

图 1 NII 648.2 毫微米激光输出与工作气压的关系

图 1 为以纯氮为工作物质时, 激光新谱线 NII 648.2 毫微米激光的输出强度与工作气压的关系。纯氮气的工作气压在  $10^{-3}$  托量级。随工作气压下降, 输出增强, 在  $3 \times 10^{-3}$  托附近趋于饱和。拍摄了放电电流脉冲及 NII 648.2 毫微米激光新谱线的输出脉冲波形, 如图 2 所示。激光新谱线的脉宽约 30 微秒, 与 NII 567.9 毫微米已知激光谱线脉宽是一致的, 比电流脉宽 7 微秒大得多。激光输出在放电起始约 10 微秒后达到峰值, 因此, 它们都是在放电余辉中产生的激光, 即复合激光。

等离子体复合激光作用可用下式表示为



对本文得到的 5 条新氮离子激光谱线,  $n = 1$ 。因此, 放电电流数值的合适控制, 对能否得到本文的结果是极为重要的。实验证明, 本文采用的脉冲放电回路中, 串入一定数值的电感来改变放电脉宽及峰值电流的技术是有效的。它也

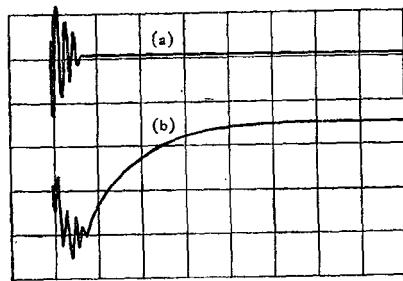


图 2 放电脉冲及 NII 648.2 毫微米激光输出脉冲波形图

- (a) 为电流脉冲波形。纵坐标为放电电流相对值(示波器标度 5 伏/格), 横坐标为 20 微秒/格;
- (b) 为 NII 648.2 毫微米激光输出波形。纵坐标为激光输出相对值(示波器标度 0.5 伏/格), 横坐标为 20 微秒/格

可用于对其它新激光工作物质和激光谱线的探索。

## 参 考 文 献

- [1] R. A. McFarlane, *Appl. Phys. Lett.*, 5 (1964), 91.
- [2] H. G. Heard and J. Peterson, *Proc. IEEE*, 52 (1964), 1050.
- [3] P. K. Cheo and H. G. Coper, *J. Appl. Phys.*, 36 (1965), 1862.
- [4] M. S. Chiu and C. C. Chou, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-17, (1981), 1592.
- [5] C. E. Moore Atomic Energy Levels, Nat. Bur. Stand. (U. S.), Vol. I (1971), 35—40.
- [6] K. E. Moore A Multiplet Table of Astrophysical Interest, Nat. Bur. Stand. (U. S.), (1959), 8—9.
- [7] W. R. Bennett et al., *Appl. Phys. Lett.*, 4 (1964), 180.

## 碱金属 s-电子的热质量

金光星 姜文植

(延边大学物理系)

### 一、引言

金属中电子-电子相互作用与电子-声子相互作用所引起的多体效应的理论工作已有进展。D. F. Dubois<sup>[1]</sup> 曾详细讨论凝聚电子气体

的相互作用效应, 但只有  $r_s^3 < 2$  的情况才合理收敛。T. M. Rice<sup>[2]</sup> 等曾讨论中间密度 ( $1 < r_s < 4$ ) 电子气体的相关问题及有效质

1)  $r_s$  是电子平均所占球半径, 以  $\frac{\hbar^2}{mc^2}$  为单位。

量, 但对金属密度情况来讲, 也不能令人满意。J. G. Fletcher<sup>[3]</sup> 等曾讨论金属电子密度情况的一些性质。志水正男<sup>[4]</sup>等根据 Fletcher 的讨论结果, 讨论了碱金属  $s$ -电子的晶格有效质量, 结果较好。

本文在 Fletcher 讨论的基础上, 进一步用格林函数的微扰论考虑了电子-声子相互作用, 并计算了  $s$ -电子的热质量。

## 二、一个有效电子的能量

当我们不考虑电子-声子相互作用时, 在金属晶格中相互作用电子气体的单电子能量可写成<sup>[4]</sup>

$$\epsilon(\mathbf{K}) = \epsilon_L + \epsilon_{ex} + \epsilon_{corr,a}^{ss} + \epsilon_{corr,p}^{ss} \\ + [\text{长程项}],$$

式中  $\epsilon_L$  表示包括晶格对电子影响的动能;  $\epsilon_{ex}$  表示被屏蔽的短程交换相互作用能;  $\epsilon_{corr,a}^{ss}$  表示自旋反平行电子之间的短程相关能;  $\epsilon_{corr,p}^{ss}$  表示自旋平行电子之间的短程相关能。因为电子-电子相互作用的长程部分表现为 Plasma 运动, 而它常温下才可激化, 所以在我们所考虑的低温下不必考虑。另外, 在短程部分, 因为我们讨论金属密度情况,  $r_s > 2$ , 所以  $\epsilon_{corr,a}^{ss} \gg \epsilon_{corr,p}^{ss}$ , 于是单电子能量可写为

$$\epsilon(\mathbf{K}) = \epsilon_L + \epsilon_{ex} + \epsilon_{corr,a}^{ss}, \quad (1)$$

式中  $\epsilon_L^{[6]}$  为

$$\epsilon_L = \epsilon_s(K_F) + (K - K_F) \left( \frac{\partial \epsilon_s}{\partial K} \right)_{K_F} = \frac{\hbar^2 K^2}{2m_L}, \quad (2)$$

其中  $s$  表示球形近似,  $m_L$  表示“晶格有效质量”, 即电子在金属晶格势场中的有效质量。

$$\epsilon_{ex} = -\frac{e^2 K_F}{2\pi} \left[ 1 + \frac{K_F^2 - K^2}{KK_F} \ln \left( \frac{K + K_F}{\beta_c} \right) + \frac{3K^2 - K_F^2}{2KK_F} - 2\beta_c + \frac{\beta_c^2 K_F}{2K} \right], \quad (3)$$

其中  $K_F$  表示 Fermi 波矢,  $\beta_c = K_c/K_F$ ,  $K_c$  为电子的最大集团振荡波矢<sup>1)</sup>。

$$\epsilon_{corr,a}^{ss} = -\frac{1}{2\pi^4} \int_{p>\beta_c} \frac{d^3 p}{p^4} \int d^3 q$$

$$\cdot \frac{f_q(1 - f_{q-p})(1 - f_{K+p})}{K_F \cdot \left( \frac{K}{K_F} - \frac{q}{K_F} - \frac{p}{K_F} \right)} + \frac{1}{2\pi^4} \int_{p>\beta_c} \frac{d^3 p}{p^4} \\ \cdot \int d^3 q \frac{f_q f_{K-p}(1 - f_{q-p})}{\frac{p}{K_F} \cdot \left( \frac{K}{K_F} - \frac{q}{K_F} \right)}, \quad (4)$$

式中  $f_K = 1$ ,  $K \leq 1$ ;  $f_K = 0$ ,  $K \geq 1$ ; 波矢以  $K_F$  为单位, 能量以 Rydberg 为单位。

下面引进量子化的晶格振动, 考虑电子-声子相互作用, 求出波矢为  $\mathbf{K}$  的一个有效电子的能量。因为我们讨论 Fermi 面上的电子, 所以可用准粒子的概念, 这个准粒子是质量为  $m_{L_1}$  的, 遵循 Fermi-Dirac 统计的自由粒子。此准粒子与声子相互作用所引起的碱金属  $s$ -电子的能量变化可用电子-声子相互作用自能  $\Sigma_{e-p}$  来表示。这个自由粒子的 Hamilton 为  $H = H_0 + H_{e-p}$ , 其中  $H_{e-p}$  表示电子-声子相互作用的微扰项, 而用场论方法<sup>[5]</sup>可把它表示成

$$H_{e-p} = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{K}} \sum_p \sum_{\sigma} \left( \frac{i2\epsilon_F}{3} \right) \left( \frac{\hbar q}{2m_1 n_1 v_1} \right)^{1/2} \\ \cdot a_{\mathbf{K}+\mathbf{q},\sigma}^+ [b_{\mathbf{q}}^+ + b_{-\mathbf{q}}^-], \quad (5)$$

式中  $m_1$  表示离子的质量;  $n_1$  表示离子数密度;  $v_1$  表示纵声子速度;  $a_{\mathbf{K}}^+$ ,  $a_{\mathbf{K}}$  分别表示电子的产生算符与消灭算符; 类似的  $b$  表示声子的算符。我们根据 Green 函数的微扰论, 经过计算可得二级近似的自能<sup>[5]</sup>, 其结果

$$\Sigma_{e-p} = \sum_{\mathbf{K}} (i\omega_{L_1})$$

$$= \frac{1}{\beta V} \sum_p \sum_{\sigma} \sum_{l_1} \frac{\left| \frac{i2\epsilon_F}{3} \left( \frac{\hbar q}{2m_1 n_1 v_1} \right)^{1/2} \right|^2}{i\omega_{L_1} - \epsilon_p} \\ \times \left[ \frac{1}{\omega_{\sigma} + i(\omega_{L_1} - \omega_{L_1})} + \frac{1}{\omega_{\sigma} - i(\omega_{L_1} - \omega_{L_1})} \right], \quad (6)$$

式中  $1/(i\omega_{L_1} - \epsilon_p)$  表示准粒子线, 而其余因子表示声子线。下面用积分代替(6)式中对  $l_1$  的求和, 再经过计算留数而得

$$\Sigma_{\mathbf{K}}(i\omega_{L_1}) = \frac{1}{V} \sum_p \sum_{\sigma} \left| \frac{i2\epsilon_F}{3} \left( \frac{\hbar q}{2m_1 n_1 v_1} \right)^{1/2} \right|^2$$

1)  $K_c$ — the maximum collective oscillation wave vector.

$$\times \left[ \frac{f_p + N_q}{i\omega_1 - \epsilon_p + \omega_q} + \frac{1 - f_p + N_q}{i\omega_1 - \epsilon_p - \omega_q} \right] \delta(\mathbf{K}, \mathbf{p} + \mathbf{q}), \quad (7)$$

式中  $f_p = f_{\mathbf{K}-\mathbf{q}}$  是准粒子的分布函数;  $N_q$  为声子的分布函数, 即  $N_q = \langle b_q^\dagger b_q \rangle$ ;  $\epsilon_p = \epsilon_{\mathbf{K}-\mathbf{q}} - \epsilon_F$ , 其中

$$\epsilon_{\mathbf{K}-\mathbf{q}} = \frac{\hbar^2(\mathbf{K} - \mathbf{q})^2}{2m_{L,e}}.$$

在低温下可令  $N_q \approx 0$ . 如取  $i\omega_1 \rightarrow X$  (实数), 通过解析延拓得到

$$\begin{aligned} \Sigma_K(X) &= \frac{1}{V} \sum_q \left| \frac{i2\epsilon_p}{3} \left( \frac{\hbar q}{2m_1 n_1 v_1} \right)^{1/2} \right|^2 \\ &\times \left[ \frac{f(\epsilon_{\mathbf{K}-\mathbf{q}})}{X - \epsilon_{\mathbf{K}-\mathbf{q}} + \omega_q} + \frac{1 - f(\epsilon_{\mathbf{K}-\mathbf{q}})}{X - \epsilon_{\mathbf{K}-\mathbf{q}} - \omega_q} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

经过计算可得

$$\Sigma_K(X) = -\frac{\sigma_F}{3m_1 v_1} \left( \frac{n_e}{n_1} \right) \left( \frac{q_m}{2K_F} \right)^2 \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_F} \right) X, \quad (9)$$

其中  $v_F$  是电子的 Fermi 速度,  $q_m$  是 Debye 截断波矢,  $n_e$  是电子数浓度, 令

$$\eta = \frac{\sigma_F}{3m_1 v_1} \left( \frac{n_e}{n_1} \right) \left( \frac{q_m}{2K_F} \right)^2 \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_F} \right), \quad (10)$$

它表示电子-声子相互作用参数。

单电子的能量可由单电子 Green 函数的极点的实部给出, 所以由下面的方程确定

$$E_K - \epsilon_K - \Sigma_K = 0, \quad X = E_K - \epsilon_F. \quad (11)$$

由 (9), (10), (11) 式得, 自能

$$\begin{aligned} \Sigma_{e-p} &= -\frac{1}{1 + \eta} [\epsilon_L + \epsilon_{ex} + \epsilon_{corr,a}] \\ &- \frac{1}{1 + \eta} \epsilon_F, \end{aligned} \quad (12)$$

于是碱金属中一个有效电子的能量可写为

$$E_K = \epsilon_L + \epsilon_{ex} + \epsilon_{corr,a} + \Sigma_{e-p}. \quad (13)$$

### 三、 $s$ -电子的热质量

我们根据 (13) 式可得  $s$ -电子在 Fermi 面上的有效质量——热质量  $m_t$ 。为了求得热质量的表达式, 对 (13) 式取  $K$  的导数, 并取  $K = 1$ , 就可得热质量  $m_t$  的倒数, 即

$$\frac{1}{m_t} = \frac{1}{m_L} + \frac{1}{m_{ex}} + \frac{1}{m_{corr}} + \frac{1}{m_{e-p}}, \quad (14)$$

式中  $\frac{1}{m_L}$  取 Ham<sup>[6]</sup> 的计算结果,

$$\frac{1}{m_L} = 2(E_2 + 2E_4), \quad (15)$$

其中  $E_2$  与  $E_4$  是能量对  $K$  的展开系数。后三项分别等于

$$\frac{1}{m_{ex}} = \frac{1}{\pi} \left[ \ln \frac{2}{\beta_c} + \frac{\beta_c^2}{4} - 1 \right], \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{m_{corr}} &= \frac{1}{\pi^2} \left\{ \left[ \frac{5}{3} \ln 2 - 2 - \frac{4}{3} \ln \beta_c - \frac{4}{3\beta_c^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{4}{3\beta_c^2} \ln 2 \right] + \left[ \frac{\beta_c}{12} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2\beta_c} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{3\beta_c^2} - \frac{2}{3\beta_c^3} \right] \ln (2 + \beta_c) \right. \\ &\quad \left. + \left[ -\frac{\beta_c}{12} + \frac{2}{3} - \frac{3}{2\beta_c} + \frac{2}{3\beta_c^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{3\beta_c^3} \right] \ln (2 - \beta_c) \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{m_{e-p}} &= -\frac{1}{1 + \eta} \left\{ 2[E_2 + 2E_4] + \frac{1}{\pi} \left[ \ln \frac{2}{\beta_c} \right. \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta_c^2}{4} - 1 \right] + \frac{1}{\pi^2} \left[ \frac{5}{3} \ln 2 - 2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{4}{3} \ln \beta_c - \frac{4}{3\beta_c^2} - \frac{4}{3\beta_c^2} \ln 2 \right] + \frac{1}{\pi^2} \left[ \frac{\beta_c}{12} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{3\beta_c} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3\beta_c^2} - \frac{2}{3\beta_c^3} \right] \\ &\quad \cdot \ln (2 + \beta_c) + \frac{1}{\pi^2} \left[ -\frac{\beta_c}{12} + \frac{2}{3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2\beta_c} + \frac{2}{3\beta_c^2} + \frac{2}{3\beta_c^3} \right] \ln (2 - \beta_c) \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

上式中  $\beta_c = \gamma r_i^{1/2}$ ,  $r$  的值如表 1 所示。

我们用以上的结果, 可以讨论碱金属中诸相互作用对  $s$ -电子热质量的影响。

### 四、计算结果

我们用 (15)–(18) 式可计算  $s$ -电子的热质量, 也可以观察电子-声子相互作用等对热质量的贡献。在表示式中, 电子-声子相互作用参

(下转第 634 页)