

# 微波段金属表面问题的基本理论和测量(续)

黄志洵

(中国计量科学研究院)

本文是对文献[1]的补充,讨论限于非超导体金属。

## 一、金属电导率问题的提出

金属的电导率是一个物理参量。它的定义在直流情况下是比较明确的,即金属内传导电流密度  $\mathbf{J}$  与所施加的恒定电场场强  $\mathbf{E}$  的比,可用

$$\mathbf{J} = \sigma_0 \mathbf{E} \quad (1)$$

表示,式中  $\sigma_0$  是直流电导率<sup>[2]</sup>。 $\sigma_0$  可用下式表示,即

$$\sigma_0 = \frac{n_e e^2 l}{m v_F}, \quad (2)$$

式中  $e$  是电子电荷,  $m$  是电子质量,  $l$  是导电电子以平均速度飞行的平均自由程,  $v_F$  为无外场时电子的平均速度(热运动平均速度),  $n_e$  为电子浓度,  $\sigma_0$  的倒数  $\rho_0$  是直流电阻率。直流电导率的测量可用精密的直流比较电桥进行, 加工良好的样品的  $\sigma_0$  可以 0.5—1% 的精度加以确定。

然而,怎样在几十兆赫的射频确定金属的电导率?这个问题至今没有很好解决。根据 1960 年以前国外的研究工作,认为在射频时的电导率与直流之差小于 10% 是保守的。因此, Allred 和 Cook 假定在射频时的电导率比直流小 5%<sup>[3]</sup>,这样取值后估计电导率值将准确到 ±5% 以内。这实际上是说在射频时的电导率可在  $(0.9-1)\sigma_0$  范围内取值。Adair 指出, 截止波导的各有关物理参数中,仅有“有效射频电导率”(Effective RF Conductivity)是不能以高精度确定的物理量<sup>[4]</sup>。

在微波,设计工作者也很关心金属表面的

物理状况<sup>[5]</sup>。总之,从 30 兆赫到 30 千兆赫,金属电导率的问题(特别是表面问题)是重要的课题。

## 二、金属电导率与频率的关系式

设外加交流电场  $\mathbf{E}$  (角频率  $\omega$ ) 到金属导体上, 导体中单个电子的运动服从以下方程:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + b\mathbf{v} = -e\mathbf{E},$$

式中  $\mathbf{v}$  为电子速度,  $b$  为电子粘滞阻尼系数。取  $\mathbf{E} = iE_m e^{-j\omega t}$ ,  $\mathbf{v} = iv_m e^{-j\omega t}$ , 则上式成为

$$(-j\omega m + b)v_m = -eE_m,$$

故得

$$v_m = -\frac{e}{b - j\omega m} E_m,$$

因而得到电子迁移率为<sup>[5]</sup>

$$\mu_e = \frac{v_m}{E_m} = -\frac{e}{b - j\omega m},$$

故可推出金属的电导率为

$$\sigma(\omega) = -e n_e \mu_e = \frac{n_e e^2}{b - j\omega m}. \quad (3)$$

规定  $\sigma(\omega) = |\sigma(\omega)| e^{j\theta(\omega)}$ , 则得

$$|\sigma(\omega)| = \frac{n_e e^2 / b}{\sqrt{1 + (\frac{\omega m}{b})^2}}, \quad (4)$$

可见  $\sigma(\omega)$  是一个连续复函数。当  $\omega = 0$ , 得到直流电导率(实数)为

$$\sigma_0 = \frac{n_e e^2}{b}. \quad (5)$$

当  $\omega \neq 0$ , 总有  $|\sigma(\omega)| < \sigma_0$ , 严格讲  $\sigma$  不是实数。

这种物理现象只有在波长为 1 毫米的几十十分之一时(红外区), 才是显著的; 其时电磁振荡

的周期可与电子碰撞的平均时间相比拟。本节虽然很好地说明了“复电导率是频率的函数”这样的概念，却不能解释几十兆赫时的情形。

### 三、趋肤效应与表面粗糙度的影响

许多著作讨论过直圆柱导体(直导线)的高频趋肤效应；这种效应在 0.1 兆赫时已很显著，导线中轴的电流密度可达表面的 40%。由于有效承载的横截面减小，电阻将增大。这时我们还未考虑导线表面是否光滑的问题。

表面粗糙度带来的问题是表面电流路径增长，有效的表面电导率下降。实际上，应把趋肤深度  $\tau$  与表面不平度的均方差  $H_{ck}$  结合考虑，二者的比值是关键数据。举例如下：

例 1，黄铜圆截止波导工作在 30 兆赫， $\tau = 22.6$  微米；波导内表面光洁度甚高， $H_{ck} = 0.5$  微米；故可算出  $H_{ck}/\tau = 0.022$ ，即  $H_{ck} \ll \tau$ 。这种情况表面电流路径加长问题不严重，有效的表面电导率可为  $0.99\sigma_0$ 。

例 2，黄铜传输波导(矩形或圆形)工作在 10 千兆赫，波导内表面光洁度不太高；这时  $H_{ck} \gg \tau$ 。这种情况表面电流路径加长很多，有效的表面电导率可比直流值低百分之几到百分之二十。频率越高，有效的表面电导率减少越多。这方面的理论工作早有 Morgan<sup>[6]</sup> 做过，表 1 是第二次世界大战后最早研究微波金属表面问题的一些实验数据<sup>[7]</sup>。

表 1

传输波导的材料	直流电导率测量值， $10^7(\text{欧}\cdot\text{米})^{-1}$	K 波段有效的表面电导率， $10^7(\text{欧}\cdot\text{米})^{-1}$	降低率 (%)
铜	4.5—5.5	4—4.65	11.1—15.4
黄铜	1.48—1.57	1.11—1.45	10.8—25
银	4.79	3.33	30.5

### 四、正常、反常趋肤效应

在文献[1]中，取金属的表面阻抗为  $Z_m = R_m + jX_m$ 。为尊重国际上的习惯，我们改用物理

$Z_s = R_s + jX_s$  ( $m$  是英文 metal 的第 1 个字母， $s$  是英文 surface 的第 1 个字母)，故有

$$Z_s = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon + \sigma/j\omega}} \cong \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} (1 + j). \quad (6)$$

近似条件是  $\sigma \gg \omega\epsilon$ ，即位移电流可以忽略，这时得

$$R_s = X_s \cong \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}}. \quad (7)$$

但是，当  $\sigma \gg \omega\epsilon$  成立时，趋肤深度为

$$\tau \cong \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu\sigma f}}, \quad (8)$$

故可得

$$R_s = X_s \cong \frac{1}{\sigma\tau} = \frac{\rho}{\tau}. \quad (9)$$

以上公式原则上适用于平面金属的表面。

正常趋肤效应是指金属在普通温度下对于高频电磁场的响应，其物理特征是金属内电子平均自由程较小。根据(9)式可知

$$R_s \propto \sqrt{\rho}, \quad (10)$$

即表面电阻与电阻率的开方成正比。这是正常趋肤效应的特征公式。

当金属温度(绝对温度  $T$ )下降，减小了晶格内热振动影响，电子平均自由程加大，故  $\rho$  减小， $\sigma$  增大。例如， $T$  由 300K 降到 10K， $\rho$  减小数千倍， $R_s$  降低数十倍。

然而，反常趋肤效应将阻止获得很低的  $R_s$ 。这种效应是当电子平均自由程  $l$  可与趋肤深度  $\tau$  相比时发生，对一般金属约在 10K 温度下出现。 $\tau$  被称为“正常趋肤深度”。当  $l \gg \tau$ ，电子的运动有部分时间不在  $\tau$  之内，参与导电的有效电子数减少，使  $R_s$  下降的趋势变慢，终于达到恒定。结果，超纯金属即使在很低的温度下， $R_s$  也不会很低。例如，铜在 3 千兆赫时的情况是，当温度由 300K 降为 4.2K，表面电导率只增大 6 倍<sup>[8]</sup>。因此，对于高级应用，必须改用超导材料。

### 五、解决射频时电导率测量问题的途径

现在我们回过头来谈在几十兆赫情况下确

定金属电导率的问题。Weinschel 和 Sorger 建议过用双同轴线直接测量趋肤深度  $\tau$  的方法<sup>[9]</sup>，似未实行。Yell 曾用把黄铜圆截止波导改成半波长谐振腔的办法，通过测量  $Q$  值推出黄铜在射频时的电导率，取得了 365 兆赫时的数据<sup>[10]</sup>。但这办法不能下延到 30 兆赫，因为半波长是 5 米，同轴腔的体积大得不可思议。

由(8),(9)式，可推出另一个表达式：

$$R_s = \frac{\mu\omega\tau}{2}. \quad (11)$$

可见，在  $\mu, \omega$  一定时，测出  $R_s$  就等于测出  $\tau$ 。

本文作者建议用消失模谐振腔测量  $R_s$ <sup>[11]</sup>。这种腔如以圆波导工作在  $H_{\parallel}$  模式，对等效电感配集总电容后可获得谐振腔，体积很小。这样就有可能在 30 兆赫时直接测得趋肤深度数据，从而得到射频时的金属电导率。

## 六、微波元件中的三种表面

微波元件内表面的基本金属上先是有一个性质有改变的加工变层，然后是氧化层（几十埃至几百埃厚），最后是空气分子、水汽分子的吸附层，以及尘埃层。

对付氧化层的办法有几种：(1)计算修正，如 Brown 的工作<sup>[12]</sup>。他认为对于精度达  $1 \times 10^{-4}$  的截止波导，氧化层的影响不可忽略。(2)镀保护层，如 Allred 和 Cook 的工作<sup>[13]</sup>。他们在精密黄铜截止波导内表面镀铑 0.13—0.26 微米。(3)抽真空。由于 Matyos 的见解<sup>[13]</sup>，铜在空气中放置时，在一定时间内氧化层厚度与时

间的开方成正比，这就更易于理解抽真空措施的必要性。如 Stein 的工作， $E_{010}$  模铌腔是在  $10^{-9}$  托气压下密封的<sup>[14]</sup>。

因此，室温下使用的一般微波元件的内表面的质量是低等的；计量部门建立的室温使用的无线电标准的内表面质量也只是中等的。高等的表面必须是加工光洁度高、十分清洁、能在超高真空下工作，这样的表面常常要在超低温下工作；它存在于一些高级制品中。

无疑，对表面的要求与选定的工作频率有关。如果工作频率低，就可降低要求。

北京工业大学白同云同志曾启发和帮助作者，谨此致谢！

## 参 考 文 献

- [1] 黄志洵，物理，8(1979)，461.
- [2] C K White, Experimental Techniques in Low-temperature Physics, 1959.
- [3] C. M. Allred and C. C. Cook, Trans. IRE, I-9-2 (1960), 268.
- [4] R. T. Adair, NBSIR, 1976, 76-833.
- [5] D. M. Cook, The Theory of the Electromagnetic Field, (1975).
- [6] S. P. Morgan, J. Appl. Phys., 20(1949), 352.
- [7] E. Maxwell, J. Appl. Phys., 20(1949), 352
- [8] F. Biquard and A. Septier, Nucl. Instr. Meth., 44(1966), 18.
- [9] B. O. Weinschel and G. U. Sorger, Acta IMEKO, (1964).
- [10] R. W. Yell, IEEE Trans., IM-23(1974), 371.
- [11] R. V. Snyder, Trans. IEEE, MTT-25(1977), 1013.
- [12] J. Brown, P. I. E. E., Pt. III, 93(1949), 491.
- [13] M. Matyos, Czech. J. Phys., 4-2(1954), 174.
- [14] S. R. Stein, HEPL 741, Standford University, 1974. 1—102.