

及的相邻能级数目为偶数时, 呈现旋量性 ( $4\pi$  对称性), 若为奇数则呈现非旋量性 ( $2\pi$  对称性).

作者研究了任意数目的相邻子能级系统受到共振辐照时波函数的变换特性, 认为偶数子能级系统表现出  $4\pi$  周期性, 而奇数子能级系统表现  $2\pi$  周期性, 并指出偶数子能级系统在一定的辐照条件下所表现的  $4\pi$  周期性和费密子的旋量性是两种截然不同的概念, 从而不会出现旋量性 ( $4\pi$  对称性) 和非旋量性 ( $2\pi$  对称性) 相互转化的问题.

张承修教授修改了本文初稿, 谨此致谢.

### 参 考 文 献

[1] H. J. Bernstein, *Phys. Rev. Lett.*, **18**(1967), 1102.

- [2] Y. Aharonov and L. Susskind, *Phys. Rev.*, **158** (1967), 1237.  
[3] H. Rauch, A. Zeihingen, G. Badurek, A. Wilfing, W. Bauspiess and U. Bonoe, *Phys. Lett.*, **54A** (1975), 425; S. A. Werner, R. Colella, A. W. Overhauser and C. F. Eagen, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 1053.  
[4] E. Klempt, *Phys. Rev. D*, **13**(1976), 3125.  
[5] M. E. Stoll, A. J. Vega and R. W. Vaughan, *Phys. Rev. A*, **16**(1977), 1521.  
[6] I. J. Lowe and R. E. Norberg, *Phys. Rev.*, **107** (1957), 46.  
[7] R. R. Ernst and W. A. Anderson, *Rev. Sci. Instr.*, **37**(1966), 93.  
[8] M. E. Stoll, E. K. Wolf and M. Mehring, *Phys. Rev. A*, **17**(1978), 1561.

## 多晶铁氧体的微波物理参量

尹光俊 廖绍彬 周丽年

(北京大学物理系)

### 一、引 言

在微波多晶铁氧体物理中, 有三个很基本的问题. 第一个问题是在稳恒磁场和交变磁场的同时作用下, 铁磁体的磁矩或磁化强度矢量的运动规律问题, 也就是通常所说的运动方程问题. 对这个问题, 有量子力学与经典两类描述方法. 由于量子力学描述需具备一定的量子力学知识, 而经典描述有形象具体之优点, 并且在许多问题上与实验结果符合, 所以在这里我们只介绍经典描述. 在铁磁体的磁矩或磁化强度矢量运动规律的经典唯象描述中, 对于磁矩或磁化强度矢量运动受阻现象, 在历史上引进过多种阻尼项来描述, 在说明实验现象方面都取得了很大的成功, 但是在目前的很多著述中由于采用不同的阻尼项而得出不同的结果, 对此我们将作综合的介绍比较. 第二个问题是微

波磁化强度矢量与微波磁场之间的关系问题, 也就是微波张量磁化率问题. 这是描述材料性能的很重要的物理量. 它是求解运动方程得来的. 在运动方程中若采用不同的阻尼项, 其结果当然就不同. 在此我们将简明扼要地介绍它们, 并列成表格加以比较. 第三个问题是材料的损耗问题, 以往都是以铁磁共振线宽来量度它. 但到目前为止, 据实验证明, 量度材料损耗一般必须采用有效线宽. 在这里我们将介绍内、外铁磁共振线宽, 并简述有效线宽引入之理由. 应该指出, 材料的损耗问题即外加交变场的能量损耗问题是一种微观过程, 根本上是必须用量子力学方法解决的. 但这已超出本文意旨.

### 二、磁化强度矢量的运动方程<sup>[1-3]</sup>

#### 1. 无阻尼运动方程

众所周知, 磁化强度矢量  $M$  在总有效磁场

$H_{\text{eff}}$  的作用下, 描述磁化强度矢量的运动方程为

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}},$$

式中  $\gamma$  为材料的旋磁比. 磁化强度矢量  $\mathbf{M}$  包括稳恒的和交变的磁化强度; 总的有效磁场  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  包括外加稳恒的和交变的磁场、退磁场、各向异性等效场、交换作用等效场等.

## 2. 有阻尼的运动方程

在实际的铁磁材料中, 总是有着由于自旋和周围介质的相互作用而引起的磁损耗. 磁损耗的存在会导致实际介质中磁化强度的运动成为阻尼运动. 在没有任何外界动力(如外加交变磁场)的情况下, 运动会很快停止. 如果把阻尼作用表观地写成  $\mathbf{T}_D$ , 并加到运动方程中去, 则得到含阻尼项的运动方程:

$$d\mathbf{M}/dt = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \mathbf{T}_D.$$

阻尼项  $\mathbf{T}_D$  有几种不同的表示形式, 它们的共同特点是:  $\mathbf{T}_D$  的作用是使磁化强度矢量  $\mathbf{M}$  趋向总的有效场  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  的方向,  $\mathbf{T}_D$  的大小和反映材料磁损耗的阻尼系数成正比. 下面介绍三种  $\mathbf{T}_D$  的表达式.

(1) 吉尔伯特表示式( $\mathbf{T}_D$  与磁化强度的变化速率成正比)

$$\mathbf{T}_D = \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt},$$

$\alpha$  是标志磁损耗的无量纲的参量.

(2) 修正的布洛赫表示式( $\mathbf{T}_D$  与磁化强度的瞬时值对平衡值的偏离成正比)

$$\mathbf{T}_D = \omega_r [\chi_0 \mathbf{H}_{\text{eff}} - \mathbf{M}],$$

$\omega_r$  为标志材料磁损耗的阻尼系数, 又称为弛豫频率, 单位为 1/秒;  $\chi_0 = \frac{M_0}{H_{i0}}$  称为静磁化率, 其中  $M_0$  为稳恒磁化强度,  $H_{i0}$  为总的有效内稳恒磁场.

(3) 朗道-栗弗西兹表示式(此力矩使磁化强度矢量  $\mathbf{M}$  趋向于  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  的平行方向)

$$\mathbf{T}_D = -\frac{\eta}{M^2} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}),$$

$\eta$  为标志磁损耗的阻尼系数, 单位为 1/秒.

物理

在小损耗(阻尼系数远小于 1), 小进动幅度(接近于饱和磁化; 外加交变场很小, 磁化强度偏离平衡位置的角度很小)的情况下, 阻尼系数的三种表示形式是等效的. 它们之间可互相转化, 这时阻尼系数之间的关系为

$$\omega_r = \frac{\eta}{\chi_0} = \alpha \gamma H_{i0}.$$

下面我们将会看到, 在运动方程中, 分别采用上述三种不同形式的阻尼项  $\mathbf{T}_D$  时, 得到的  $\chi^i$ ,  $\chi^e$ ,  $\Delta H^i$ ,  $\Delta H^e$  等的表示式略有不同.

## 三、内、外张量磁化率 $\chi^i$ , $\chi^e$ 和内、外铁磁共振线宽 $\Delta H^i$ , $\Delta H^e$ 的定义<sup>[4]</sup>

### 1. 内张量磁化率 $\chi^i$ (或外张量磁化率 $\chi^e$ ) 的定义

在稳恒磁场和交变磁场的同时作用下铁磁物体的交变磁化强度  $\mathbf{m}$  和内交变磁场  $\mathbf{h}_i$  (或外交变磁场  $\mathbf{h}_e$ ) 之比, 称之为铁磁物体的内张量磁化率  $\chi^i$  (或外张量磁化率  $\chi^e$ ). 数学表达式表示为

$$\chi^i = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{h}_i} \quad \left( \text{或} \quad \chi^e = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{h}_e} \right).$$

对于只考虑一致进动的各向同性的饱和磁化的小椭球铁磁物体, 当小椭球的主轴和直角坐标系的三个坐标轴分别重合, 稳恒磁场  $\mathbf{H}_0$  加在  $z$  轴方向, 外交变磁场  $\mathbf{h}_e$  加在任意方向时(如图 1 所示), 内、外张量磁化率分别为

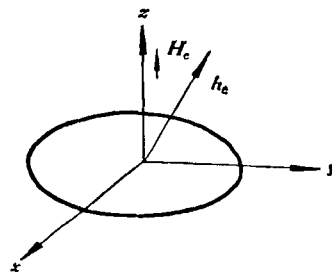


图 1 对小椭球样品的坐标选取

$$\chi^i = \begin{pmatrix} \chi_{xx}^i & \chi_{xy}^i & 0 \\ \chi_{yx}^i & \chi_{yy}^i & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz}^i \end{pmatrix},$$

$$\chi^e = \begin{pmatrix} \chi_{xx}^e & \chi_{xy}^e & 0 \\ \chi_{yx}^e & \chi_{yy}^e & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz}^e \end{pmatrix}.$$

上述表示式的求得见后面的推导例子. 各分量的具体表达式见后面表 1 所示.

## 2. 内铁磁共振线宽 $\Delta H^i$ (或外铁磁共振线宽 $\Delta H^e$ ) 的定义

当交变场的频率固定为  $\omega$ , 调节外加稳恒磁场, 使发生铁磁共振, 内张量磁化率的对角分量的虚部(或外张量磁化率的对角分量的虚部)为其极大值的 1/2 时, 所对应的两个内(或外)稳恒磁场之差值, 称为铁磁体的内(或外)铁磁共振线宽, 如图 2 所示. 图中  $\Delta H^i$ ,  $\Delta H^e$  分别为

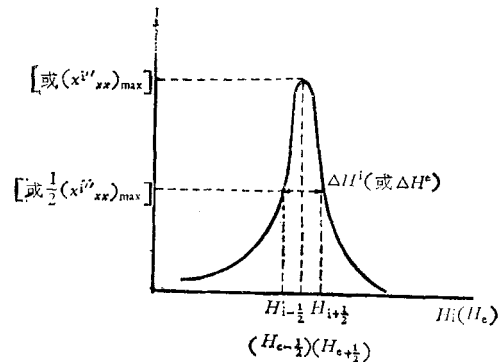


图 2 小椭球样品的内(外)铁磁共振线宽示意图

内、外铁磁共振线宽, 一般  $\Delta H^i$  不等于  $\Delta H^e$ ,

$$\Delta H^i = H_{i+\frac{1}{2}} - H_{i-\frac{1}{2}};$$

$$\Delta H^e = H_{e+\frac{1}{2}} - H_{e-\frac{1}{2}}.$$

表 1 对应三种不同阻尼项, 内、外张量磁化率各组分及内、外铁磁共振线宽表示式

阻 尼 项	朗道-栗弗西兹表示式	吉尔伯特表示式	修正的布洛赫表示式
$T_D$	$-\frac{\eta}{M^2} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times H_{\text{eff}})$	$\frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}$	$\omega_r [\chi_0 H_{\text{eff}} - \mathbf{M}]$
$\chi_{xx}^i$	$\frac{\omega_1 \omega_m + j\omega\eta}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\omega\eta \frac{\omega_1}{\omega_m}}$	$\frac{\omega_1 \omega_m + j\alpha\omega\omega_m}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega\omega_1}$	$\frac{\omega_1 \omega_m + j\chi_0 \omega\omega_r}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_r}$
$\chi_{xx}^e$	$\frac{\omega_y \omega_m + j\omega\eta}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j \frac{\omega\eta}{\omega_m} (\omega_x + \omega_y)}$	$\frac{\omega_y \omega_m + j\alpha\omega\omega_m}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j\alpha\omega(\omega_x + \omega_y)}$	$\frac{\omega_y \omega_m + j \frac{\omega_m \omega\omega_r}{\omega_1}}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j \frac{\omega\omega_r}{\omega_1} (\omega_x + \omega_y)}$
$\chi_{yy}^i (= \chi_{xx}^i)$	$\frac{\omega_1 \omega_m + j\omega\eta}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\omega\eta \frac{\omega_1}{\omega_m}}$	$\frac{\omega_1 \omega_m + j\alpha\omega\omega_m}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega\omega_1}$	$\frac{\omega_1 \omega_m + j\chi_0 \omega\omega_r}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_r}$
$\chi_{yy}^e$	$\frac{\omega_x \omega_m + j\omega\eta}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j \frac{\omega\eta}{\omega_m} (\omega_x + \omega_y)}$	$\frac{\omega_x \omega_m + j\alpha\omega\omega_m}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j\alpha\omega(\omega_x + \omega_y)}$	$\frac{\omega_x \omega_m + j \frac{\omega_m \omega\omega_r}{\omega_1}}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j \frac{\omega\omega_r}{\omega_1} (\omega_x + \omega_y)}$
$\chi_{xy}^i (= -\chi_{yx}^i)$	$\frac{j\omega\omega_m}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\omega\eta \frac{\omega_1}{\omega_m}}$	$\frac{j\omega\omega_m}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega\omega_1}$	$\frac{j\omega\omega_m}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_r}$
$\chi_{xy}^e (= -\chi_{yx}^e)$	$\frac{j\omega\omega_m}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j \frac{\omega\eta}{\omega_m} (\omega_x + \omega_y)}$	$\frac{j\omega\omega_m}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j\alpha\omega(\omega_x + \omega_y)}$	$\frac{j\omega\omega_m}{\omega_x \omega_y - \omega^2 + j \frac{\omega\omega_r}{\omega_1} (\omega_x + \omega_y)}$
$\chi_{zz}^i$	0	0	$\frac{\chi_0 \omega_r}{j\omega + \omega_r}$
$\chi_{zz}^e$	0	0	$\frac{\chi_0 \omega_r}{j\omega + \omega_r (1 + \chi_0 N_z)}$
$\Delta H^i$	$\frac{2\omega\eta}{r\omega_m}$	$\frac{2\alpha\omega}{r}$	$\frac{2\omega_r}{r}$
$\Delta H^e$	$\frac{2\omega\eta}{r\omega_m}$	$\frac{2\alpha\omega}{r}$	$\frac{2\omega_r}{r} \frac{\omega/r}{H_{\text{e共}} - N_z M_0}$

应该指出,当运动方程中的阻尼系数和旋磁比是与内稳恒磁场无关的常数时,线宽是微波铁氧体材料磁损耗的量度。

#### 四、内、外张量磁化率和内、外铁磁共振线宽的表达式<sup>[4]</sup>

1. 如前所述,我们讨论的对象是饱和磁化的多晶小椭球铁磁物体。坐标选取和磁场方向如图 1 所示。设交变场  $\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 e^{j\omega t}$ , 从求解运动方程我们可得到对应三种不同的阻尼项的内、外张量磁化率和内、外铁磁共振线宽,具体表达式示于表 1。表中的每一项  $\chi$  和  $\Delta H$  都可以从运动方程出发求解得到,而且  $\chi$  和  $\Delta H$  的三个表示式之间也可利用等式

$$\omega_r = \frac{\eta}{\chi_0} = \alpha \gamma H_{10}$$

而互相转化。

2. 由于篇幅所限,我们仅就阻尼项为修正的布洛赫形式来求解  $\chi^i$ ,  $\chi^e$ ,  $\Delta H^i$  和  $\Delta H^e$ 。

在这里要注意,总的有效场  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$ , 一般包括外加稳恒磁场  $\mathbf{H}_e$ , 外加交变磁场  $\mathbf{h}_e$ , 面退磁场  $\mathbf{H}_d$ , 体退磁场  $\mathbf{H}_{\text{dip}}$ , 交换作用等效场  $\mathbf{H}_{\text{ex}}$  和磁晶各向异性等效场  $\mathbf{H}_a$ 。因我们考虑的是各向同性无织构的多晶饱和磁化的铁磁体的一致进动,所以可不考虑  $\mathbf{H}_{\text{dip}}$ ,  $\mathbf{H}_{\text{ex}}$  和  $\mathbf{H}_a$ , 因而  $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_e + \mathbf{h}_e + \mathbf{H}_d$ 。

##### (1) $\chi^i$ 的求解

磁化强度矢量的运动方程为

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \omega_r [\chi_0 \mathbf{H}_{\text{eff}} - \mathbf{M}],$$

因为其中

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= m_x \mathbf{i} + m_y \mathbf{j} + (M_0 + m_z) \mathbf{k}, \\ \mathbf{H}_{\text{eff}} &= h_{ix} \mathbf{i} + h_{iy} \mathbf{j} + (H_{10} + h_{iz}) \mathbf{k}, \\ \mathbf{h} &= \mathbf{h}_0 e^{j\omega t}, \quad \mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \cdot e^{j\omega t}, \end{aligned}$$

故有

$$j\omega \mathbf{m} = -\gamma \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ m_x & m_y & M_0 + m_z \\ h_{ix} & h_{iy} & H_{10} + h_{iz} \end{vmatrix} + \omega_r [\chi_0 \mathbf{H}_{\text{eff}} - \mathbf{M}].$$

写成分量方程(设  $|\mathbf{h}|, |\mathbf{m}| \ll H_{10}, M_0$ , 并略去二级以上小项)为

$$\begin{cases} (j\omega + \omega_r)m_x + \gamma H_{10}m_y \\ \quad = \omega_r \chi_0 h_{ix} + \gamma M_0 h_{iy}, \\ -\gamma H_{10}m_x + (j\omega + \omega_r)m_y \\ \quad = -\gamma M_0 h_{ix} + \omega_r \chi_0 h_{iy}, \\ (j\omega + \omega_r)m_z = \omega_r \chi_0 h_{iz}. \end{cases}$$

由上式求得

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{(j\omega \omega_r \chi_0 + \gamma^2 H_{10} M_0) h_{ix} + j\omega \gamma M_0 h_{iy}}{(j\omega + \omega_r)^2 + \gamma^2 H_{10}^2}, \\ m_y &= \frac{-j\omega \gamma M_0 h_{ix} + (j\omega \omega_r \chi_0 + \gamma^2 H_{10} M_0) h_{iy}}{(j\omega + \omega_r)^2 + \gamma^2 H_{10}^2}, \\ m_z &= \frac{\omega_r \chi_0 h_{iz}}{j\omega + \omega_r}. \end{aligned}$$

上式又可写成

$$\mathbf{m} = \chi^i \cdot \mathbf{h}_i = \begin{pmatrix} \chi_{xx}^i & \chi_{xy}^i & 0 \\ \chi_{yx}^i & \chi_{yy}^i & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{ix} \\ h_{iy} \\ h_{iz} \end{pmatrix},$$

其中

$$\begin{aligned} \chi_{xx}^i &= \chi_{yy}^i = \frac{\omega_i \omega_m + j\chi_0 \omega \omega_r}{(j\omega + \omega_r)^2 + \omega_i^2}, \\ \chi_{xy}^i &= -\chi_{yx}^i = \frac{j\omega \omega_m}{(j\omega + \omega_r)^2 + \omega_i^2}, \\ \omega_i &= \gamma H_{10}, \quad \omega_m = \gamma M_0 \approx \gamma M_s, \end{aligned}$$

$M_s$  为铁磁体的饱和磁化强度。

##### (2) $\Delta H^i$ 的求解

由

$$\chi_{xx}^i = \frac{\omega_i \omega_m + j\chi_0 \omega \omega_r}{(j\omega + \omega_r)^2 + \omega_i^2},$$

可得到

$$\chi_{xx}^{i''} = \frac{\chi_0 \omega \omega_r (\omega_i^2 + \omega^2)}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2}.$$

当  $\omega_i = \omega$  时,  $\chi_{xx}^{i''}$  达到极大值  $(\chi_{xx}^{i''})_{\text{max}}$ ,

$$(\chi_{xx}^{i''})_{\text{max}} = \frac{\chi_0 \omega}{2\omega_r}.$$

设当  $\omega_i = \omega_{i \pm \frac{1}{2}}$ , 即  $H_{10} = H_{10 \pm \frac{1}{2}}$  时,  $\chi_{xx}^{i''}$  以  $(\chi_{xx}^{i''})_{\frac{1}{2}}$  表示, 并且有  $(\chi_{xx}^{i''})_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\chi_{xx}^{i''})_{\text{max}}$ , 即

$$\frac{\chi_0 \omega}{4\omega_r} = \frac{\chi_0 \omega \omega_r (\omega_{i \pm \frac{1}{2}}^2 + \omega^2)}{(\omega_{i \pm \frac{1}{2}}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2}.$$

上式可化为

$$4\omega^2\omega_{i\pm\frac{1}{2}}^2 = (\omega_{i\pm\frac{1}{2}}^2 - \omega^2)^2.$$

于是当  $\omega_{i\pm\frac{1}{2}}$  与  $\omega$  相差不大时, 可得下述近似式:

$$\begin{aligned} \pm 2\omega\omega_{i\pm\frac{1}{2}} &= \omega_{i\pm\frac{1}{2}}^2 - \omega^2 \\ &= (\omega_{i\pm\frac{1}{2}} + \omega)(\omega_{i\pm\frac{1}{2}} - \omega) \\ &\approx 2\omega(\omega_{i\pm\frac{1}{2}} - \omega). \end{aligned}$$

若  $\omega_r, \gamma$  为与  $H_i$  无关的常数, 则解上述方程可得

$$\omega_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{\omega}{1 \mp \frac{\omega_r}{\omega}} \approx \omega \left( 1 \pm \frac{\omega_r}{\omega} \right) = \omega \pm \omega_r,$$

$$\omega_{i+\frac{1}{2}} = \omega + \omega_r, \quad \omega_{i-\frac{1}{2}} = \omega - \omega_r.$$

最后, 根据铁磁共振线宽定义, 得到

$$\Delta H^i = \frac{\omega_{i+\frac{1}{2}} - \omega_{i-\frac{1}{2}}}{\gamma} = \frac{2\omega_r}{\gamma}.$$

### (3) $\chi^c$ 的求解

我们还是从运动方程

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \omega_r[\chi_0\mathbf{H}_{\text{eff}} - \mathbf{M}]$$

出发, 其中  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}$ ,

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_e - N_z\mathbf{M}_0 + \mathbf{h}_e - \mathbf{N} \cdot \mathbf{m},$$

$\mathbf{N}$  为张量退磁因子. 设  $\mathbf{h}_e = \mathbf{h}_0 \cdot e^{j\omega t}$ ;  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 e^{j\omega t}$ , 则可得

$$\begin{aligned} j\omega\mathbf{m} &= -\gamma[(\mathbf{M}_0 + \mathbf{m}) \times (\mathbf{H}_e - N_z\mathbf{M}_0 \\ &\quad + \mathbf{h}_e - \mathbf{N} \cdot \mathbf{m})] + \omega_r[\chi_0(\mathbf{H}_e - N_z\mathbf{M}_0 \\ &\quad + \mathbf{h}_e - \mathbf{N} \cdot \mathbf{m}) - (\mathbf{M}_0 + \mathbf{m})] \\ &= -\gamma\mathbf{M}_0 \times (\mathbf{H}_e - N_z\mathbf{M}_0) - \gamma\mathbf{M}_0 \\ &\quad \times (\mathbf{h}_e - \mathbf{N} \cdot \mathbf{m}) - \gamma\mathbf{m} \times (\mathbf{H}_e \\ &\quad - N_z\mathbf{M}_0) - \gamma\mathbf{m} \times (\mathbf{h}_e - \mathbf{N} \cdot \mathbf{m}) \\ &\quad + \omega_r[\chi_0(\mathbf{H}_e - N_z\mathbf{M}_0) - \mathbf{M}_0] \\ &\quad + \omega_r[\chi_0(\mathbf{h}_e - \mathbf{N} \cdot \mathbf{m}) - \mathbf{m}]. \end{aligned}$$

考虑到

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_0 \times (\mathbf{H}_e - N_z\mathbf{M}_0) &= 0; \\ \chi_0(\mathbf{H}_e - N_z\mathbf{M}_0) - \mathbf{M}_0 &= 0; \\ \mathbf{H}_{i0} &= \mathbf{H}_e - N_z\mathbf{M}_0 \end{aligned}$$

并设  $|\mathbf{h}_e|, |\mathbf{m}| \ll H_{i0}, M_0$ , 当忽略二级以上小项时, 则得到

$$\begin{aligned} j\omega\mathbf{m} - \gamma\mathbf{M}_0 \times \mathbf{N} \cdot \mathbf{m} - \gamma\mathbf{H}_{i0} \times \mathbf{m} \\ + \omega_r\chi_0\mathbf{N} \cdot \mathbf{m} + \omega_r\mathbf{m} \end{aligned}$$

$$= -\gamma\mathbf{M}_0 \times \mathbf{h}_e + \omega_r\chi_0\mathbf{h}_e.$$

将上述方程对  $x, y, z$  坐标轴投影, 并解所得方程组, 得到

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{\left( \omega_y\omega_m + j\frac{\omega_m\omega\omega_r}{\omega_i} \right) h_{ex} + j\omega\omega_m h_{ey}}{\omega_x\omega_y - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_r(\omega_x + \omega_y)}{\omega_i}}, \\ m_y &= \frac{-j\omega\omega_m h_{ex} + \left( \omega_x\omega_m + j\frac{\omega_m\omega\omega_r}{\omega_i} \right) h_{ey}}{\omega_x\omega_y - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_r(\omega_x + \omega_y)}{\omega_i}}, \\ m_z &= \frac{\chi_0\omega_r}{j\omega + \omega_r(1 + N_z\chi_0)} h_{ez}, \end{aligned}$$

即

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{xx}^c & \chi_{xy}^c & 0 \\ \chi_{yx}^c & \chi_{yy}^c & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{ex} \\ h_{ey} \\ h_{ez} \end{pmatrix},$$

其中

$$\begin{aligned} \chi_{xx}^c &= \frac{\omega_y\omega_m + j\frac{\omega_m\omega\omega_r}{\omega_i}}{\omega_x\omega_y - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_r(\omega_x + \omega_y)}{\omega_i}}, \\ \chi_{yy}^c &= \frac{\omega_x\omega_m + j\frac{\omega_m\omega\omega_r}{\omega_i}}{\omega_x\omega_y - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_r(\omega_x + \omega_y)}{\omega_i}}, \\ \chi_{xy}^c &= -\chi_{yx}^c = \frac{j\omega\omega_m}{\omega_x\omega_y - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_r(\omega_x + \omega_y)}{\omega_i}}, \\ \chi_{zz}^c &= \frac{\chi_0\omega_r}{j\omega + \omega_r(1 + \chi_0 N_z)}, \\ \omega_x &= \gamma[H_e + (N_x - N_z)M_s], \\ \omega_y &= \gamma[H_e + (N_y - N_z)M_s]. \end{aligned}$$

### (4) $\Delta H^e$ 的求解

由

$$\chi_{xx}^c = \frac{\omega_y\omega_m + j\frac{\omega_m\omega\omega_r}{\omega_i}}{\omega_x\omega_y - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_r(\omega_x + \omega_y)}{\omega_i}},$$

可得到  $\chi_{xx}^c$  的虚数部分:

$$\chi_{xx}^{c''} = \left[ \frac{\omega_y\omega_m\omega\omega_r}{\omega_i} (\omega_x + \omega_y) \right]$$

$$-\frac{\omega_m \omega \omega_r}{\omega_i} (\omega_{\pm}^2 - \omega^2) \Big/ \left[ (\omega_{\pm}^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \omega_r^2}{\omega_i^2} (\omega_x + \omega_y)^2 \right],$$

其中

$$\omega_{\pm} = \sqrt{\omega_x \omega_y} = \gamma \{ [H_e + (N_x - N_z)M_s] \times [H_e + (N_y - N_x)M_s] \}^{\frac{1}{2}},$$

它是小椭圆铁磁体在外加稳恒磁场作用下，磁化强度矢量的自由进动圆频率，通常称为基特圆频率。

当共振时，即  $\omega_{\pm} = \omega$  或  $H_e = H_{e\pm}$  时，有

$$(\chi''_{xx})_{\max} = \frac{\omega_{y\pm} \omega_m \omega_i}{\omega \omega_r (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm})}, \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} \omega_{x\pm} &= \gamma [H_{e\pm} + (N_x - N_z)M_s], \\ \omega_{y\pm} &= \gamma [H_{e\pm} + (N_y - N_x)M_s], \\ \omega_{i\pm} &= \gamma [H_{e\pm} - N_z M_s]. \end{aligned}$$

设  $H_e = H_{e\pm}$ ，即  $\omega_x = \omega_{x\pm}$ ， $\omega_y = \omega_{y\pm}$ ， $\omega_{\pm} = \omega_{\pm}$ ， $\omega_i = \omega_{i\pm}$  时，有

$$(\chi''_{xx})_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\chi''_{xx})_{\max}. \quad (2)$$

而由  $\chi''_{xx}$  的表示式可得

$$\begin{aligned} (\chi''_{xx})_{\frac{1}{2}} &= \left[ \frac{\omega_{y\pm} \omega_m \omega \omega_r}{\omega_{i\pm}} (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}) - \frac{\omega_m \omega \omega_r}{\omega_{i\pm}} (\omega_{\pm}^2 - \omega^2) \right] \Big/ \\ &\left[ (\omega_{\pm}^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \omega_r^2}{\omega_{i\pm}^2} (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm})^2 \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

将(1)，(3)代入(2)得到

$$\begin{aligned} &2\omega_{y\pm} \omega_{i\pm} \omega^2 \omega_r^2 (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}) (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}) \\ &- 2\omega_{i\pm} \omega^2 \omega_r^2 (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}) (\omega_{\pm}^2 - \omega^2) \\ &= \omega_{y\pm} \omega_{i\pm} \omega_{i\pm}^2 (\omega_{\pm}^2 - \omega^2)^2 \\ &+ \omega_{y\pm} \omega_{i\pm} \omega^2 \omega_r^2 (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm})^2. \end{aligned}$$

上式中左边第二项是三级小项，若我们略去三级以上小项，则得到

$$\begin{aligned} &2\omega_{y\pm} \omega_{i\pm} \omega^2 \omega_r^2 (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}) (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}) \\ &- \omega_{y\pm} \omega_{i\pm} \omega_{i\pm}^2 (\omega_{\pm}^2 - \omega^2)^2 \\ &- \omega_{y\pm} \omega_{i\pm} \omega^2 \omega_r^2 (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm})^2 = 0. \end{aligned}$$

将上式中的  $\omega_{y\pm}$ ， $\omega_{i\pm}$ ， $(\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm})$  分别

用  $\omega_{y\pm}$ ， $\omega_{i\pm}$ ， $(\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm})$  代替，并令

$$\begin{aligned} \omega_{\pm}^2 - \omega^2 &= (\omega_{\pm} + \omega)(\omega_{\pm} - \omega) \\ &\approx 2\omega(\omega_{\pm} - \omega), \end{aligned}$$

这时只引起三级以上小项的误差，故有

$$\omega^2 (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm})^2 - 4\omega_{i\pm}^2 (\omega_{\pm} - \omega)^2 = 0.$$

若  $\omega_r$ ， $\gamma$  为与  $H_e$  无关的常数，可解上述方程，得到

$$\omega_{\pm} - \omega = \pm \frac{\omega_r}{2\omega_{i\pm}} (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}),$$

即

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_r}{2\omega_{i\pm}} (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}) + \omega,$$

$$\omega_{\pm} = -\frac{\omega_r}{2\omega_{i\pm}} (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}) + \omega,$$

故

$$\omega_{\pm} - \omega_{\mp} = \frac{\omega_r}{\omega_{i\pm}} (\omega_{x\pm} + \omega_{y\pm}). \quad (4)$$

又参考图3所示情况，

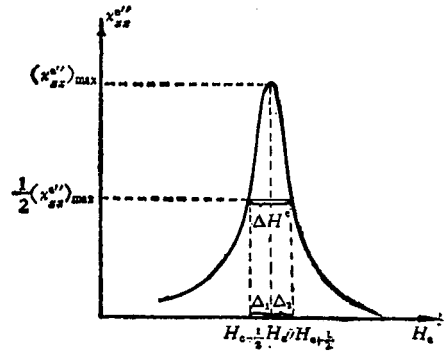


图3 求解  $\Delta H_e$  示意图

得

$$\begin{aligned} \omega_{\pm} &= \gamma \{ [H_{e\pm} + (N_x - N_z)M_s] \\ &\times [H_{e\pm} + (N_y - N_x)M_s] \}^{\frac{1}{2}} \\ &= \gamma \{ [H_{e\pm} + \Delta_2 + (N_x - N_z)M_s] \\ &\times [H_{e\pm} + \Delta_2 + (N_y - N_x)M_s] \}^{\frac{1}{2}} \\ &= \gamma \left\{ [H_{e\pm} + (N_x - N_z)M_s] \right. \\ &\times [H_{e\pm} + (N_y - N_x)M_s] \\ &\times \left[ 1 + \frac{\Delta_2}{H_{e\pm} + (N_x - N_z)M_s} \right] \\ &\times \left[ 1 + \frac{\Delta_2}{H_{e\pm} + (N_y - N_x)M_s} \right] \}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\approx \omega_{\text{基共}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta_2}{H_{e\text{共}} + (N_x - N_z)M_s} \right] \\
&\quad \times \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta_2}{H_{e\text{共}} + (N_y - N_z)M_s} \right] \\
&\approx \omega_{\text{基共}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{[H_{e\text{共}} + (N_x - N_z)M_s + \leftarrow \frac{H_{e\text{共}} + (N_y - N_z)M_s] \Delta_2}{[H_{e\text{共}} + (N_y - N_z)M_s]} \right\} \\
&= \omega_{\text{基共}} + \frac{1}{2} \frac{\gamma(\omega_{x\text{共}} + \omega_{y\text{共}})}{\omega_{\text{基共}}} \Delta_2. \quad (5)
\end{aligned}$$

同理可证

$$\omega_{\text{基}-\frac{1}{2}} = \omega_{\text{基共}} - \frac{1}{2} \frac{\gamma(\omega_{x\text{共}} + \omega_{y\text{共}})}{\omega_{\text{基共}}} \Delta_1. \quad (6)$$

由(5), (6)得到

$$\begin{aligned}
\omega_{\text{基}+\frac{1}{2}} - \omega_{\text{基}-\frac{1}{2}} &= \frac{\gamma(\omega_{x\text{共}} + \omega_{y\text{共}})(\Delta_2 + \Delta_1)}{2\omega_{\text{基共}}} \\
&= \frac{(\omega_{x\text{共}} + \omega_{y\text{共}})\gamma\Delta H^e}{2\omega_{\text{基共}}}. \quad (7)
\end{aligned}$$

根据外铁磁共振线宽定义,由(4), (7)得

$$\begin{aligned}
\Delta H^e &= \frac{2\omega_r\omega_{\text{基共}}}{\gamma\omega_{i\text{共}}} = \frac{2\omega_r\omega}{\gamma\omega_{i\text{共}}} \\
&= \frac{2\omega_r}{\gamma} \frac{\omega/\gamma}{H_{e\text{共}} - N_z M_0}.
\end{aligned}$$

### 五、有效线宽<sup>[5-8]</sup>

在定义和推导铁磁共振线宽  $\Delta H$  时,我们假定了阻尼系数和旋磁比是与内稳恒磁场无关的常数. 然而,对大多数多晶铁氧体(除了含 Dy, Ho 等多晶 YIG 外),阻尼系数和旋磁比是内稳恒磁场的函数,所以  $\Delta H$  并不能准确反映多晶铁磁材料的磁损耗,而必须直接用阻尼系数等来量度铁磁材料的磁损耗. 然而为了沿用“线宽”这一熟悉的名词来量度损耗,人们用“有效线宽”的物理概念来量度铁磁材料的磁损耗. 并用  $\Delta H_{\text{eff}}$  来表示. 其定义为

$$\Delta H_{\text{eff}}(H_i) = \frac{2\alpha(H_i)\omega}{\gamma(H_i)},$$

其中  $\Delta H_{\text{eff}}(H_i)$  表示在内稳恒磁场为  $H_i$  时的有效线宽,  $\alpha(H_i)$  表示在内稳恒磁场为  $H_i$  时的

阻尼系数,  $\gamma(H_i)$  表示在内稳恒磁场为  $H_i$  时的旋磁比.

可以证明下述  $\Delta H_{\text{eff}}(H_i)$  表示式是与上式等价的:

$$\Delta H_{\text{eff}}(H_i) = 2M_s I_m \left( \frac{1}{\chi_+} \right),$$

其中  $M_s$  为铁磁体的饱和磁化强度,  $\chi_+$  为铁磁体在内稳恒磁场  $H_i$  下的内(或外)正圆偏振磁化率,  $I_m(1/\chi_+)$  表示取复数  $(1/\chi_+)$  的虚数部分. 一般就是根据以上所述二定义式来测定  $\Delta H_{\text{eff}}$  的.

应该指出,有效线宽和铁磁共振线宽是不相同的两个概念,数值也是不相等的,即使在铁磁共振点上或铁磁共振点附近的有效线宽也与铁磁共振线宽不相等.

### 六、关于外铁磁共振线宽 $\Delta H^e$ 的说明

前面计算得到

$$\Delta H^e = \frac{2\eta\omega}{\gamma\omega_m} \quad (\text{采用朗道-栗弗西兹阻尼项时}), \quad (8)$$

$$\Delta H^e = \frac{2\alpha\omega}{\gamma} \quad (\text{采用吉尔伯特阻尼项时}), \quad (9)$$

$$\Delta H^e = \frac{2\omega_r}{\gamma} \frac{\omega/\gamma}{H_{e\text{共}} - N_z M_0} \quad (\text{采用修正的布洛赫阻尼项时}). \quad (10)$$

对旋转椭球体, (10) 式可化成

$$\Delta H^e = \frac{2\omega_r}{\gamma} \frac{\omega/\gamma}{\left( \omega/\gamma - \frac{M_0}{2} + \frac{N_z}{2} M_0 \right)}. \quad (10')$$

上述三式是假设对于某确定材料,其阻尼系数和旋磁比是与内稳恒磁场无关的条件下得到的. 根据(8), (9) 二式,对同一种材料,因为  $M_0$ ,  $\omega$  是常数,所以  $\Delta H^e$  应为常数. 而根据(10'),对于同一种材料( $M_0$ ,  $\omega$  是常数),  $\Delta H^e$  是随  $N_z$  的升高而减小的. 这样一来,采用不同阻尼项得到了矛盾的结果. 究竟如何解释这一

矛盾的结果呢?

这是由于存在多种损耗机理造成的<sup>[10]</sup>。如造成损耗的机理有双磁子散射过程、三磁子汇合或分裂过程、四磁子过程、磁子-声子散射过程以及涡流损耗机理等。各种损耗机理对线宽的贡献不但大小不同,而且对磁性体形状的依赖关系也不同。而前面介绍的三种阻尼项各在某种程度上反映了某些损耗机理,因而形成前面所述的矛盾。如用双磁子散射过程可定性解释  $\Delta H^e$  随  $N_z$  升高而减小的一些实验事实,这是和采用布洛赫阻尼项而得出的结论定性符合的。而三磁子、四磁子、磁子-声子过程及涡流损耗机理等则与采用布洛赫阻尼项而得出的结论不符。

磁损耗机理的微观理论是有待进一步完善的课题,尤其多晶铁磁体的低场磁损耗机理更

有待进一步探索。

### 参 考 文 献

- [1] A. Г. Гуревич, Магнитный резонанс в ферритах и Антиферромагнетиках, Издательство «Наука», (1973), 9—62.
- [2] A. Г. 古列维奇, 超高频铁氧体, 科学出版社, (1963), 1—32.
- [3] J. Helsing, Principles of Microwave Ferrite Engineering, Wiley-Interscience. (1969), 1—29.
- [4] 同参考文献[2], 76—100.
- [5] Q. H. F. Vrehan *J. Appl. Phys.*, 40-4(1969), 1849.
- [6] C. E. Patton, *Phys. Rev.*, 179-2(1969), 352.
- [7] 北京大学物理系磁学专业微波铁氧体材料小组, 清华北大理工学报, 2-3, (1975), 97.
- [8] 小西良弘, フェライト用いれ最近のマイクロ波回路技術, 電子通信学会編, (1972), 12—14.
- [9] D. J. Craik, *Magnetic oxides*, A Wiley-Interscience Publication, (1975), 575—648.
- [10] M. Spark. *Ferromagnetic Relaxation Theory*, McGraw-Hill Book Company (1964), 75—91.

## 光学相位滤波器的发展及其应用

王玉堂 李秀英

(中国科学院物理研究所)

### 一、引 言

近年来,随着各种新技术的出现和材料科学的发展,光学滤波器的种类不断增加<sup>[1]</sup>,特别是光学相位滤波器发展尤为迅速,应用范围也随之更加广泛。所谓光学相位滤波器就是对入射光波进行相位调制的元件。虽然从广义上来说诸如透镜、棱镜等光学元件都可以视为相位滤波器,但是,这里我们仅着眼于那些取离散值的相位滤波器,对其发展、分类、应用、制备方法及其所用材料作一介绍。

早在1935年 Zernike 提出了相位反衬法<sup>[2]</sup>,从而出现了最简单的相位滤波器。到了五十年代初期,人们又提出了在光学系统的光瞳之内产生相移来改善像质的方法,相继出现了圆形

光栅和相位非涅耳透镜<sup>[3]</sup>。与此同时, A. Marechal 等人把相位滤波器用于光学信息处理之中,与振幅滤波器巧妙的结合,在消除模糊像方面取得了成功<sup>[4]</sup>,对后来这方面工作的发展是强有力的推动。

用计算机控制、具有灰度等级的自动绘图仪的问世及各类新型材料的出现,为相位滤波器的发展提供了物质基础。1969年美国 IBM 公司 L. B. Lesem 等人制成了一种新型相位再现元件 (kinofom)<sup>[5]</sup>,在制备过程中可以实现任意给定值的相位调制。随后 U. P. Koronkevich 等人也制成 kinofom 型光学元件<sup>[6]</sup>,具有许多独特的优点。1975年 V. A. Arbutov 等人利用相位滤波器实现了光学 Foucault-Hilbert 变换<sup>[7]</sup>。我们采用 kinofom 型滤波器,于1979年实现了相干光的 Walsh 变换<sup>[8]</sup>,丰富了