

用磁共振方法验证自旋 1/2 核的旋量性

叶朝辉 朱熙文

(中国科学院武汉物理研究所)

一、引言

在空间旋转变换下, 变换后的量子系统波函数 $|\phi'\rangle$ 与原来波函数 $|\phi\rangle$ 的关系为

$$|\phi'\rangle = e^{-iI_z\theta}|\phi\rangle, \quad (1)$$

式中 I_z 为组成量子系统的粒子自旋在空间转轴 z 方向的分量算符, θ 为绕 z 轴的转角, 可见变换后的波函数与粒子自旋有关. 对费密子, 当 $\theta = 2\pi$ 时, 旋转后的波函数附加相位因子 -1 , 只有再旋转 2π 时波函数才恢复原值, 即费密子具有空间旋转的 4π 对称性(或称旋量性). 对玻色子, 当 $\theta = 2\pi$ 时, 波函数复原, 即具有空间旋转的 2π 对称性.

费密子的旋量性在理论上早已确立, 然而其直接的实验验证直至近几年才完成. 旋量性的验证涉及波函数相位的测量, 有一类观测量的平均值表式中, 包含两本征态波函数的干涉项, 测量此观测量可确定此两本征态的相对相位. 如设法使某一本征态产生空间旋转效应, 参照另一未旋转状态即可定出旋转态波函数的相位变化, 基于上述想法, 1967 年, Bernstein^[1] 以及 Aharonov 和 Susskind^[2] 分别提出用非极化中子与自由电子检验费密子的旋量性的实验方案. 1975 年, 先用慢中子束^[3], 后用分子束^[4] 完成了旋量性的直接实验验证, 1977 年, Stoll 等^[5] 设想并实现了核磁共振验证旋量性的方法. 在磁共振实验中, 很容易使磁化强度矢量在空间旋转, 与中子束和分子束实验相比, 用此法进行旋量性的实验验证更方便可行. 本文拟对用核磁共振法验证旋量性作一简要介绍.

二、核磁共振现象简述

以自旋 $I = 1/2$ 的核为例加以说明, 通常的实验安排如图 1. 在实验室坐标系中, 取外加恒定磁场 H_0 沿 z 轴, 再沿 x 轴加一射频场

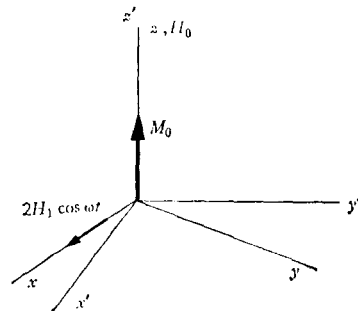


图 1 核磁共振实验安排

$2H_1 \cos \omega t$, 当其频率满足 $\omega = \gamma H_0 = \omega_0$ 时, 自旋系统发生共振跃迁, 式中 γ 为共振核的迴磁比. 在不考虑同类自旋之间的相互作用时, 整个系统的运动可用一单独核的自旋运动描述. 在上述恒定场 H_0 和射频场 $2H_1 \cos \omega t$ 中, 核自旋系统的哈密顿量

$$\mathcal{H} = -\omega_0 I_z - 2\omega_1 I_x \cos \omega t, \quad (2)$$

式中 $\omega_1 = \gamma H_1$. 系统的密度矩阵 $\rho(t)$ 随时间的变化满足刘维方程(取 $\hbar = 1$)

$$\dot{\rho}(t) = i[\rho(t), \mathcal{H}]. \quad (3)$$

变换到以角速度 ω 绕 z 轴旋转的坐标系 (x', y', z') , 这时有

$$\rho'(t) = e^{i\omega t I_z} \rho(t) e^{-i\omega t I_z}. \quad (4)$$

当 $\omega = \omega_0$ 时, 略去对共振观测没有影响的快速振荡项, 在旋转坐标系中有

$$\begin{aligned} \mathcal{H}' &= e^{i\omega_0 t I_z} \mathcal{H} e^{-i\omega_0 t I_z} - \omega_0 I_z \\ &= -\omega_1 I_x. \end{aligned} \quad (5)$$

对 $I = 1/2$, 由(3)式得出 (I^2, I_z) 表象中各矩阵元的运动方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{\rho}'_{11} &= \frac{i\omega_1}{2} (\rho'_{21} - \rho'_{12}), \\ \dot{\rho}'_{12} &= \frac{i\omega_1}{2} (\rho'_{22} - \rho'_{11}), \\ \dot{\rho}'_{21} &= \frac{i\omega_1}{2} (\rho'_{11} - \rho'_{22}), \\ \dot{\rho}'_{22} &= \frac{i\omega_1}{2} (\rho'_{12} - \rho'_{21}). \end{aligned} \right\} (6)$$

在热平衡状态下, 初条件可表为

$$\rho'(0) = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中 a 和 b 分别为 I_x 为 $1/2$ 和 $-1/2$ 态时的相对粒子数. 当 $t > 0$ 时加上共振射频场后, 由(6)式解得

$$\rho'(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}(a-b)\cos\omega_1 t, & \\ -\frac{i(a-b)}{2}\sin\omega_1 t, & \\ \frac{i(a-b)}{2}\sin\omega_1 t, & \\ \frac{1}{2}(a+b) - \frac{1}{2}(a-b)\cos\omega_1 t. & \end{bmatrix} \quad (8)$$

因为实验观测的是系统的磁化强度矢量, 其各分量的平均值 $\langle M_i \rangle = T_r \rho M_i \propto \langle I_i \rangle$, M_i 为磁化强度矢量的分量算符, $i = x, y, z$. 于是由(8)式得

$$\left. \begin{aligned} \langle M'_z(t) \rangle &\propto \frac{1}{2} (\rho'_{11} - \rho'_{22}) \\ &= \frac{1}{2} (a - b) \cos \omega_1 t, \\ \langle M'_y(t) \rangle &\propto \frac{i}{2} (\rho'_{12} - \rho'_{21}) \\ &= \frac{1}{2} (a - b) \sin \omega_1 t, \\ \langle M'_x(t) \rangle &\propto \frac{1}{2} (\rho'_{12} + \rho'_{21}) = 0. \end{aligned} \right\} (9)$$

(9)式表明, 共振时在旋转坐标系中, z' 向的磁化强度分量发生振荡, 同时出现 y' 向的横向磁化分量. 再变换到实验室坐标系得

$$\left. \begin{aligned} \langle M_y(t) \rangle &\propto \frac{1}{2} (a - b) \sin \omega_1 t \cos \omega_0 t, \\ \langle M_x(t) \rangle &\propto \frac{-1}{2} (a - b) \sin \omega_1 t \sin \omega_0 t. \end{aligned} \right\} (10)$$

$\langle M_y(t) \rangle$ 和 $\langle M_x(t) \rangle$ 即实验中可分别检测的核磁共振讯号. 如果在共振射频场施加一段时间 τ 后立即关闭, 这就是脉冲情形, 取 $\omega_1 \tau = 90^\circ$, 称为 90° 脉冲. 由(9)式可知, 90° 脉冲后, z' 向磁化强度为零, 而 y' 向磁化强度为

$$M_0 \equiv \langle M_y(0) \rangle \propto \frac{1}{2} (a - b).$$

在上述讨论中未考虑弛豫作用, 实验上相当于 $\tau \ll T_1, T_2$ 的情形, T_1 和 T_2 分别为纵向和横向弛豫时间.

如考虑弛豫效应, 密度矩阵的刘维方程(3)式需修改为

$$\dot{\rho}_{mn} = i[\rho, \mathcal{H}]_{mn} - \rho_{mn}/T_{mn}, \quad (11)$$

其中 mn 为矩阵元脚标, T_{mn} 表示相应的弛豫时间. 90° 脉冲后, 磁化强度矢量按速率 $1/T_2$ 作指数衰减, 这时共振讯号由(10)式变为

$$\left. \begin{aligned} \langle M_y(t) \rangle &= M_0 \sin \omega_1 t \cos \omega_0 t \cdot e^{-t/T_2}, \\ \langle M_x(t) \rangle &= -M_0 \sin \omega_1 t \sin \omega_0 t \cdot e^{-t/T_2}. \end{aligned} \right\} (12)$$

此讯号称自由感应衰减讯号(FID 讯号). 早在 1957 年, Lowe 和 Norberg^[6] 就证明 FID 讯号与常规的核磁共振谱是一对傅里叶变换, (12)式对应的核磁共振谱即中心频率为 ω_0 , 线宽为 $1/T_2$ 的单一共振峰. 1966 年, Ernst 和 Anderson^[7] 将傅氏变换应用到脉冲核磁共振谱仪上获得成功, 据此可快速获得高灵敏度的共振图谱.

下面用矢量模型对核磁共振讯号的另一检测方法——自旋回波法, 作一简要说明. 在 90° 共振射频脉冲后经过 ΔT 时间, 再加 -180° 的共振射频脉冲, 则该脉冲后经 ΔT 时间, 将会得到一个共振讯号, 此讯号称自旋回波. 如图 2 所示, 回波是由于外加恒定磁场的微小不均匀性而产生的. 为简单起见, 设样品范围内 H_0 场有两个区域, 场强分别表为 $H_0 \pm \Delta H$. 于是样品中的磁化强度也分为两部分, 分别以 $\gamma(H_0 \pm \Delta H) = \omega_0 \pm \Delta\omega$ 绕 z 轴旋转. 在以角速 ω_0 绕

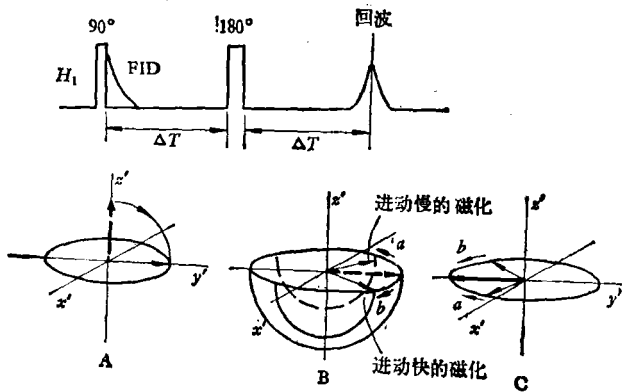


图2 自旋回波矢量模型

(A 为 90° 脉冲使磁化强度矢量倒向 y' 轴; B 为由于场不均匀, 磁化强度矢量散开, 180° 脉冲使磁化矢量绕 x' 轴旋转 180° ; C 为 180° 反转后, 磁化强度矢量又重新在 $-y'$ 轴上会聚)

z 轴旋转的旋转坐标系中, 90° 脉冲后, 此两部分磁化强度分别以 $\pm\Delta\omega$ 频率绕 z' 轴旋转, 由于旋转方向相反, 沿 y' 轴的磁化强度矢量随时间而散开. ΔT 时间后的 180° 脉冲使这两部分磁化强度矢量绕 x' 轴旋转 180° , 从而使向相反方向散开的磁化强度矢量变成相对运动而会聚起来. 经过 ΔT 时间, 它们在 $-y'$ 轴上会聚而形成回波. 此回波讯号正是两个 FID 讯号的反演拼接, 实验上只要对回波讯号的后半部分作傅氏变换, 即得与 FID 一样的变换谱.

三、自旋 1/2 核的旋量性验证

上面说明了核磁共振实验的观测量是横向磁化强度矢量, 得到的共振谱与此矢量的幅度和相位均有关系. 在自旋 1/2 的核系统中, 横向磁化强度矢量与对应于共振跃迁的 ρ 的非对角元有关, 这就使我们可在实验上设法测量与横向磁化强度矢量相联系的两个态的波函数的相对相位. 共振射频脉冲使磁化强度矢量在空间旋转, 实质上是相应状态的核在空间产生了旋转, 只要能找到不旋转的参考态作干涉测量, 就可定出旋转前后旋转态波函数相位的变化. 具体方案是用两种自旋均为 1/2 的弱耦合系统, 两种核的迴磁比不同. 用选择性脉冲激发某一对能级的跃迁 (即使这两个态的核产生绕

x' 轴的旋转), 观测另一态 (该态的核未旋转) 与已旋转的两态中的任一态之间的共振跃迁的干涉效应, 以此来验证自旋 1/2 核的旋量性.

两种核自旋分别表为 S 和 I , 在恒定场 H_0 中, 此两种核的弱耦合系统的哈密顿量

$$\mathcal{H}_0 = -\omega_{I_0} I_x - \omega_{S_0} S_x + JS \cdot I. \quad (13)$$

由微扰论很容易求出一级近似下该系统的能级结构以及共振图谱 (见图 3). 假定此能级系统

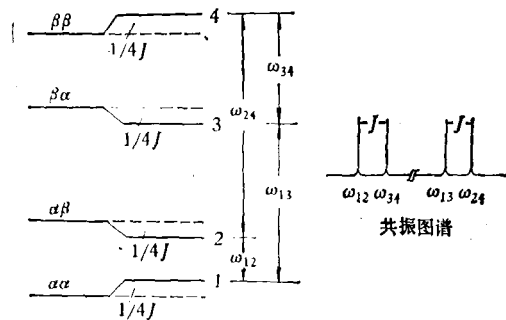


图3 S, I 核弱耦合系统能级示意图 (不按比例)

α 表示自旋向上 (对 H_0 而言); β 表示自旋向下

的四个容许跃迁可选择激发 (这取决于弛豫时间和耦合常数 J 的数值以及选择激发脉冲的幅度和宽度), 现取选择激发频率为 ω_{12} , 即观测旋转 1, 2 态的自旋所对应的磁化强度矢量 $\langle M_{12} \rangle$ 的行为, $\langle M_{12} \rangle$ 绕 x' 轴的转角为 $\theta = \gamma_I H_{11} \tau$, 其中 H_{11} 和 τ 分别为选择激发脉冲的幅度和宽度.

实验程序如图 4. 除对 I 核加选择激发脉冲外, 再按 S 核的共振频率加 $90^\circ - \Delta T - 180^\circ - \Delta T$ 脉冲系列, 于是产生自旋回波. 对自旋回波的后半部分进行傅里叶变换, 得到相应于 ω_{13} 和 ω_{24} 的双峰谱.

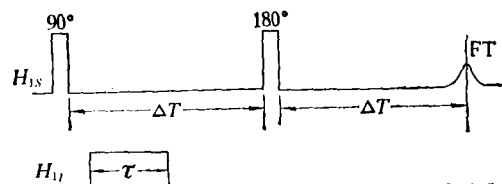


图4 实验脉冲程序 (H_{1S} 频率为 ω_{S_0} , H_{1I} 频率为 ω_{I_2})

下面分析对 I 核施加共振频率为 ω_{12} 的射频辐照脉冲后引起的干涉效果, 控制此脉冲的宽度即控制 I 核绕 x' 轴的转角, 故可称为旋转

辐照脉冲。

热平衡状态下系统的密度矩阵为

$$\rho_{\text{平衡}} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}, \quad (14)$$

式中 a, b, c, d 分别表示 1, 2, 3, 4 态的相对粒子数。各态的基矢分别为 $\alpha\alpha, \alpha\beta, \beta\alpha$ 和 $\beta\beta$ (见

$$\rho'(0) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(a+c) & 0 & -\frac{i}{2}(a-c) & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(b+d) & 0 & -\frac{i}{2}(a-c) \\ \frac{i}{2}(a-c) & 0 & \frac{1}{2}(a+c) & 0 \\ 0 & \frac{i}{2}(a-c) & 0 & \frac{1}{2}(b+d) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

对 I 核施加频率为 ω_{I2} 的共振射频场后, 在 ω_{S0} 和 $\omega_{I0} - \frac{1}{2}J = \omega_{I2}$ 的双旋转坐标系中有

$$\mathcal{H}' = -\frac{1}{2}J I_x + J I_x S_z - \omega_{I1} I_x. \quad (17)$$

用矩阵表示即

$$\mathcal{H}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}J & -\frac{1}{2}\omega_{I1} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\omega_{I1} & -\frac{1}{2}J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\omega_{I1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\omega_{I1} & 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

当射频场很弱, 使条件 $\omega_{I1} \ll J$ 成立时, 可近似取 $\mathcal{H}'_{12} = \mathcal{H}'_{21} = 0$ 。由刘维方程可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{\rho}'_{13} &= -\frac{i}{2}(J\rho'_{13} + \omega_{I1}\rho'_{14}), \\ \dot{\rho}'_{14} &= -\frac{i}{2}(J\rho'_{14} + \omega_{I1}\rho'_{13}), \\ \dot{\rho}'_{23} &= \frac{i}{2}(J\rho'_{23} - \omega_{I1}\rho'_{24}), \\ \dot{\rho}'_{24} &= \frac{i}{2}(J\rho'_{24} - \omega_{I1}\rho'_{23}). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

此方程组的初条件即(16)式。由此得出, 共振

图3)。前一字母对应 S 核, 后一字母对应 I 核。因 $J \ll \omega_{I0}$, 故可近似取 $a - b = c - d$ 。

当加上 S 核的共振射频场 (幅度为 $2H_{1S}$) 时, 系统的哈密顿量为

$$\mathcal{H} = -\omega_{S0} S_z - \omega_{I0} I_x + J S_x I_x - 2\omega_{1S} S_x \cos \omega_{S0} t. \quad (15)$$

变换到 ω_{S0} 和 ω_{I0} 双旋转坐标系, 仿照前述可求得施加频率为 ω_{S0} 的 90° 脉冲后的密度矩阵

脉冲终止时

$$\left. \begin{aligned} \rho'_{13}(\tau) &= \frac{i}{2}(a-c)e^{-\frac{1}{2}J\tau} \\ &\quad \cos\left(\frac{1}{2}\omega_{I1}\tau\right), \\ \rho'_{24}(\tau) &= \frac{i}{2}(a-c)e^{\frac{1}{2}J\tau} \\ &\quad \cos\left(\frac{1}{2}\omega_{I1}\tau\right). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

同样可以求出, 在对 S 核施加 $90^\circ - \Delta T - 180^\circ - \Delta T$ 的共振射频脉冲系列终止时的 $2\Delta T$ 时刻有

$$\left. \begin{aligned} \rho'_{13}(2\Delta T) &= e^{\frac{1}{2}J\tau} \\ \rho'_{13}(\tau) &= \frac{i}{2}(a-c)\cos\left(\frac{1}{2}\omega_{I1}\tau\right), \\ \rho'_{24}(2\Delta T) &= e^{-\frac{1}{2}J\tau} \\ \rho'_{24}(\tau) &= \frac{i}{2}(a-c)\cos\left(\frac{1}{2}\omega_{I1}\tau\right). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

由此得回波讯号峰值为

$$\begin{aligned} \langle M'_y(2\Delta T) \rangle_{13} &= \langle M'_y(2\Delta T) \rangle_{24} \\ &= M_0 \cos\left(\frac{1}{2}\omega_{I1}\tau\right) \\ &\propto \frac{1}{2}(a-c)\cos\left(\frac{1}{2}\omega_{I1}\tau\right). \end{aligned} \quad (22)$$

已知 $\langle M_{12} \rangle$ 在空间的转角为 $\omega_{I1}\tau = \theta$, 当 $\theta =$

2π 时, $\cos \frac{1}{2} \omega_{1T} \tau = -1$, 这解释为 1,2 态在空间旋转 2π 后, 其波函数与未旋转时的波函数反号. 选择 $\langle M_y \rangle_{13}$ 和 $\langle M_y \rangle_{24}$ 分别对应于共振谱 ω_{13} 和 ω_{24} 的峰值, 它们与 θ 的关系如图 5 所示. 这里的 4π 对称性就是自旋 1/2 的核的旋量性的证据.

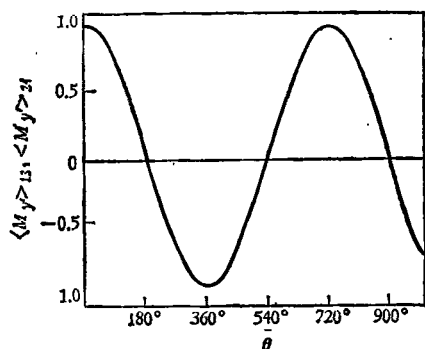


图 5 $\langle M_y \rangle_{13}, \langle M_y \rangle_{24}$ 与 θ 的关系

四、实验结果及其讨论

Stoll 等^[5]的实验选取的是 $^{13}\text{C}-^1\text{H}$ 弱耦合系统, 因 ^{13}C 的天然丰度仅为 1.108% (^{12}C 核自旋为零), 故采用提纯加丰的 ^{13}C 化合物. 选定的样品是甲酸钠 (NaCHO_2), 用重水 D_2O 为溶剂. $^{13}\text{C}-^1\text{H}$ 的耦合常数为 195 赫, 当 ^1H 的共

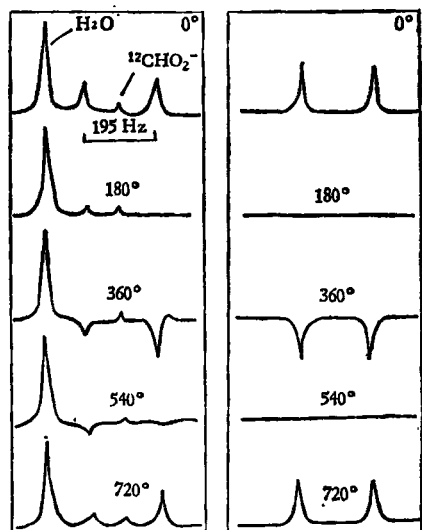


图 6 θ 取值不同时的干涉谱(左为 Stoll 等^[5]的 $^{13}\text{C}-^1\text{H}$ 实验结果; 右为忽略弛豫效应以及 H_2O 同 $^{13}\text{CCHO}_2^-$ 的质子谱后的理想情形)

振频率为 56.4 兆赫时, ^{13}C 的共振频率为 14.2 兆赫. 180° 脉冲宽度为 2.8 毫秒. 实验结果与上述理论分析完全一致. 在 θ 取值不同时得到的共振图谱如图 6 左所示, 图 6 右示出不考虑弛豫效应时的相应共振谱.

以上介绍了一种验证自旋 1/2 核的旋量性的核磁共振实验. 显然, 只要选择合适的能级结构, 还可以设想出其他实验. 例如选定一个三能级系统, 其能级间隔不等距, 取两相邻态跃迁所对应的横向磁化强度作研究对象, 另一态作参考态, 也可得到类似的结论. 如 ^2D 核, 自旋为 1, 在恒定磁场 H_0 及轴对称电场梯度中, 核自旋系统的哈密顿量

$$\mathcal{H} = -\gamma H_0 I_x + \frac{eQq}{4I(2I-1)} \times [3I_x^2 - I(I+1)], \quad (23)$$

式中第二项为核电四极矩与电场梯度相互作用能, Q 为核电四极矩, q 为核处电场梯度的主值, e 为核电荷. 一级近似下 ^2D 核的能级结构示于图 7. 由图可见, 由于有电四极相互作用,

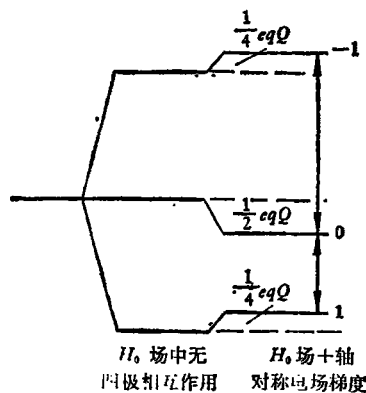


图 7 ^2D 核能级结构示意图

该能级系统有两个可以选择激发的跃迁. Stoll 等^[6]用 ^2D 的这种能级结构作了实验, 他们声称, 如选择辐照两个能态 (例如 $-1 \leftrightarrow 0$ 或 $0 \leftrightarrow 1$) 而检测另一对跃迁 (相应于 $0 \leftrightarrow 1$ 或 $-1 \leftrightarrow 0$), 则在这种选择辐照下, 波函数表现出 4π 对称性. 如果选择辐照涉及三个能态 (同时施加 $-1 \leftrightarrow 0$ 和 $0 \leftrightarrow 1$ 两种共振射频场), 而用任一对跃迁 ($0 \leftrightarrow 1$ 或 $-1 \leftrightarrow 0$) 来检测, 都呈现 2π 对称性. 他们由此推论认为, 辐照涉

及的相邻能级数目为偶数时, 呈现旋量性 (4π 对称性), 若为奇数则呈现非旋量性 (2π 对称性).

作者研究了任意数目的相邻子能级系统受到共振辐照时波函数的变换特性, 认为偶数子能级系统表现出 4π 周期性, 而奇数子能级系统表现 2π 周期性, 并指出偶数子能级系统在一定的辐照条件下所表现的 4π 周期性和费密子的旋量性是两种截然不同的概念, 从而不会出现旋量性 (4π 对称性) 和非旋量性 (2π 对称性) 相互转化的问题.

张承修教授修改了本文初稿, 谨此致谢.

参 考 文 献

[1] H. J. Bernstein, *Phys. Rev. Lett.*, **18**(1967), 1102.

- [2] Y. Aharonov and L. Susskind, *Phys. Rev.*, **158** (1967), 1237.
[3] H. Rauch, A. Zeihingen, G. Badurek, A. Wilfing, W. Bauspiess and U. Bonoe, *Phys. Lett.*, **54A** (1975), 425; S. A. Werner, R. Colella, A. W. Overhauser and C. F. Eagen, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 1053.
[4] E. Klempt, *Phys. Rev. D*, **13**(1976), 3125.
[5] M. E. Stoll, A. J. Vega and R. W. Vaughan, *Phys. Rev. A*, **16**(1977), 1521.
[6] I. J. Lowe and R. E. Norberg, *Phys. Rev.*, **107** (1957), 46.
[7] R. R. Ernst and W. A. Anderson, *Rev. Sci. Instr.*, **37**(1966), 93.
[8] M. E. Stoll, E. K. Wolf and M. Mehring, *Phys. Rev. A*, **17**(1978), 1561.

多晶铁氧体的微波物理参量

尹光俊 廖绍彬 周丽年

(北京大学物理系)

一、引 言

在微波多晶铁氧体物理中, 有三个很基本的问题. 第一个问题是在稳恒磁场和交变磁场的同时作用下, 铁磁体的磁矩或磁化强度矢量的运动规律问题, 也就是通常所说的运动方程问题. 对这个问题, 有量子力学与经典两类描述方法. 由于量子力学描述需具备一定的量子力学知识, 而经典描述有形象具体之优点, 并且在许多问题上与实验结果符合, 所以在这里我们只介绍经典描述. 在铁磁体的磁矩或磁化强度矢量运动规律的经典唯象描述中, 对于磁矩或磁化强度矢量运动受阻现象, 在历史上引进过多种阻尼项来描述, 在说明实验现象方面都取得了很大的成功, 但是在目前的很多著述中由于采用不同的阻尼项而得出不同的结果, 对此我们将作综合的介绍比较. 第二个问题是微

波磁化强度矢量与微波磁场之间的关系问题, 也就是微波张量磁化率问题. 这是描述材料性能的很重要的物理量. 它是求解运动方程得来的. 在运动方程中若采用不同的阻尼项, 其结果当然就不同. 在此我们将简明扼要地介绍它们, 并列成表格加以比较. 第三个问题是材料的损耗问题, 以往都是以铁磁共振线宽来量度它. 但到目前为止, 据实验证明, 量度材料损耗一般必须采用有效线宽. 在这里我们将介绍内、外铁磁共振线宽, 并简述有效线宽引入之理由. 应该指出, 材料的损耗问题即外加交变场的能量损耗问题是一种微观过程, 根本上是必须用量子力学方法解决的. 但这已超出本文意旨.

二、磁化强度矢量的运动方程^[1-3]

1. 无阻尼运动方程

众所周知, 磁化强度矢量 M 在总有效磁场