

- [7] M. Lazzari, B. Serosati and C. A. Vincent, *Electrochem. Acta*, **22**(1977), 51.
 [8] A. M. Glass, K. Nassau and T. J. Negran, *J. Appl. Phys.*, **49**(1978), 4808.
 [9] J. P. Malugani and G. Robert, *Mat. Res. Bull.*, **14**(1979), 1075.
 [10] A. Levasseur, B. Cales, J. M. Reau and P. Hagenmuller, *Mater. Res. Bull.*, **13**(1978), 205.
 [11] M. Lazzari, B. Serosati and C. A. Vincent, *J. Am. Ceram. Soc.*, **61**(1978), 451.
 [12] T. Minami, T. Katsuda and M. Tanaka, *J. Non-Crystalline Solids*, **29**(1978), 389.
 [13] M. E. Milberg, *Fast Ion Transport in Solids*, ed. by W. Van Gool, Plenum Press, (1973), 373.

关于广义相对论的第四个验证

张元仲 邹振隆

(中国科学院理论物理研究所) (中国科学院北京天文台)

广义相对论的三大验证(引力、红移、光线偏折和水星近日点进动)是爱因斯坦在建立广义相对论时提出来的。1964年 Shapiro 提出了第四个检验,即“雷达回波时间延迟”实验^[1]。后来,实验结果以越来越高的精度证明了广义相对论的这个预言。本文的目的是介绍时间延迟效应的理论计算和实验结果,最后对所谓时间延迟的含意作一简短讨论。

一、理论预言

让我们先在各向同性坐标系中进行计算。参照图 1,点 O 是引力中心(太阳中心), E 是地球, P 是行星, r_e 和 r_p 分别是地球和行星到太阳中心的径向坐标,光线(雷达信号)沿弯曲轨迹 EFP 传播, r_0 是从太阳中心到 EFP 曲线的最短坐标距离, EGP 是连接地球和行星的坐标直线,它的长度以 $(a_e + a_p)$ 代表。太阳中心

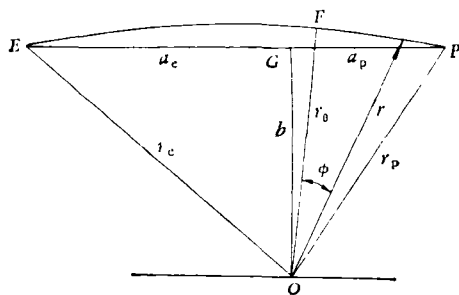


图 1

到这条直线的坐标距离是 $b = OG$ 。

求解光在史瓦西 (Schwarzschild) 引力场中的运动方程,可得光线轨迹(曲线 EFP)的方程(到 m 的一阶近似)如下:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} \cos \phi + \frac{2m}{r_0^2} (1 - \cos \phi), \quad (1)$$

式中 $m = GM/c^2$, G 是牛顿引力常数, M 是太阳质量, c 是真空中光速。

由方程 (1) 解出(到 m 的一阶近似,以下的讨论均略去 m^2 以上的项):

$$\cos \phi = \frac{r_0}{r} - 2 \left[1 - \frac{r_0}{r} \right] \frac{m}{r_0}, \quad (2)$$

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \frac{r_0^2}{r^2} \left[1 + \frac{2m}{r + r_0} \right]}. \quad (3)$$

各向同性坐标系中的史瓦西线元是^[2]:

$$ds^2 = \left[\frac{1 - \frac{m}{2r}}{1 + \frac{m}{2r}} \right]^2 c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{m}{2r} \right)^4 [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)], \quad (4)$$

光线运动是平面运动,取这个平面为 $\theta = \frac{\pi}{2}$, $d\theta = 0$ 。对于光线, $ds = 0$, 到 m 的一阶近似, (4) 式成为

$$c dt = \left(1 + \frac{2m}{r} \right) (dr^2 + r^2 d\phi^2)^{1/2}. \quad (5)$$

积分(5)式,得光线沿曲线 EFP 从地球 E 传到行星 P 所用的坐标时间隔:

$$c(\Delta t)_{EFP} = \int_{EFP} \left(1 + \frac{2m}{r}\right) (dr^2 + r^2 d\phi^2)^{1/2}. \quad (6)$$

利用(1)式,将(6)式换成对角度 ϕ 的积分,积分后再利用方程(2)和(3)将三角函数换成径向坐标,最后得到

$$\begin{aligned} c(\Delta t)_{EFP} = & \sqrt{r_e^2 - r_0^2} + \sqrt{r_p^2 - r_0^2} \\ & + 2m \left(\sqrt{\frac{r_e - r_0}{r_e + r_0}} + \sqrt{\frac{r_p - r_0}{r_p + r_0}} \right) \\ & + 2m \ln \frac{(r_e + \sqrt{r_e^2 - r_0^2})(r_p + \sqrt{r_p^2 - r_0^2})}{r_0^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

方程(7)是方程(6)沿光线的真实轨迹 EFP 曲线积分所得到的结果。

现在,我们将光线轨迹作直线近似,即将方程(6)沿直线 EGP 积分。为此,利用坐标直线的定义,

$$a_e = \overline{EG} = \sqrt{r_e^2 - b^2}, \quad (8)$$

$$a_p = \overline{GP} = \sqrt{r_p^2 - b^2}, \quad (9)$$

积分(6)式得

$$\begin{aligned} c(\Delta t)_{EGP} = & \int_{EGP} \left(1 + \frac{2m}{r}\right) (dr^2 + r^2 d\phi^2)^{1/2} \\ = & a_e + a_p + 2m \ln \frac{(r_e + a_e)(r_p + a_p)}{b^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

至此,我们求得了方程(6)沿光线真实轨迹的积分[方程(7)]和沿直线近似积分的结果[方程(10)]。下面证明,方程(7)和(10)等价。

由坐标距离的定义

$$l = \int (dr^2 + r^2 d\phi^2)^{1/2} \quad (11)$$

可知,沿直线 EGP 的坐标距离就是 $(a_e + a_p)$, 即

$$(l)_{EGP} = \int_{EGP} (dr^2 + r^2 d\phi^2)^{1/2} = a_e + a_p. \quad (12)$$

另一方面,沿光线真实轨迹 EFP 曲线积分,即利用方程(1),可求得曲线 EFP 的坐标长度,

$$\begin{aligned} (l)_{EFP} = & \int_{EFP} (dr^2 + r^2 d\phi^2)^{1/2} \\ = & \sqrt{r_e^2 - r_0^2} + \sqrt{r_p^2 - r_0^2} \\ & + 2m \left(\sqrt{\frac{r_e - r_0}{r_e + r_0}} + \sqrt{\frac{r_p - r_0}{r_p + r_0}} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

将方程(12)和(13)分别代入(7)和(10),我们有

$$\begin{aligned} c(\Delta t)_{EFP} = & (l)_{EFP} \\ & + 2m \ln \frac{(r_e + \sqrt{r_e^2 - r_0^2})(r_p + \sqrt{r_p^2 - r_0^2})}{r_0^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} c(\Delta t)_{EGP} = & (l)_{EGP} \\ & + 2m \ln \frac{(r_e + a_e)(r_p + a_p)}{b^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

此外,由 a_e 和 a_p 的定义可知,

$$\begin{aligned} a_e + a_p = & [r_e^2 + r_p^2 \\ & - 2r_e r_p \cos(\phi_1 + \phi_2)]^{1/2}, \end{aligned} \quad (16)$$

利用式(2)和(3),将(16)式中的 $\cos(\phi_1 + \phi_2)$ 换成径向坐标 r_e, r_p 和 r_0 ,可以得到

$$\begin{aligned} a_e + a_p = & \sqrt{r_e^2 - r_0^2} + \sqrt{r_p^2 - r_0^2} \\ & + 2m \left(\sqrt{\frac{r_e - r_0}{r_e + r_0}} + \sqrt{\frac{r_p - r_0}{r_p + r_0}} \right), \end{aligned} \quad (17a)$$

即

$$(l)_{EGP} = (l)_{EFP}. \quad (17b)$$

方程(17)告诉我们,到 m 的一阶近似,光线真实轨迹 EFP 的坐标长度 $(l)_{EFP}$ 等于直线 EGP 的长度 $(l)_{EGP}$ 。这就是说,光线在引力场中的弯曲只是 m 的二阶效应。此外,容易证明,方程(14)右边第二项和方程(15)右边第二项相等。因此,到 m 的一阶近似,方程(14)与(15)等价。就是说,沿光线真实轨迹的积分结果(7)与作直线近似所得到的结果(10)式是相同的。

以上是在各向同性坐标中计算的,要得到“标准”坐标中相应的量(除坐标距离以外)也不难,只要将各向同性坐标 r 与“标准”坐标 ρ 之间的如下关系(到 m 的一阶近似)

$$r = \rho \left(1 - \frac{m}{\rho}\right), \quad (18)$$

代入上面各式就行了。这些结果与直接在“标准”坐标中进行计算是一样的(除坐标距离以

外)。此外,实验测量的是固有时间隔,而且是用地球上的原子钟计时的。因此,应将上面求得的坐标时间隔 Δt 换成固有时间隔 $\Delta\tau$ 。我们将最后的计算结果罗列如下。

在各向同性坐标系中,到 m 的一阶近似,雷达信号从地球传播到行星再返回地球所用的固有时间隔(用地球上的原子钟测量)是

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= 2\Delta t\sqrt{g_{00}(\text{地球})} \\ &= \frac{2}{c}(\sqrt{r_e^2 - r_0^2} + \sqrt{r_p^2 - r_0^2}) \\ &\quad + \frac{4m}{c}\left(\sqrt{\frac{r_e - r_0}{r_e + r_0}} + \sqrt{\frac{r_p - r_0}{r_p + r_0}}\right) \\ &\quad + \frac{4m}{c}\ln\frac{(r_e + \sqrt{r_e^2 - r_0^2})(r_p + \sqrt{r_p^2 - r_0^2})}{r_0^2} \\ &\quad - \frac{2m}{c}\frac{\sqrt{r_e^2 - r_0^2} + \sqrt{r_p^2 - r_0^2}}{r_e}, \quad (19a) \\ &= \frac{2}{c}(a_e + a_p) + \frac{4m}{c}\ln\frac{(r_e + a_e)(r_p + a_p)}{b^2} \\ &\quad - \frac{2m}{c}\frac{a_e + a_p}{r_e}. \quad (19b)\end{aligned}$$

在标准坐标系中相应的固有时间隔是

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= \frac{2}{c}(\sqrt{\rho_e^2 - \rho_0^2} + \sqrt{\rho_p^2 - \rho_0^2}) \\ &\quad + \frac{2m}{c}\left(\sqrt{\frac{\rho_e - \rho_0}{\rho_e + \rho_0}} + \sqrt{\frac{\rho_p - \rho_0}{\rho_p + \rho_0}}\right) \\ &\quad + \frac{4m}{c}\ln\frac{(\rho_e + \sqrt{\rho_e^2 - \rho_0^2})(\rho_p + \sqrt{\rho_p^2 - \rho_0^2})}{\rho_0^2} \\ &\quad - \frac{2m}{c}\left(\frac{\sqrt{\rho_e^2 - \rho_0^2} + \sqrt{\rho_p^2 - \rho_0^2}}{\rho_e}\right), \quad (20a) \\ &= \frac{2}{c}(a_e + a_p) - \frac{2m}{c}\left(\frac{a_e}{\rho_e} + \frac{a_p}{\rho_p}\right) \\ &\quad + \frac{4m}{c}\ln\frac{(\rho_e + a_e)(\rho_p + a_p)}{b^2} \\ &\quad - \frac{2m}{c}\left(\frac{a_e + a_p}{\rho_e}\right). \quad (20b)\end{aligned}$$

在计算上述结果时,我们忽略了地球、行星的运动速度和位置改变。如果考虑到地球绕太阳的运行速度对原子钟的影响,还必须在方程(19)和(20)的右边加上一项 $(-m(a_e + a_p)/r_e)$ 。方程(19)和(20)正是用来与雷达回波测量进

行比较的广义相对论预言。在同实际进行比较时,Shapiro 将 $2(a_e + a_p)/c$ 定义为雷达信号在无引力场的真空中传播的时间,因此方程(19b)或(20b)中余下的项就是由太阳引力场造成的时间延迟效应(关于这一点,我们将在第三节中进行讨论)。对延迟效应贡献最大的是对数项,这一项在文献中常写成如下的形式:

$$4m\ln\frac{r_e + r_p + (a_e + a_p)}{r_e + r_p - (a_e + a_p)}. \quad (21)$$

注意到方程(8)和(9),很容易将(21)化为方程(19b)右边第二项的形式。

二、实验结果

上节的推导是用广义相对论的史瓦西解作出的,对于一般的静态各向同性度规,式(19)和(20)中的对数项还应乘上因子 $(1 + \gamma)/2$ 。用实测数据同理论公式拟合可以对 γ 值作出估计。

最初的实验是在1967年进行的,Shapiro小组用海斯太克的雷达(工作频率为7840兆赫)测量了信号从地球到内行星(金星和水星)再返回地球的时间延迟。当 $\gamma = 0.8 \pm 0.4$ 时得到最佳拟合^[3]。这种“被动”型试验依靠雷达信号在靶行星表面上的自然反射,有如下两个缺点:一是信噪比低,二是由于行星表面的不规则性使从不同点反射回来的信号到达时间弥散太大。

1970年,Anderson^[4]小组利用美国宇航局深空跟踪站的设备,测量了从地球发往人造行星水手6号和7号上的应答器再返回地球的雷达信号的时间延迟。最好的数据是在1970年4月28日取得的,那时雷达信号在离太阳中心三个太阳半径的距离内通过。由于这种“主动”型试验克服了上述被动型试验的缺点,故精度提高了一个量级,得到 $\gamma = 1.00 \pm 0.05$ 。不过,由于这个试验所用的雷达信号只有一个频率(约2300兆赫),在扣除日冕对信号传播的影响时遇到了困难。此外,由于人造行星太轻,容易受到太阳辐射压漏气和姿态控制系统的冲击等

非引力作用的影响。

1976年,“海盗”号飞船到达火星,提供了大大改善这种实验的机会。“海盗”号有两个轨道舱、两个登陆舱。轨道舱上备有工作在两个频段的应答器:一个在S频段(2.3京赫),一个在X频段(8.4京赫)。由于日冕等离子体具有色散效应,而引力效应是色盲的,故可以借此扣除日冕对信号传播时间的影响。此外,由于备有2.3京赫应答器的登陆舱放到了火星上,因而可以忽略辐射压等非引力因素的影响,精确地决定有关物体的轨道。1976年11月25日,火星上合前后,美国宇航局设在澳大利亚堪培拉的跟踪站以及设在加利福尼亚帕萨第纳的跟踪站分别对“海盗”号轨道舱和登陆舱进行了同时观测^[5],得到的结果给出 $\gamma = 1.00 \pm 0.01$ 。

最近, Reasenberg 等又对“海盗”号数据作了进一步分析处理^[6],利用在14个月中测得的大量回波资料,通过标准的线性加权最小二乘法,估计了下列25个参量,包括地球和火星的轨道根数,火星自转轴的方向和自转周期,“海盗”号登陆舱的坐标,地球自转位相、地月系统质量比、天文单位值以及度规参量等。所得的结果是: $\gamma = 1.000 \pm 0.002$ 。

这一结果可以认为是迄今为止对广义相对论最精确的验证。它对于引力常数可变的布朗斯-迪克理论所给的限制是 $\omega \geq 500$ (当 $\omega \rightarrow \infty$ 时该理论就趋于广义相对论)。

人们预期,将登陆舱放到内行星表面上,给它装上可同时工作于四个相隔很远的频段(从8至35京赫)的应答器,可望把 γ 值估计精度再提高几个量级,以致能测出后牛顿效应,这在技术上是不难实现的,只不过需要时间和经费罢了。

三、讨 论

在第一节里,我们用广义相对论计算了雷达回波时间,即方程(19)或(20),这个结果与非相对论的经典理论相比,有两个差别:第一

部分是与 m 成正比的项;第二部分来自与坐标半径 r 有关的“零阶”项,因为方程(19)和(20)中的坐标半径 r_e 和 r_p 等等,应当是由质点在广义相对论中的运动方程算出的行星轨道半径,它与牛顿轨道半径是不同的。实验所测的不是方程(19)或(20)中的个别项,而是总的效应,即雷达信号从地球到行星再回到地球所花费的总时间。所以第二节中所列举的实验观测与理论预言的比较表明,广义相对论是正确的。至于哪一部分是时间延迟效应,则与物理长度的定义有关,换句话说,依赖于我们应当把方程(19)或(20)中的哪一项(或哪几项)定义为光在无引力场的真空中通过“同样距离”所用的时间。例如, Shapiro 把(19b)或(20b)右边第一项扣除掉,剩余的项称为“时间延迟”效应^[1,6]。这相当于将坐标距离定义为物理的长度。但是,如果在各向同性坐标中这样定义了,那么在标准坐标或其它坐标系中就不能再重新定义。因为(19b)右边第一项 $2(a_e + a_p)$ 与(20b)右边第一项 $2(a_e + a_p)$ 在数值上并不相等(因为它们是不同坐标系中的坐标距离)。这就是说,如果把(19b)和(20b)右边第一项扣除,剩余部分定义为时间延迟,那么这两个方程给出的延迟数值是不等的。又如 S·温伯格^[8]把(20a)中的第一项 $(2/c)(\sqrt{\rho_e^2 - \rho_0^2} + \sqrt{\rho_p^2 - \rho_0^2})$ 说成是光线沿直线传播的项而扣除掉,其余部分定义为相对论的延迟,这种定义显然与 Shapiro 的不同,因为这一项与 $(2/c)(a_e + a_p)$ 并不相等,它们之间差 m 的一阶项。此外,按照朗道^[7]的定义,将无穷小空间间隔定义为固有距离:

$$dl^2 = g_{rr}dr^2 + g_{\theta\theta}d\theta^2 + g_{\phi\phi}d\phi^2.$$

在各向同性坐标中,积分可得

$$\begin{aligned} (l)_{EFP} = \int_{EFP} dl &= (\sqrt{r_e^2 - r_0^2} + \sqrt{r_p^2 - r_0^2}) \\ &+ 2m \left(\sqrt{\frac{r_e - r_0}{r_e + r_0}} + \sqrt{\frac{r_p - r_0}{r_p + r_0}} \right) \\ &+ m \ln \frac{(r_e + \sqrt{r_e^2 - r_0^2})(r_p + \sqrt{r_p^2 - r_0^2})}{r_0^2} \\ &- a_e + a_p + m \ln \frac{(r_e + a_e)(r_p + a_p)}{b^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

将方程(19)的右边减去方程(22)的右边, 剩余项定义为相对论延迟。显然, 这种定义与 Shapiro 的也不同。

通过上面的讨论, 我们想要说明, 所谓“相对论的时间延迟”效应是与长度定义有关的。雷达回波实验不可能确定哪一种定义更合理。事实上, 广义相对论的其它三个验证同样不能。雷达回波实验只能告诉我们: 观测结果与广义相对论的预言相符, 而与牛顿理论矛盾。

参 考 文 献

[1] I. I. Shapiro, *Phys Rev. Letters*, **13**(1964), 789.

[2] C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler, *Gravitation*, San Francisco, Freeman, (1973).
 [3] I. I. Shapiro et al., *Phys. Rev. Letters*, **20**(1968), 1265; *ibid*, **26**(1971), 1132.
 [4] J. D. Anderson et al., *Proc. Conf. on Exp. Test. Grav. Theor.* (1971); J. D. Anderson et al., *Astrophys. J.*, **200**(1975), 221.
 [5] I. I. Shapiro et al., *J. Geophys. Res.*, **82**(1977), 4329.
 [6] R. D. Reasenberg et al., *Astrophys. J.*, **234**(1979), L219.
 [7] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields*, Pergamon Press, (1975), 235.
 [8] S·温伯格, *引力论和宇宙论*, 科学出版社, (1980), 230.

远 红 外 光 谱 及 其 应 用

吴述尧 李从周

(中国科学院物理研究所)

在电磁波谱中, 红外辐射是介于可见光和微波之间的电磁辐射。由于红外辐射的功率密度随波长的增加而急剧下降, 对于不同波长的处理方法又有差别, 一般分为近、中、远三个区域。远红外是较长波长的一侧, 从微波延伸的观点, 又称同一区域为亚毫米波。波长范围约为 $20\mu\text{m}-1\text{mm}$ (或用波数表示为 $500-10\text{cm}^{-1}$)。这是在红外区域中能量最弱、处理最困难、开拓最晚的一个波段。

一、远红外光谱的发展概况

1. 远红外光谱的早期研究

远红外光谱的研究工作是从 Rubens^[1] 教授领导的实验室开始的。从 1889—1922 年, 几乎全部关于远红外光谱的工作都是这个实验室发表的。主要包括: 在较长的波长 (约 $20\mu\text{m}$ 左右) 下测量石英晶体, NaCl, KBr 等离子晶体的折射率, 发现了剩余辐射。这些材料已成为远红外光谱中消除不需要的辐射的反射滤波材料; 开始使用高压汞灯做远红外辐射源; 在长波一侧最早验证了普朗克黑体辐射经验公

式。在同一时期, 还利用衍射光栅做色散元件观察了 CO_2 、水蒸气分子等的纯转动吸收谱。

2. 光栅光谱仪

在 1925—1960 年期间^[2], 发展了以大面积平面衍射光栅为色散元件, 配用多种滤波器以消除短波的高级衍射束透加的光栅光谱仪。图 1 是光栅光谱仪的光路图。由图 1 可见, 衍射光栅是光栅光谱仪的核心部分。图 2 是衍射光栅结构示意图。衍射束满足布拉格方程 (也称光栅方程), $d \sin \beta = n\lambda$ 。d 表示光栅常数, β 表示衍射角, n 表示衍射级。光栅的刻痕要具

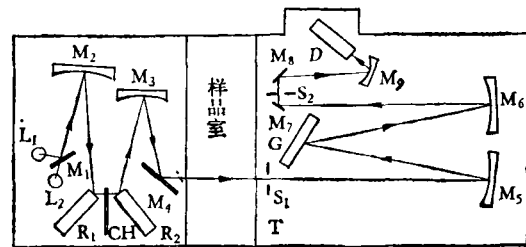


图 1 光栅光谱仪的光路图

L——光源; M——反射镜; R——反射滤波器;
 CH——斩波器; T——透射滤波器; S——狭缝;
 G——衍射光栅; D——探测器