态是正和负温度之间的过渡状态，它具有独特的性质，而这些特性是与平衡的稳定性密切相关的．负温度出现后，对正、负温度有关的一些问题的认识，都取决于对这过渡状态特性的了解．例如，只有认识到该状态的熵比任何 $T\neq\pm\infty$ 状态的都大，才能肯定不可能在两个相反符号温度的热源之间构成准静态循环过程．可见，对 $T=\pm\infty$ 状态特性

1) 由于 $\lim_{\beta\to 0}\frac{C_X}{\beta}=0$，因此 $\int_0^\beta \frac{C_X}{\beta^2}d\beta$ 是可积的．

的深入研究是很有意义的.

参 考 文 献

[1] N F. Ramsey, *Phys. Rev.*, **103**(1956), 20.
[2] C. E. Hecht, *Phys. Rev*, **119**(1960), 1443.
[3] V. Vyšin, *Phys. Lett.*, **7**(1963), 120.
[4] 严子浚, 物理学报, **21**(1965), 630.
[5] R. J. Tykodi, *Am. J. Phys.*, **43**(1975), 271.
[6] A-M. Tremblay, *Am. J. Phys.*, **44**(1976), 994.
[7] A. Danielian, *Am. J. Phys.* **44**(1976), 995.
[8] R. H. White, *Am. J. Phys.*, **44**(1976), 996
[9] R. J. Tykodi, *Am. J. Phys.*, **44**(1976). 997.
[10] P. T. Landsberg, *J. Phys. A*, **10**(1977), 1773.
[11] Л. Д. 朗道, E. M. 栗弗席兹,统计物理学,杨训恺等译,人民教育出版社,(1964), 270.

一个描写机械运动的新概念——急动度

黄 沛 天

(江西师范学院)

一、牛顿力学留下的小空白

人们为了描写机械运动，引入了位移、速度、加速度等概念，同时还引入了质量、动量、相互作用力、力的冲量、惯性等概念. 由此概括出牛顿三定律，并成为描写机械运动的理论基础.

尔后，人们形成了讨论机械运动的某种模式: 根据牛顿定律列出运动微分方程，并由初始条件求出它的特定解. 众所周知，这种方程是对时间的二阶微分方程. 定解初始条件一般是两个: 初始位移和初始速度.

对于恒力作用下的运动情况，讨论比较简单. 如果是变力情况，而且力的变化与位移或速度有显函数关系(比如，弹力 $F=-kx$, 某种阻力 $f=-\beta v$)，由牛顿运动微分方程，加上两个初始条件仍可求解. 如果力的变化不具有上述性质，而仅知道物体所受力随时间的变化率为 $d\boldsymbol{F}/dt=\boldsymbol{C}$(一般地说，$\boldsymbol{C}$ 可能是 t, x, v 以至加速度 a 的函数，也可以是不为零的常矢量)，已知初始位移和初始速度，能否求出方程的特定解呢? 显然是求不出的. 因此，难以用对时间的二阶微分方程加两个初始条件求解一般变力情况下的机械运动问题.

自然界中的各种动力学过程，严格说来都是变力过程. 而对于一般的变力过程(特殊的变力过程除外)的讨论，由于实际意义往往不甚明显，可以说人们是故意暂时在牛顿力学中留下这一个小空白.

二、$\boldsymbol{j}$ 矢量的引入

1978 年 11 月号的《美国物理杂志》上，一位数学工作者 S. H. Schot[1] 发表了题为《急动度1): 加速度的时间变率》的文章，这篇文章的第一部分首先指出，在凸轮和星形轮等间歇运动机械的设计中，在铁路、公路的过渡轨道曲线的设计中，位移对时间的三阶导数——急动度概念得到了应用[2-5]，文章接着对这个概念的形成和理解作了简略的历史回顾: 最早考虑力学中路程对时间的三阶导数的是法国的几何学家 A. Transon[6]，但是对这个三阶导数明确的物理意义的讨论却是 1928 年以后的事. 当时，P. Melchior 指出[7]，急动度的明确定义是“加速度对时间的导数”，并且认为加速度的变化快慢，会引起人们舒适感的不同. 1959 年以后，急动度概念开始在力学专著中出现[8,9]. 急动度显然也是矢量，并且用符号 $\boldsymbol{j}$ 表示. 因此，文章的第二部分和第三部分对平面运动的 $\boldsymbol{j}$ 分别讨

1) 原文 jerk，意为急拉或急推，本文试译为“急动度”.